

پاسخنامه تشریحی

سوالات کنکور تجربی مرداد ۱۴۰۵

دفترچه ۳۳ - ریاضی



 notruphil  notruphil

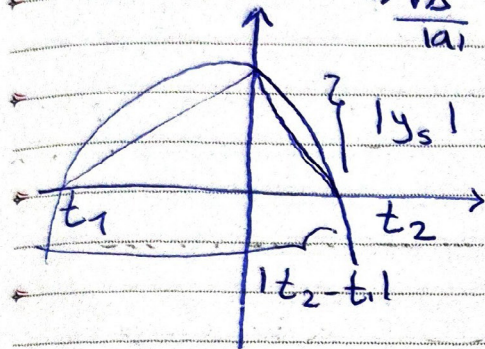
 www.notruphil.com



111. ر. 1: رأس سهمی و دو نقطه آن (بر محورهای مختصات) مثلث قائم‌الزاویه را تشکیل می‌دهند.

این مثلث برابر است با: $S = \frac{1}{2} |t_2 - t_1| \times |y_s| = \frac{27}{64}$

$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{\Delta}}{8} \times \frac{\Delta}{32} = \frac{27}{64}$



$\Rightarrow \Delta \sqrt{\Delta} = 216 \rightarrow \Delta^{\frac{3}{2}} = 6^3$

$\Rightarrow \Delta = 36$

$\Delta = a^2 + 32 = 36 \Rightarrow a^2 = 4$

$\Rightarrow a = \pm 2$

1

$K_2 < 0 \rightarrow \frac{-a}{-16} = \frac{a}{16} < 0 \rightarrow a = -2$

$h(x) = \frac{f(x)}{f(x + \frac{1}{2})} \rightarrow -1.5 \leq x \leq 2.5$

$-f(x + \frac{1}{2}) \rightarrow -2 < x < 2 - \frac{1}{2} = 1.5$

3. 112

$x = -1, 0, 1$

از اشتراک این دو مجموعه داریم.

$x^2 + 1.35x - 1.3 = 0 \rightarrow \alpha, \beta$ اینها:

1. 113

$(\alpha - \frac{1}{2})(\beta - \frac{1}{2}) = \alpha\beta - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \frac{1}{4}$

$= -1.3 + \frac{1}{2} \times 1.35 + \frac{1}{4} = -0.1375$



$$g \circ f(x), \quad x \in D_f, \quad f \in D_g \quad 3.114$$

$$-3 \leq x \leq 0, \quad f(x) > -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{2}{3}x - 2 > -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow -\frac{3}{2} > \frac{2}{3}x \rightarrow \boxed{x < -\frac{9}{4}}$$

$$D_{g \circ f} = [-3, -\frac{9}{4}] \quad -3 \leq x < -\frac{9}{4}$$

$$D_{g \circ f}(\frac{x}{2}) = [-6, -\frac{9}{2}] \rightarrow \text{جواب} = 1.5$$

$$\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}} \rightarrow \tan x > \cot x \Rightarrow \sin x < \cos x \quad 1.15$$

$$\tan x + \cot x - 2 = \frac{4}{7}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{18}{7}$$

$$\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{18}{7}$$

$$\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{7}{18} \rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$= 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$



$$\hat{A} = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ \quad \text{ر. 116}$$

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \quad \text{طبق قانون سینوس ها}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{\sin 105^\circ} = \frac{6}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{BC}{\sin(60^\circ + 45^\circ)} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow BC = 6 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$BC = 3 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow BC = 3 \times (1 + \sqrt{3})$$

ر. 117

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$f(x) = -\frac{1}{2} \sin(3x)$$

برای اینکه تابع یکه بازه‌ی $[a, b]$ را از خودی باشد باید مشتق آن در این بازه منفی باشد

$$f'(x) = -\frac{3}{2} \cos(3x)$$

$$\text{شرط الیگونی} \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow -\frac{3}{2} \cos(3x) < 0 \Rightarrow \cos(3x) > 0$$

حال نامبری را حل می‌کنیم

$$-\frac{\pi}{2} + 2K\pi < 3x < \frac{\pi}{2} + 2K\pi$$

$$-\frac{\pi}{6} + \frac{2K\pi}{3} < x < \frac{\pi}{6} + \frac{2K\pi}{3}$$

روز تعاون - روز بزرگداشت ابوریحان بیرونی



۱۳۹۷/۶/۱۴

از آنجایی که بازه ما شامل $x=0$ است شما بازه‌ی مربوط به

$$K=0 \text{ قابل قبول است. } -\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$$

سین باید داشته باشیم $-\frac{\pi}{6} > a$ بنابراین تعیین مقادیر a می‌شود

$$-\frac{\pi}{6}$$

۱۱۸. ۲

$$\sin(\pi+x) = -\sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$$

$$\sin(\pi-x) = \sin x$$

با توجه به تعاریف در محادله داریم:

$$(-\sin x)(-\sin x) + 1 = 2\sin x$$

$$\sin^2 x + 1 = 2\sin x$$

$$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$$

$$(\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = 1$$

حاصل جواب‌ها در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ برابر می‌شود $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ مقادیر صحیح k :

$$\sqrt{x} = -\frac{3\pi}{2} \leftarrow k = -1 \quad \sqrt{x} = \frac{\pi}{2} \leftarrow k = 0$$

$$x = \frac{5\pi}{2} > 2\pi \leftarrow k = 1$$



$$0.25 = \frac{1}{4} = 4^{-1} = 2^{-2}$$

$$(2^{-2})^{1 - \log_4^{10}} = 2^{-2} \times 2^{2 \log_4^{10}}$$

$$= \frac{1}{4} \times 4^{\log_4^{10}} = \frac{1}{4} \times 10 = \frac{10}{4} = 2.5$$

120. 3. 10, 12, (14), 15, 16, (18), 23, 25, (34), 42, 45

↓ چار 1

↓ چار 2

پایه اول Q_1 میان 14 بماند باید میان 6 داده اول بماند 14 باشد یعنی داده سوم

دوم باید 14، 14 باشد پس میان 14 از a و b برابر 14 است

پایه اول Q_3 میان 34 بماند باید میان 6 داده آخر بماند 34 باشد یعنی داده ششم

دوازدهم باید 34، 34 باشد. شما مقداری بدید که عدد یک می تواند درست تا داده دهم

روخوانده و اگر به باز نشدگان هر دو 34 شوند، 34 است پس $\{a, b\} = \{14, 34\}$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{14+34}{2} = 24$$



$$f(x) = \frac{1}{x+a} = x \rightarrow x^2 + ax - 1 = 0 \quad 2, 127$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{10} \rightarrow \Delta = 40$$

$$\Delta = a^2 - 4(1)(-1) = a^2 + 4 = 40 \rightarrow a^2 = 36$$

$$\Rightarrow a = \pm 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - (x+1)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x+2} = -\frac{1}{4} \quad 1, 122$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x - 1|}{x^2 + 2x} = \frac{-2x}{x(x+2)} = -1 = a \quad 4, 123$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (-\tan x) = +\infty$$

$$|x| = -x \quad \text{چون} \quad x \rightarrow 0^-$$



$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{a} & x > -1 \\ \frac{a}{2}x - \frac{a}{2} & x < -1 \end{cases} \quad \text{①} \quad \checkmark \quad 3 \div 124$$

$$\text{①} \rightarrow \frac{2x}{a} = -1 \rightarrow x = -\frac{a}{2} > 0 \rightarrow a < 0$$

$$\text{②} g(-1) = \frac{-2}{a} + 1 = \frac{a}{2}(-1) - \frac{a}{2} = -a$$

$$\Rightarrow a - \frac{2}{a} + 1 = 0 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$g(-1) = 1 - \frac{2}{a} = 1 - \frac{2}{(-2)} = 2 \quad \text{چون } a < 0 \text{ پس } a = -2$$

$$y = f(x), f'_+(2) = 4, f'_-(2) = -4 \quad \checkmark \quad 3 \div 125$$

$$f' = 2x$$

$$m'(t) = \frac{9\sqrt{t} - \frac{4}{2\sqrt{t}}(9t+3)}{t} = \frac{3(3t-1)}{2t\sqrt{t}} \quad \checkmark \quad 3 \div 126$$

$$m'(1) = \frac{3(3(1)-1)}{2(1)\sqrt{1}} = \frac{3(2)}{2} = 3$$



3-127

• اگر $g(x)$ در ریشه متناظر داشته باشد عدد مطلق آن در محال دارد ریشه و دو صمیم سبی

خواص داشت

• اگر $g(x)$ یک ریشه یا یک ریشه باشد تابع قدر مطلق تقوای صمیم سبی خواص داشت

سبب باید دلتی معادله ضمت باشد

$$\Delta = (-9)^2 - 4(2)(a) = 81 - 8a \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{81}{8}$$

$$f(1) = -7 + a \geq 0 \rightarrow a \geq 7$$

$$f(4) = 32 - 36 + a \geq 0 \rightarrow a \geq 4 \Rightarrow 7 \leq a \leq 10$$

$$a = 7, 8, 9, 10 \leftarrow 4 \text{ مقدار}$$

3-128

$$a = \sqrt{2-a} \quad \text{نقار } y = \sqrt{2-x} \text{ قرار دین}$$

$$\Rightarrow a^2 = 2-a \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow a = 1(\checkmark) \text{ یا } a = -2(\times)$$

$$y' = \frac{1}{2}(2-x)^{-1/2} \cdot (-1) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

• (1,1)

$$m = y'(1) = \frac{-1}{2\sqrt{2-1}} = -\frac{1}{2}$$

• سبب در $x=1$



خطایب $\frac{1}{2}$ - از نقطه $(1,1)$ می‌گذرد:

$$y-1 = -\frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

نقطه A روی محور x ($y=0$):

$$0 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow A(3,0)$$

نقطه B روی محور y ($x=0$):

$$y = \frac{3}{2} \rightarrow B(0, \frac{3}{2})$$

مثلث قائم الزامیه، رئوس: $(0, \frac{3}{2})$, $(3,0)$, $(0,0)$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2.25$$

۱۲۹. ر ۱

$$y = 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

این منحنی محوری دارد، نقطه $x = \frac{3}{2}$ ، محور y دارد، $y=9$ قطع می‌کند بنابراین

ناحیه محصور بین محورها، منحنی در بازه $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ قرار دارد

سه رأس (روی محورها) باید به صورت $(0,0)$ ، $(x,0)$ ، $(0,y)$ باشند. بنابراین

$$y = (2x-3)^2 \quad (x,y) \text{ خواص دور سه رأس}$$

$$S = \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول} \times \text{عرض} = \frac{1}{2} \times x \times y = \frac{1}{2} \times x \times (2x-3)^2 = \frac{1}{2} (4x^3 - 12x^2 + 9x)$$

$$S'(x) = 12x^2 - 24x + 9 = 3(4x^2 - 8x + 3)$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ یا } \frac{3}{2}$$



پاسخنامه تشریحی کنکور تجربی مرداد ۱۴۰۵ - ریاضی

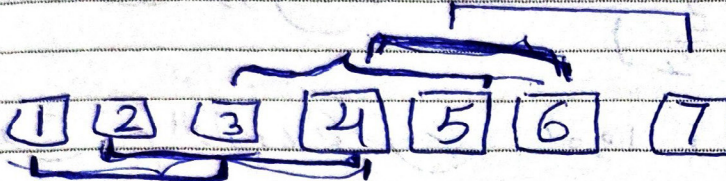
۱۳۹۷/۶/۲۱

نقطه بحرانی را بررسی می کنیم در $x = \frac{3}{2}$ مقدار $y = 0$ پس $S = 0$
 $\rightarrow \min$

در $x = \frac{1}{2}$ مقدار $y = 4$ پس $S = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$
 $\rightarrow \max$

۴. ۱۳۰

۴۰ نفر سرچا خوشان هستند



3 1 2
2 3 1

حالت $5 \times 2 = 10$

عدد ۱ عدد ۲ عدد ۳ عدد ۴ عدد ۵ عدد ۶ عدد ۷ عدد ۸
 $8 + 5 + 3 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4$
 8×8

$$= \frac{32}{64} = \frac{1}{2} = 50\%$$

۲. ۱۳۲
 (عز + زوجه + زوج) یا (عز + عز + عز) = مجموع ۳ عدد فرد
 ① ②

اعداد فرد = ۱, ۳, ۵, ۷, ۹ عدد ۵
 ① $\rightarrow \binom{5}{3}$ (عز + عز + عز)

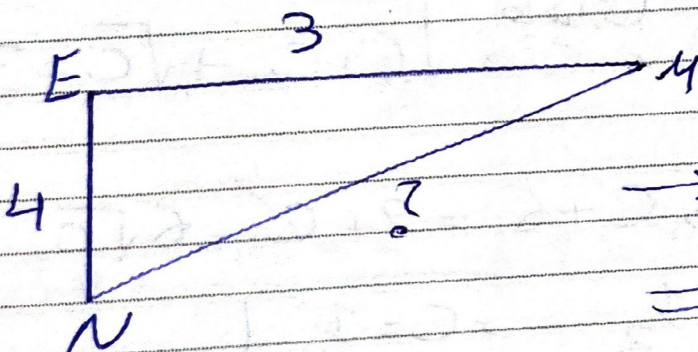
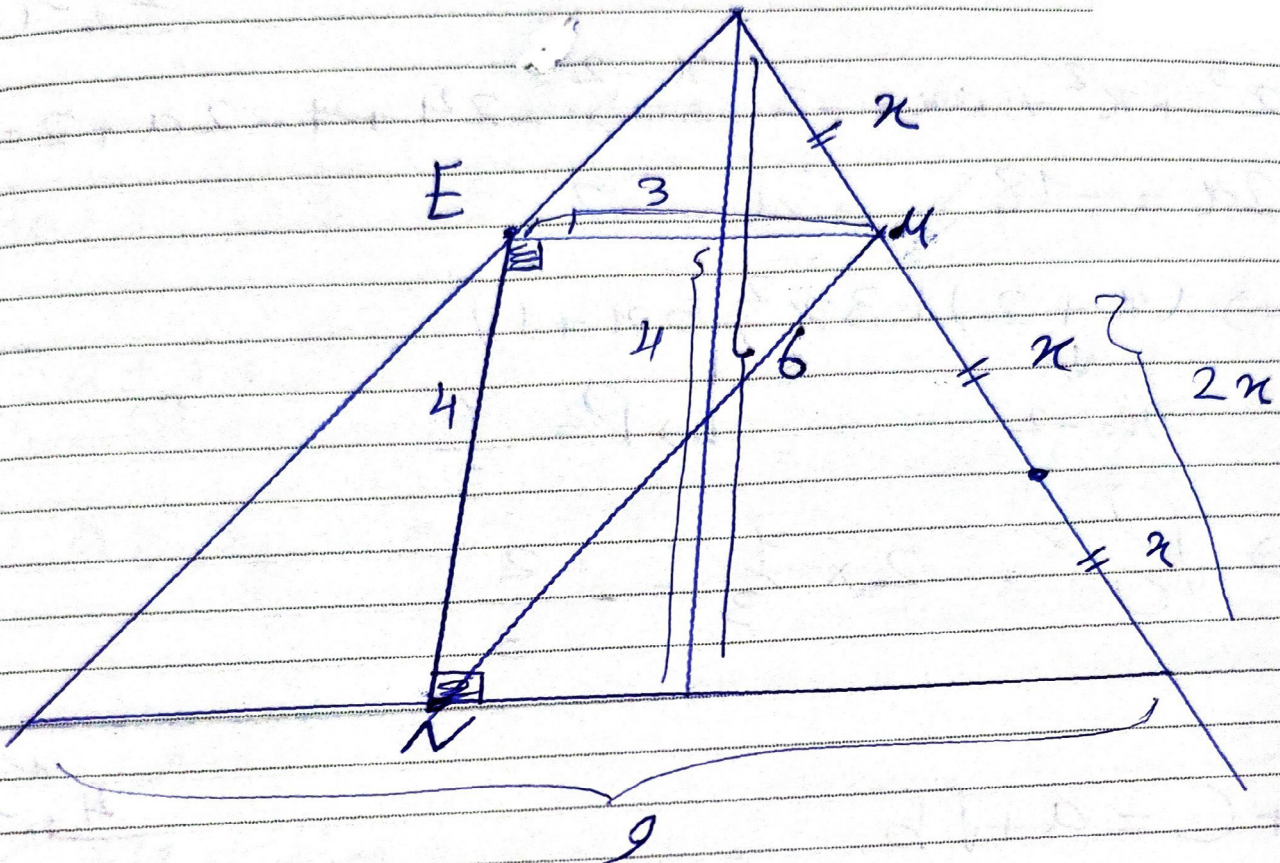
② $\rightarrow \binom{4}{2} \binom{5}{1}$ (عز + زوج + زوج)

$$\text{احتمال} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{1}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

روز شنبه

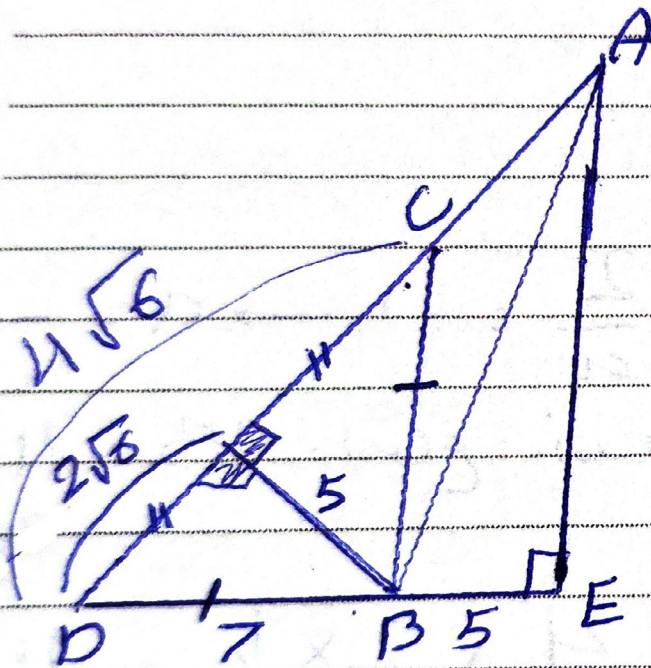


2.133



$$\rightarrow (MN)^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow MW = 5$$



$$\frac{BD}{\text{ارتفاع}} = \frac{7}{5} = 1.4$$

✓
3. 134

135 ر. 1

$$y = x + 3$$

$$ay - 2x = -2 \rightarrow a(x+3) - 2x = -2$$

$$\Rightarrow ax + 3a - 2x = -2$$

$$\Rightarrow x(a-2) = -2-3a$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2-3a}{a-2}$$

$$y = x + 3 = \frac{-2-3a}{a-2} + 3 = \frac{-8}{a-2}$$

نقطه تقاطع

$$\left(\frac{-2-3a}{a-2}, \frac{-8}{a-2} \right) \text{ است}$$

محور x را قطع می کند ($y=0$)

$$y = x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \rightarrow A = (-3, 0)$$

$$a(0) - 2x = -2 \rightarrow x = 1 \rightarrow B = (1, 0)$$

$$m = \frac{2}{a}, m_1 = 1$$

$$\Rightarrow m_1 \times m_2 = -1 \rightarrow 1 \times \frac{2}{a} = -1 \rightarrow a = -2$$

$$h = \left| \frac{-8}{-4} \right| = 2 \quad AB = 4 \quad \text{ارتفاع: فاصله عمودی از } x \text{ تا } \left(\frac{-2-3a}{a-2}, \frac{-8}{a-2} \right)$$

$$S = AB \times h \times \frac{1}{2} = 4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4$$



136. د.

معادله دایره دوم را به شکل استاندارد می نویسیم:

$$x^2 + y^2 - 2x - y = 1 \quad \rightarrow \quad (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - y + \frac{1}{4}) = 1 + 1 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow O_2(1, \frac{1}{2}) \text{ و } r_2 = \frac{3}{2}$$

دایره C با دایره هم‌محک است چون شعاع دایره C بزرگتر است ($\frac{3}{2} > 4$)

پس دایره C دایره هم‌را دربرمی‌گیرد و هم‌محک بودن معنی

$$d = r_1 - r_2$$

که ناممکن است.

$$d = \sqrt{(a-1)^2 + (a-\frac{1}{2})^2}$$

پس داریم:

$$\sqrt{(a-1)^2 + (a-\frac{1}{2})^2} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$= (a-1)^2 + (a-\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$$

$$(a^2 - 2a + 1) + (a^2 - a + \frac{1}{4}) = \frac{25}{4}$$

$$2a^2 - 3a - 5 = 0$$

$$(2a-5)(a+1) = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ یا } a = -1$$

نقطه هم‌محک با $a = \frac{5}{2}$ در ناحیه مجزا قرار می‌گیرد ✓

چون دایره C به دایره $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ است.

$$\sqrt{(\frac{5}{2})^2 + (\frac{5}{2})^2} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

ناممکن از جهت



25137

$$\frac{1}{3a+1} \leq \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3}$$

$$\frac{1}{3a+1} \leq \frac{1}{5} \quad \text{و} \quad \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3}$$

$$\textcircled{1} a \geq \frac{4}{3}, \textcircled{2} a < 4 \Rightarrow \frac{4}{3} \leq a < 4$$

$$\Rightarrow a = 2, 3$$

3. 138

$$\text{میانگین} = \frac{(\text{اعداد فرد} + \text{اعداد زوج})}{2}$$

$$= \frac{172+a}{2} = 87 \Rightarrow 172+a = 174$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$\text{تعداد} = \frac{172-2}{10} + 1 = 18$$

$$\text{مجموع} = 18 \times 87 = 1566$$



2. 139

$$3x^3 + x^2 + ax = -2 \xrightarrow{x=-2} -24 + 4 - 2a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2a = -18 \Rightarrow a = -9$$

$$\Rightarrow (x+2)(3x^2 - 5x + 1)$$

$\downarrow$
 $x = -2$

$\rightarrow P = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow P' = -2 \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

4. 140

$$b + c = a + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3 \xrightarrow{\text{جایگزینی}} \sqrt{b + c} + \sqrt{c} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{b + c} = 3 - \sqrt{c} \rightarrow b + c = 9 + c - 6\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{c} = 3 \rightarrow \sqrt{c} = \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$\log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \log_2 2 = -2$$

