



بیستوفیل

حسابان یازدهم-فصل ۴
ریاضی





نوترفیل خونه رتبه برترها

قبولی های کنکور ۱۴۰۴



تک رتبه نوترفیل

رتبه ۸
ایمان نیکانام جهرمی

دور رتبه های نوترفیل

رتبه ۳۲
امیرمحمد رضائی

رتبه ۲۰
سینا راضی

رتبه ۱۶
آریا قهرمانی

رتبه ۱۴
امیرمحمد کیانی

رتبه ۸۰
محمد مهدی شریفی

رتبه ۷۵
محمد صالح عارفی

رتبه ۶۱
بهار هلالی

رتبه ۵۹
ایمان انفرادی

رتبه ۵۵
مهسا سیاوشی

سه رتبه و چهار رتبه های نوترفیل

رتبه ۲۲۲
امیرمحمد شکوهی

رتبه ۱۶۹
هانیه خواجه

رتبه ۱۶۰
اشکان کوثری

رتبه ۱۴۷
محدثه حیدری

رتبه ۲۵۹
ابوالفضل ناصران

رتبه ۴۳۲
سید محمدصادق حسینی

رتبه ۳۴۱
حمیدرضا بشیری

رتبه ۳۰۸
سید علی اکرمی

رتبه ۲۷۱
فاطمه سادات موسوی

رتبه ۴۷۳
زهرا بابائی

رتبه ۵۳۹
نجمه کیخا

رتبه ۵۳۷
ریحانه حیدری

رتبه ۵۲۳
فاطمه شاهسوند

رتبه ۵۱۴
محمدپارسا عبدالله آبادی

رتبه ۴۲۳
زهره بابائی

رتبه ۶۶۱
فاطمه اصغری

رتبه ۶۰۶
سجاد محمودی زاده

رتبه ۵۷۰
زهرا ولی نژاد

رتبه ۵۵۷
محمد صالح زارعی

رتبه ۵۴۶
حسین تفضلی نژاد

رتبه ۷۸۱
احسان قنبری

رتبه ۷۱۴
محمد یزدیان

رتبه ۶۹۱
بهار ضرغامی

رتبه ۶۷۲
محمدماهان عنبرستانی

رتبه ۶۶۷
سیاوش مصطفایی

رتبه ۹۰۹
کیمیا فدائی

رتبه ۸۹۳
فاطمه مشاوری نجف آبادی

رتبه ۸۰۴
آرمین رضایی

رتبه ۸۰۳
ماتده رنجبر

رتبه ۷۸۶
نیما غفاری

رتبه ۱۱۲۷
زهرا بابائی

رتبه ۱۱۲۲
علی طاهر زاده

رتبه ۱۰۵۸
الینا جلالی فر

رتبه ۱۰۵۲
پویان فریور افشار

رتبه ۹۴۷
صفورا بقائی

رتبه ۱۳۵۰
علی زینلی

رتبه ۱۲۸۴
فاطمه معین زاده

رتبه ۱۲۸۴
بهار امیری

رتبه ۱۲۳۶
مبینا ایزدی

رتبه ۱۲۳۴
مطهره توحیدی

رتبه ۱۵۰۳
فاطمه رحیم زاده

رتبه ۱۴۹۳
محمد مهدی خرم زاده

رتبه ۱۴۸۳
سینا خاوری خراسانی

رتبه ۱۴۲۴
سید امیرحسین حسینی

رتبه ۱۳۷۲
پارسا رضایی

رتبه ۱۶۹۶
ندا ملکشاهی

رتبه ۱۶۷۸
سجاد ینکی

رتبه ۱۶۳۹
ابوالفضل نیرومند

رتبه ۱۶۲۸
امیرمحمد فکور حقیقی

رتبه ۱۵۳۴
فاطمه عبیری

رتبه ۲۵۵۹
سارا حمزه

رتبه ۲۰۱۵
علی شیرزاد

رتبه ۱۹۶۶
مهسا رضایی مقدم

رتبه ۱۷۵۴
هلیا حاجیلوئی

رتبه ۱۷۳۱
محمد رضا محسنی

رتبه ۲۷۹۴
مریم بادلی

رتبه ۲۷۸۱
سعید شبانی

رتبه ۲۷۵۱
فهمیه سیدآبادی

رتبه ۲۷۱۱
محمد غلامی

رتبه ۲۶۲۵
زهرا جمعی

رتبه ۳۳۴۳
سینا ارزمانی

رتبه ۳۲۴۴
هلیا سجادی

رتبه ۳۱۳۳
صبا شایع ثانی

رتبه ۲۸۸۱
پارسا جمال امیدی

رتبه ۲۸۱۰
هدیه رحیمی



مشاوره کنکور نوتروفیل

بیستوفیل حسابان فصل ۴

یازدهم

سال یازدهم

ریاضی

فهرست

درس اول : رادیان

۱..... مفهوم رادیان، طول کمان مقابل به زاویه، تبدیل رادیان و درجه

درس دوم : نسبت های مثلثاتی برخی زاویه ها

۲..... نسبت های مثلثاتی زوایای قرینه، متمم، مکمل و حالات دیگر

درس سوم : توابع مثلثاتی

۳..... توابع مثلثاتی $y=\sin x$ و $y=\cos x$ و نمودار آن ها

درس چهارم : روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

۴..... نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه

۴..... نسبت های مثلثاتی دو برابر و سه برابر زاویه



درس اول : رادیان



مفهوم رادیان، طول کمان مقابل به زاویه، تبدیل رادیان و درجه

۱ در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف مقدار $[\sin 6]$ برابر است. (زاویه برحسب رادیان است).

ب انتهای کمان مقابل به زاویه 10° رادیان در ربع دایره مثلثاتی قرار دارد.

ج توابع $f(x) = |\cos x|$ و $g(x) = |1 - x^2|$ در نقطه متقاطع هستند.

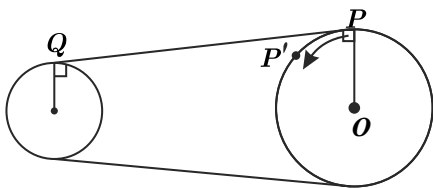
د ماکزیمم مقدار تابع $y = 3 - |\sin x|$ برابر است با

ه اگر اندازه دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{5}$ و $\frac{2\pi}{5}$ رادیان باشد، اندازه زاویه سوم درجه است.

۲ در دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر، طول کمان مقابل به زاویه مرکزی 20° را به دست آورید.

۳ در شکل زیر یک تسمه، دو قرقره به شعاع‌های 10cm و 2.5cm را به هم وصل کرده است. وقتی قرقره بزرگ‌تر $\frac{\pi}{5}$ رادیان می‌چرخد،

قرقره کوچک‌تر چند رادیان می‌چرخد؟ $(\widehat{POP'} = \frac{\pi}{5})$



۴ مخروطی با شعاع قاعده ۶ سانتی‌متر و ارتفاع ۸ سانتی‌متر بر روی صفحه‌ای گسترده شده است. زاویه قطاع حاصل چند رادیان است؟

۵ در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی 20° را تعیین کنید.

۶ در چرخ فلکی، فاصله هر کابین از مرکز چرخ فلک برابر 0.3 متر است. فرض کنید یک کابین هنگام حرکت، کمانی به اندازه 150° طی کند؛

الف اندازه کمان را بر حسب رادیان به دست آورید.

ب طول کمان طی شده توسط این کابین چند سانتی‌متر است؟ $(\pi \cong 3.14)$

۷ شخصی دور زمین دایره‌ای شکل به شعاع 10 متر در حال دوچرخه‌سواری است. اگر زاویه‌ای که شخص طی کرده است 90° درجه باشد، او چه مسافتی را رکاب زده است؟

۸ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف حاصل عبارت $\tan(-60^\circ)$ برابر با است.

ب زاویه مرکزی روبه‌رو به کمانی به طول $\frac{1}{8}\text{cm}$ در دایره‌ای به شعاع 4cm برابر رادیان است.

۹ انتهای کمان زاویه $\frac{7\pi}{5}$ رادیان در ناحیه مثلثاتی است.

اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۱۰ طول برف‌پاک‌کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی‌متر است. اگر برف‌پاک‌کن کمانی به اندازه 60° درجه طی کند، آنگاه طول کمان طی شده توسط

نوک برف‌پاک‌کن چند سانتی‌متر است؟ $(\pi \cong 3.14)$





درس دوم : نسبت های مثلثاتی برخی

نسبت های مثلثاتی زوایای قرینه، متمم، مکمل و حالات دیگر

۱۱ حاصل عبارت $A = \frac{\cos 3x}{\sin 2x} + \frac{\cot 4x}{\tan x}$ را به ازای $x = \frac{\pi}{10}$ حساب کنید.

۱۲ گزینه مناسب را انتخاب کنید.

الف) حاصل عبارت $\sin \frac{\alpha}{3} \cos \frac{\alpha}{3}$ برابر با کدام گزینه است؟

۱) $\sin \alpha$ ۲) $\sin 2\alpha$ ۳) $\frac{1}{2} \sin \alpha$ ۴) $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$

ب) حاصل $\tan(-\frac{\pi}{3} - \alpha)$ برابر است با:

۱) $\cot \alpha$ ۲) $-\cot \alpha$ ۳) $\tan \alpha$ ۴) $-\tan \alpha$

۱۳ مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را به دست آورید.

الف) $\sin(315^\circ)$ ب) $\cos(-\frac{29\pi}{3})$ ج) $\tan(\frac{11\pi}{6})$

۱۴ اگر $\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان θ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\cot(\frac{\pi}{3} - \theta)$ را بیابید.

۱۵ حاصل عبارت $\frac{\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - \cos(\theta - \frac{11\pi}{2})}{\cos(\theta - 5\pi) + \sin(7\pi - \theta)}$ را به دست آورید.

۱۶ اگر $A = \sin 16^\circ + \cos 11^\circ - \sin 21^\circ$ باشد، مقدار A را به دست آورید.

۱۷ حاصل عبارت $\sin(\pi - \theta) + \sin(\pi + \theta) + \cos(\frac{\pi}{3} + \theta) + \cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)$ را بر حسب θ بیابید.

۱۸ مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

الف

$$\sin(\frac{5\pi}{4}) + \cos(300^\circ)$$

ب

$$\cos(15^\circ)$$

۱۹ اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ حاصل عبارت $\sin(4\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2 \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$ را به دست آورید.

۲۰ اگر مخرج کسر زیر صفر نباشد، حاصل عبارت را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}$$

۲۱ مقدار عبارت های زیر را به دست آورید.

الف

$$\cos(-240^\circ) + \tan \frac{7\pi}{4} - \sin^2 135^\circ$$



$$\cos(22,5)^\circ$$

۲۲ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف $\cos\left(\frac{\pi}{3} + a\right) = \sin(2\pi - a)$

۲۳ مقدار نسبت مثلثاتی $\tan\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$ را به دست آورید.

۲۴ حاصل عبارت $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ کدام گزینه است؟

۱) $\tan \theta$ ۲) $-\tan \theta$ ۳) $\cot \theta$ ۴) $-\cot \theta$

۲۵ مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را به دست آورید.

الف) $\tan\left(\frac{9\pi}{4}\right)$

ب) $\cos 135^\circ$



درس سوم : توابع مثلثاتی

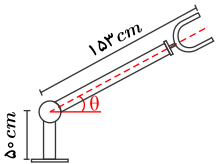


توابع مثلثاتی $y = \sin x$ و $y = \cos x$ و نمودار آن‌ها

۲۶ نمودار تابع $f(x) = 1 + \left|\cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)\right|$ را در بازه $\left[0, \frac{5\pi}{4}\right]$ رسم کنید.

۲۷ اگر $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$ باشد، حدود تغییرات $\cos \theta$ را بیابید.

۲۸ با توجه به شکل ربات صنعتی، ارتفاع نوک گیره ربات را از سطح زمین به کمک یک تابع مثلثاتی مدل‌سازی کنید. $(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4})$



۲۹ نمودار تابع $y = |\cos x|$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.

۳۰ نمودار تابع $y = 1 - 2 \cos x$ را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۳۱ نمودار تابع $f(x) = -\sin x + 1$ را به کمک نمودار $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۳۲ نمودار تابع $f(x) = 1 - |\sin x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.

۳۳ نمودار تابع $f(x) = 1 - |\cos x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید و برد آن را بنویسید.

۳۴ نمودار تابع $y = -|\cos x| + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده و برد تابع را مشخص کنید. (مراحل رسم را نشان دهید)

۳۵ الف) نمودار تابع مثلثاتی $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

ب) نمودار تابع قسمت الف) در چه نقاطی محور x ها را قطع می‌کند؟

۳۶ نمودار تابع مثلثاتی $y = |\sin x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.



درس چهارم : روابط مثلثاتی مجموع و

تفاضل زوایا

نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

۳۷ الف) زاویه 225° درجه برابر $\frac{5\pi}{4}$ رادیان است.

ب) در دایره های به محیط 12π طول کمان مقابل زاویه 150° درجه برابر 5π است.

ج) اگر α زاویه ای در ربع اول و $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$ برابر $\frac{4}{3}$ است.

د) مقدار 75° \cot برابر با $-\sqrt{3}$ است.

ه) $\sin \alpha - \cos \alpha = -\sqrt{2} \cos(\alpha + \frac{\pi}{4})$

۳۸ درستی اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 2 \cot x$$

۳۹ مقدار $\sin \frac{\pi}{8}$ را محاسبه کنید.

۴۰ فرض کنید $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع دوم قرار دارد. مقدار $\sin(\alpha + 30^\circ)$ را محاسبه کنید.

۴۱ ساده شده عبارت $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ را بر حسب 2α به دست آورید.

۴۲ حاصل عبارت $\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + \cos x$ را به دست آورید.

۴۳ اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ ، α زاویه ای حاده و انتهای کمان روبه رو به زاویه β در ربع سوم باشد، حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ را به دست آورید.

۴۴ اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ و α زاویه ای حاده و β زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.

۴۵ فرض کنید $\cos \beta = \frac{12}{13}$ و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ، انتهای کمان α در ربع چهارم و انتهای کمان β در ربع اول باشد. حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.

نسبت های مثلثاتی دو برابر و سه برابر زاویه

۴۶ حاصل عبارت $A = 8 \sin \frac{x}{2} \cos^3 \frac{x}{2} - 8 \sin^3 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ را به ازای $x = 15^\circ$ محاسبه کنید.

۴۷ اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ و $\cos x = \frac{-\sqrt{5}}{3}$ باشد، مقادیر $\sin 2x$ و $\cos 2x$ را بیابید.

۴۸ اگر $\sin a = \frac{3}{5}$ و $\tan \beta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$ و انتهای کمان a در ربع اول و β در ربع دوم باشد، مقدار دقیق $\cos(a + \beta)$ و $\sin 2a$ را بیابید.

۴۹ کدام یک از روابط مثلثاتی زیر درست نیست؟

$$(1) \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$(2) \cos 2a = -2 \cos^2 a + 1$$

$$(3) \sin 2a = 2 \cos a \cdot \sin a$$

$$(4) \cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$$



با استفاده از روابط نسبت‌های مجموع دو زاویه نشان دهید: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ۵۰





پاسخنامه تشریحی

۱ الف

$$\frac{3\pi}{2} < \epsilon^{rad} < 2\pi \Rightarrow -1 < \sin \epsilon < 0 \Rightarrow |\sin \epsilon| = -1$$

۶ رادیان در ربع چهارم قرار دارد.

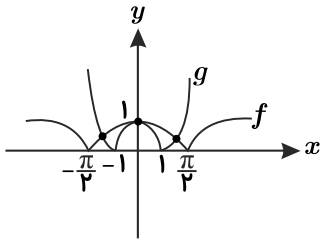
(صفحه ۹۴ کتاب درسی)

(ب)

$$1 \text{ rad} \approx 1 \times 57^\circ = 57^\circ \text{ ربع سوم}$$

(صفحه ۹۲ تا ۹۷ کتاب درسی)

(ج) در ۳ نقطه متقاطع‌اند.



(صفحه ۱۰۵ تا ۱۰۹ کتاب درسی)

(د)

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |\sin x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -|\sin x| \leq 0 \Rightarrow 2 \leq 3 - |\sin x| \leq 3 \Rightarrow 2 \leq y \leq 3 \Rightarrow \max(y) = 3$$

(صفحه ۱۰۵ تا ۱۰۹ کتاب درسی)

(ه)

$$\frac{\pi}{5} = 36^\circ, \frac{2\pi}{5} = 72^\circ \Rightarrow \alpha + 36^\circ + 72^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

(صفحه ۹۲ تا ۹۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(ج) ۳ (۲۵، نمره)

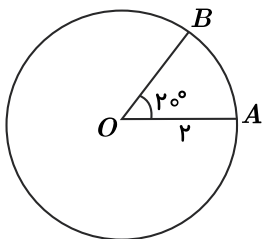
(ب) سوم (۲۵، نمره)

الف) ۱ - (۲۵، نمره)

(ه) ۷۲ (۲۵، نمره)

د) ۳ (۲۵، نمره)

۲



$$\frac{D}{180} = \frac{\alpha (\text{برحسب رادیان})}{\pi} \Rightarrow \frac{20}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$$

$$\widehat{AB} = r \cdot \alpha = 2 \times \frac{\pi}{9} = \frac{2\pi}{9} \text{ cm}$$

(صفحه ۹۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\frac{D}{180} = \frac{\alpha (\text{برحسب رادیان})}{\pi} \Rightarrow \frac{20}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{9} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$L = r \cdot \alpha \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow L = 2 \times \frac{\pi}{9} = \frac{2\pi}{9} \text{ cm (نمره ۲۵)}$$

۳ ابتدا مسافتی را که نقطه P روی محیط دایره بزرگ‌تر طی می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\widehat{PP'} = r \cdot \theta = 10 \times \frac{\pi}{5} = 2\pi \text{ cm}$$

چون هر دو قرقره با یک تسمه به هم متصل هستند؛ پس قرقره کوچک‌تر نیز ۲π cm حرکت می‌کند.

$$l = r \cdot \theta \Rightarrow 2\pi = \frac{5}{2} \cdot \theta \Rightarrow \theta = 2\pi \times \frac{2}{5} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad}$$

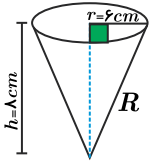
(صفحه ۹۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\widehat{PP'} = r \cdot \theta = 10 \times \frac{\pi}{5} = 2\pi \text{ cm (نمره ۵)}$$

قرقره کوچکتر نیز $2\pi \text{ cm}$ حرکت می‌کند. (نمره ۲۵)

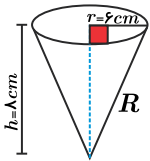
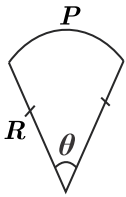
$$l = r \cdot \theta \Rightarrow 2\pi = \frac{5}{2} \cdot \theta \Rightarrow \theta = 2\pi \times \frac{2}{5} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad (نمره ۵)}$$



$$R^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow R = 10$$

$$\text{محیط قاعده مخروط} = \text{طول کمان} = 2\pi r = 12\pi$$

$$\theta = \frac{P}{R} = \frac{12\pi}{10} = \frac{6\pi}{5} \text{ rad}$$



$$R^2 = 100 \Rightarrow R = 10 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\text{طول کمان} = 2\pi r = 12\pi \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\theta = \frac{P}{R} \text{ (نمره ۲۵)} = \frac{12\pi}{10} = \frac{6\pi}{5} \text{ rad (نمره ۲۵)}$$

$$\theta = 20^\circ \rightarrow \theta = \frac{\pi}{9} \quad l = r\theta = 3 \times \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$$

$$\frac{150}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{6}$$

$$L = r\theta = 30 \times \frac{5\pi}{6} \Rightarrow L = 25\pi \approx 78.5 \text{ cm}$$

۷

$$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{l}{r} \rightarrow l = 10 \times \frac{\pi}{2} = 5\pi$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \rightarrow \theta = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{l}{25} \rightarrow l = 25 \times \frac{\pi}{3} = 25\pi/3$$

$$3x + 2x = 5x \xrightarrow{x=1} 5x = \frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad 4x + x = 5x \xrightarrow{x=1} 5x = \frac{\pi}{2}$$

(صفحه ۹۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

۵

۶

الف

ب

۸

الف

ب

۹

گزینه ۳، سوم

۱۰

۱۱



زوایای $3x$ و $2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{10}$ زوایای متمم هستند. همچنین زوایای x و $4x$ نیز به ازای $x = \frac{\pi}{10}$ زوایای متمم هستند؛ بنابراین تانژانت یکی با کتانژانت دیگری و سینوس یکی با کسینوس دیگری برابر است؛ در نتیجه داریم:

$$\cos 3x = \sin 2x, \cot 4x = \tan x$$

$$\rightarrow A = \frac{\cos 3x}{\sin 2x} + \frac{\cot 4x}{\tan x} \xrightarrow{x=\frac{\pi}{10}} A = 1 + 1 = 2$$

(صفحة ۹۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{cases} 3x + 2x = 5x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{10}} 5x = \frac{\pi}{2} \text{ متمم} \\ 4x + x = 5x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{10}} 5x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos 3x = \sin 2x, \cot 4x = \tan x \text{ (نمره ۵)}$$

$$\rightarrow A = \frac{\cos 3x}{\sin 2x} + \frac{\cot 4x}{\tan x} \xrightarrow{x=\frac{\pi}{10}} A = 1 + 1 = 2 \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۲

الف) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sin \alpha$

(صفحة ۱۱۲ کتاب درسی)

ب) $\tan\left(-\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -(-\cot \alpha) = \cot \alpha$

(صفحة ۹۸ و ۹۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

ب) گزینه ۱ (۵ نمره)

الف) گزینه ۳ (۵ نمره)

۱۳

الف) $\sin 315^\circ = \sin(360^\circ - 45^\circ) \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} \sin 315^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب) $\cos\left(-\frac{29\pi}{3}\right) = \cos \frac{29\pi}{3} = \cos\left(\frac{30\pi - \pi}{3}\right) = \cos\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{\text{ربع چهارم}} \cos\left(-\frac{29\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

ج) $\tan\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

(صفحة ۱۰۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $\sin 315^\circ = \sin(360^\circ - 45^\circ) \text{ (نمره ۲۵)} = -\sin 45^\circ \text{ (نمره ۲۵)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (نمره ۲۵)}$

ب) $\cos\left(-\frac{29\pi}{3}\right) = \cos\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (نمره ۲۵)} = \cos \frac{\pi}{3} \text{ (نمره ۲۵)} = \frac{1}{2} \text{ (نمره ۲۵)}$

ج) $\tan\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (نمره ۲۵)} = -\tan \frac{\pi}{6} \text{ (نمره ۲۵)} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (نمره ۲۵)}$

۱۴

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\cos \theta = \pm \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ناحیه دوم}} \cos \theta = -\frac{1}{3}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

(صفحة ۱۰۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cos \theta = -\frac{1}{3} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta \text{ (نمره ۲۵)} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ (نمره ۲۵)} = -2\sqrt{2} \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۵ با توجه به اینکه:



$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos\theta$$

$$\cos\left(\theta - \frac{11\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{11\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$$

$$\cos(\theta - 5\pi) = \cos(5\pi - \theta) = -\cos\theta$$

$$\sin(7\pi - \theta) = \sin\theta$$

بنابراین:

$$\frac{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\theta - \frac{11\pi}{2}\right)}{\cos(\theta - 5\pi) + \sin(7\pi - \theta)} = \frac{-\cos\theta + \sin\theta}{-\cos\theta + \sin\theta} = 1$$

(صفحة ۱۰۳ و ۱۰۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \text{ (نمره ۲۵)} - \cos\left(\frac{11\pi}{2} - \theta\right) \text{ (نمره ۲۵)}}{\cos(5\pi - \theta) \text{ (نمره ۲۵)} + \sin(7\pi - \theta)} =$$

$$\frac{-\cos\theta \text{ (نمره ۲۵)} + \sin\theta \text{ (نمره ۲۵)}}{-\cos\theta \text{ (نمره ۲۵)} + \sin\theta \text{ (نمره ۲۵)}} = 1 \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۶

$$A = \sin(180^\circ - 20^\circ) + \cos(90^\circ + 20^\circ) - \sin(180^\circ + 30^\circ)$$

$$= \sin 20^\circ - \sin 20^\circ - (-\sin 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(صفحة ۱۰۳ و ۱۰۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$A = \overbrace{\sin(180^\circ - 20^\circ)} \text{ (نمره ۲۵)} + \overbrace{\cos(90^\circ + 20^\circ)} \text{ (نمره ۲۵)} - \overbrace{\sin(180^\circ + 30^\circ)} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$= \underbrace{\sin 20^\circ - \sin 20^\circ + \sin 30^\circ} \text{ (نمره ۵)} = \frac{1}{2} \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۷

$$\sin(\pi - \theta) \stackrel{\text{نوم}}{=} \sin\theta ; \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \stackrel{\text{نوم}}{=} -\sin\theta$$

$$\sin(\pi + \theta) \stackrel{\text{سوم}}{=} -\sin\theta ; \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \stackrel{\text{سوم}}{=} -\sin\theta$$

$$\text{عبارت} = \sin\theta - \sin\theta - \sin\theta - \sin\theta = -2\sin\theta$$

(صفحة ۱۰۳ و ۱۰۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\underbrace{\sin\theta} \text{ (نمره ۲۵)} - \underbrace{\sin\theta} \text{ (نمره ۲۵)} - \underbrace{\sin\theta} \text{ (نمره ۲۵)} - \underbrace{\sin\theta} \text{ (نمره ۲۵)} = \underbrace{-2\sin\theta} \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۸

الف

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(30^\circ) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(36^\circ - 6^\circ) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(6^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

ب

روش اول:

$$\cos(15^\circ) = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos(45^\circ)\cos(30^\circ) + \sin(45^\circ)\sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

روش دوم:

$$\cos(15^\circ) = \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin(30^\circ)\cos(45^\circ) + \cos(30^\circ)\sin(45^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

روش سوم:



$$\cos^r \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos^r(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \rightarrow \cos^r(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\frac{\cos(15^\circ) > 0}{2} \rightarrow \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

* 19

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin(4\pi + \alpha) + \sin(\alpha - \pi) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \sin \alpha - \sin \alpha + 2\sin \alpha = 2\sin \alpha = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\sin(4\pi + \alpha) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sin(\alpha) + \sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = \frac{2\sin(\alpha)}{-\sin(\alpha)} = -2$$

$$\cos(-240^\circ) + \tan \frac{7\pi}{4} - \sin^r 135^\circ = \frac{-1}{2} + (-1) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^r = -2$$

$$\cos^r(22,5^\circ) = \frac{1 + \cos(45^\circ)}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \Rightarrow \cos^r(22,5^\circ) = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos(22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{23\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{23\pi}{4}\right) = -\tan\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(x) = 1 + \left| \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) \right| = 1 + |\sin x|$$

* 20

* 21

الف

ب

* 22

الف

درست

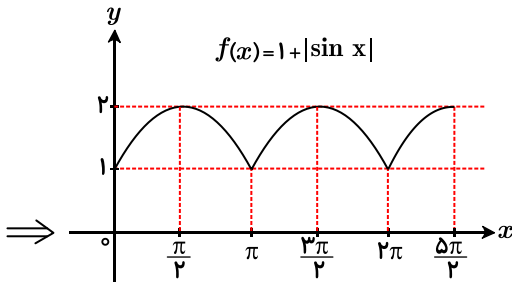
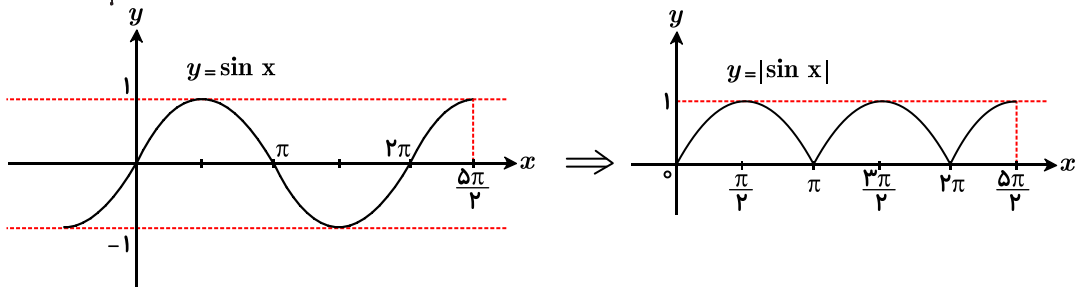
* 23

* 24 گزینه 4،

* 25 الف

(ب)

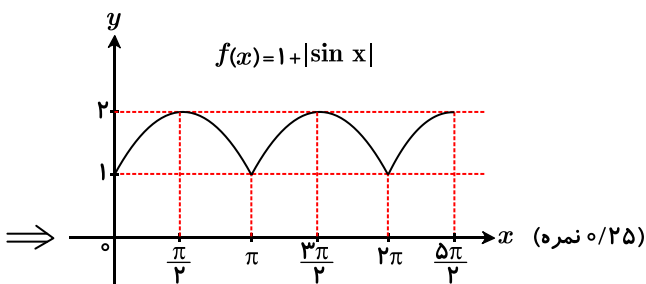
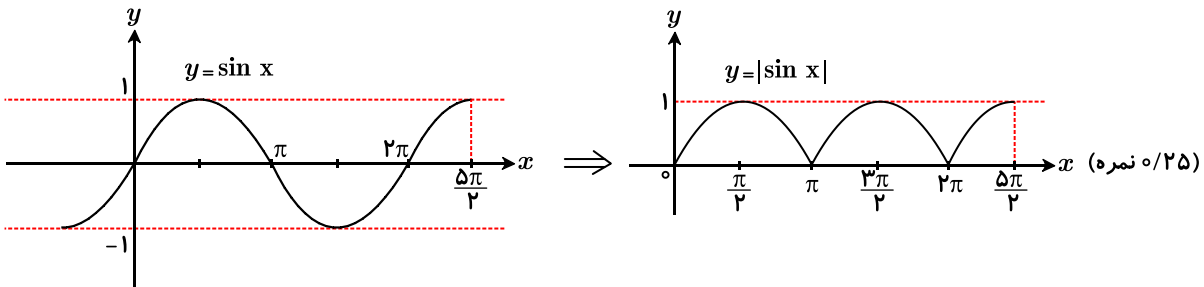
* 26



(صفحة ۱۰۰ و ۱۰۴ کتاب درسی)

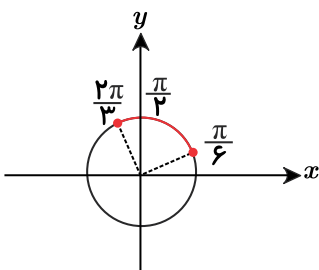
راهنمای تصحیح:

$$f(x) = 1 + \left| \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \right| = 1 + |\sin x| \quad (\text{نمره } ۰,۲۵)$$



در صورتی که دانش‌آموز مستقیماً نمودار نهایی را رسم کند، نمره کامل تعلق گیرد.

۲۷



$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{\pi}{6} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{\pi}{2} &= 0 \\ \cos \frac{2\pi}{3} &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

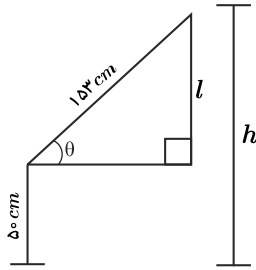
(صفحة ۱۰۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$\underbrace{\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}}_{\text{(نمره ۲۵)}} , \underbrace{\cos \frac{\pi}{2} = 0}_{\text{(نمره ۲۵)}} , \underbrace{\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}}_{\text{(نمره ۲۵)}} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{(نمره ۲۵)}$$

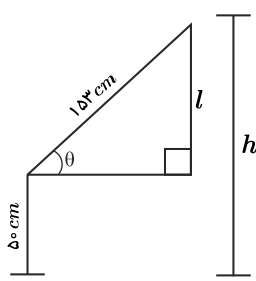
۲۸



$$\sin \theta = \frac{l}{153} \Rightarrow l = 153 \sin \theta$$

$$h = 50 + l \Rightarrow h = 50 + 153 \sin \theta$$

(صفحة ۱۰۸ کتاب درسی)
راهنمای تصحیح:

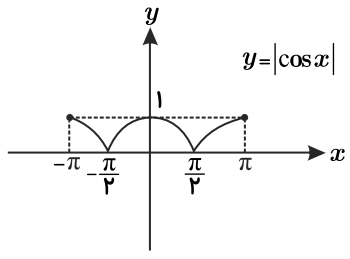
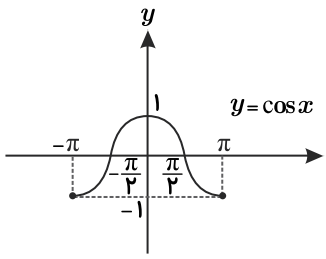


$$\sin \theta = \frac{l}{153} \Rightarrow l = 153 \sin \theta \quad \text{(نمره ۵)}$$

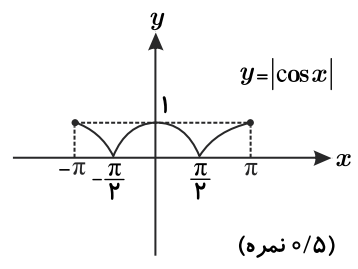
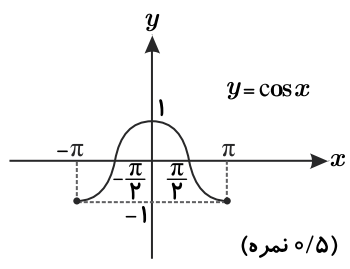
$$h = 50 + l \Rightarrow h = 50 + 153 \sin \theta \quad \text{(نمره ۵)}$$

(۲۵/۰ نمره)

۲۹ ابتدا نمودار تابع $y = \cos x$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کرده سپس بخش زیرین نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.



(صفحة ۱۰۸ کتاب درسی)
راهنمای تصحیح:

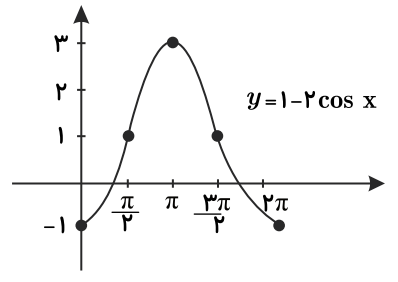
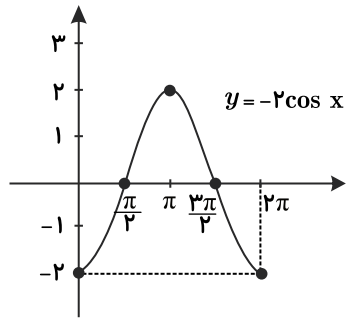
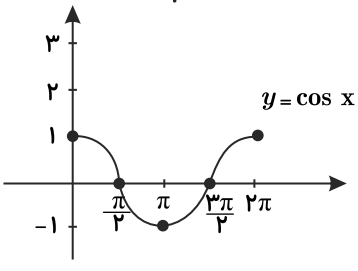
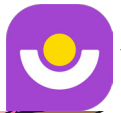


(۵/۰ نمره)

(۵/۰ نمره)

۳۰

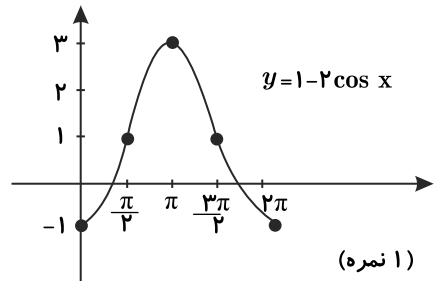
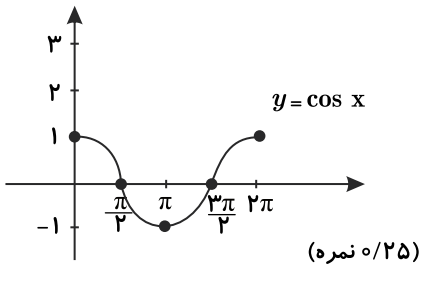
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	-1	1	3	1	-1



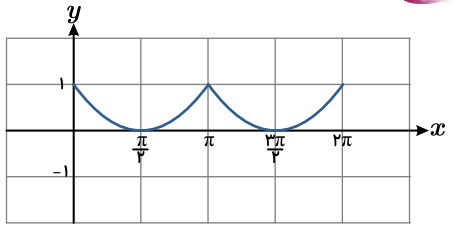
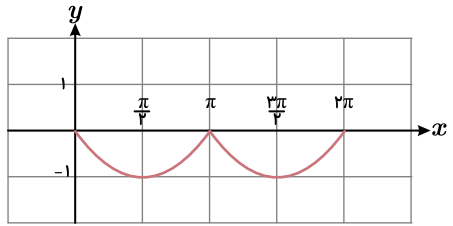
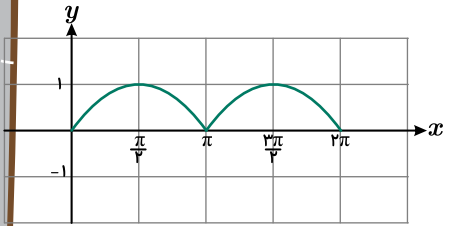
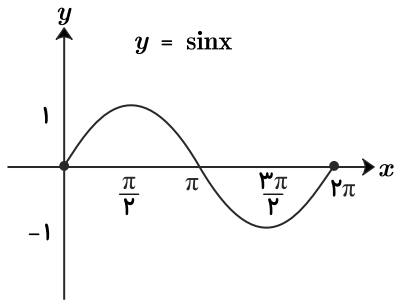
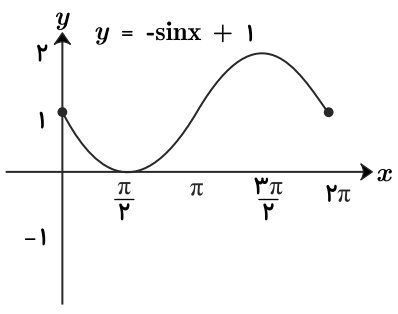
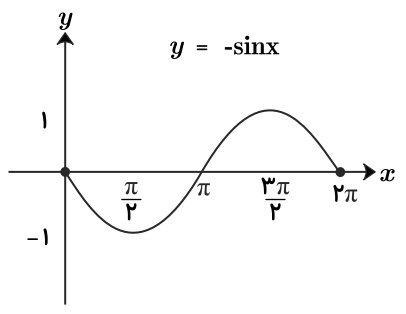
(صفحة ۱۰۷ کتاب درسی)
راهنمای تصحیح:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	-1	1	3	1	-1

(نمره ۰,۲۵)

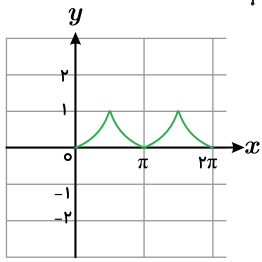


۳۱



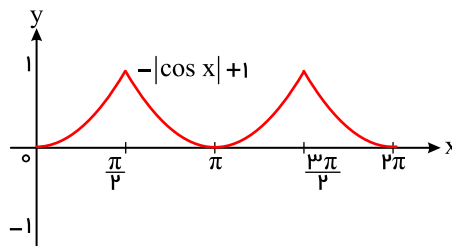
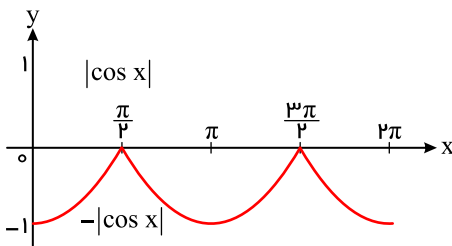
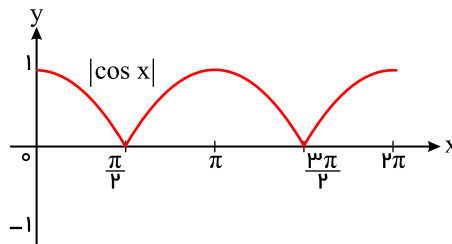
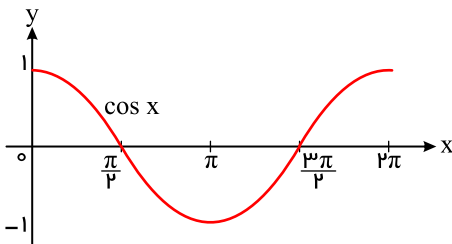
۳۲

۳۳



$[0, 1]$ برد

۳۴

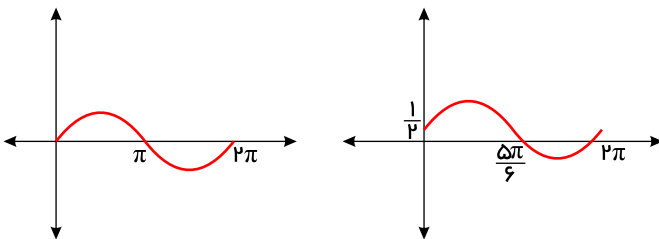


$R_f = [0, 1]$

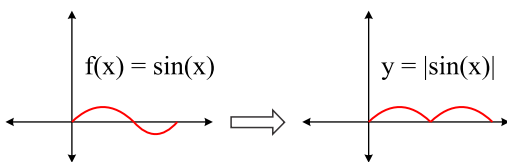
۳۵ الف) با توجه به نمودار $y = \sin(x)$ و با انتقال این نمودار به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به سمت

چپ بر روی محور x ها نمودار موردنظر به دست می‌آید.

ب) نمودار تابع در نقاط $\frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ محور x ها را قطع می‌کند.



۳۶



۳۷ الف) درست؛

(صفحه ۹۵ کتاب درسی)

ب) درست؛

(صفحه ۹۴ کتاب درسی)

ج) نادرست؛

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{225}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{225}{180} \pi = \frac{5\pi}{4}$$

$$2\pi r = 12\pi \Rightarrow r = 6 \quad \theta = 150^\circ = 5 \times 30^\circ = 5 \frac{\pi}{6}; L = r\theta \Rightarrow L = 6 \times \frac{5\pi}{6} = 5\pi$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = +\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

(صفحة ۹۸ کتاب درسی)

د) نادرست:

$$\cot 75^\circ = \cot(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \cot 3^\circ = \sqrt{3}$$

(صفحة ۱۰۱ کتاب درسی)

ه) درست:

$$-\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}(\cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$= -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right) = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha - \sin \alpha) = -(\cos \alpha - \sin \alpha) = \sin \alpha - \cos \alpha$$

(صفحة ۱۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) درست (۲۵، ۰ نمره)

د) نادرست (۲۵، ۰ نمره)

ج) نادرست (۲۵، ۰ نمره)

ب) درست (۲۵، ۰ نمره)

ه) درست (۲۵، ۰ نمره)

۳۸

$$\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} - \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{\cos 2\left(\frac{x}{2}\right)}{\frac{1}{2} \sin 2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$= \frac{2 \cos x}{\sin x} = 2 \cot x$$

(صفحة ۱۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{\overbrace{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}^{(۵، ۰ نمره)}}{\underbrace{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}_{(۵، ۰ نمره)}} = \frac{2 \cos x}{\sin x} \quad (۲۵، ۰ نمره) = 2 \cot x \quad (۲۵، ۰ نمره)$$

۳۹

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \cos \frac{\pi}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{4} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

(صفحة ۱۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\overbrace{\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha}^{(۵، ۰ نمره)} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \cos \frac{\pi}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \quad (۲۵، ۰ نمره)$$

$$\Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{4} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \quad (۲۵، ۰ نمره) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \quad (۲۵، ۰ نمره) \Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \quad (۲۵، ۰ نمره)$$

۴۰

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha + 3^\circ) = \sin \alpha \cdot \cos 3^\circ + \cos \alpha \cdot \sin 3^\circ$$

$$= \frac{5}{13} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{-12}{13}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{26} - \frac{12}{26} = \frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$$

(صفحة ۱۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



α در ربع دوم است؛ پس مقدار $\sin \alpha$ مثبت می‌باشد.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{5}{13} \text{ (نمره ۵)}$$

$$\sin(\alpha + 30^\circ) = \sin \alpha \cdot \cos 30^\circ + \cos \alpha \cdot \sin 30^\circ \text{ (نمره ۵)} = \frac{5}{13} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{12}{13} \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3} - 12}{26} \text{ (نمره ۵)}$$

۴۱ روش اول:

$$\begin{aligned} 2 \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right) &= 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) \\ &= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \sin(2\beta) &= 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \xrightarrow{\beta = \frac{\pi}{4} - \alpha} 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) = \cos(2\alpha) \end{aligned}$$

(صفحه ۱۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

روش اول:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \Rightarrow 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \\ &= \underbrace{2 \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right)}_{\text{(نمره ۲۵)}} \cdot \underbrace{\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha \right)}_{\text{(نمره ۲۵)}} \\ &= (\cos \alpha + \sin \alpha)(\cos \alpha - \sin \alpha) \text{ (نمره ۲۵)} \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha \text{ (نمره ۲۵)} \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \sin(2\beta) &= 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \text{ (نمره ۵)} \xrightarrow{\beta = \frac{\pi}{4} - \alpha} 2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) \text{ (نمره ۲۵)} = \cos(2\alpha) \text{ (نمره ۲۵)} \end{aligned}$$

۴۲

$$\begin{aligned} &\sqrt{2} \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) + \cos x \\ &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) + \cos x \\ &= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x - \cos x) + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x \end{aligned}$$

(صفحه ۱۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{aligned} &\sqrt{2} \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) + \cos x \text{ (نمره ۲۵)} \\ &= \sin x - \cos x + \cos x \text{ (نمره ۵)} = \sin x \text{ (نمره ۲۵)} \end{aligned}$$

۴۳

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{حاده}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5} \right)^2} = \frac{3}{5} \\ \cos \beta &= -\frac{12}{13} \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \sin \beta = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13} \right)^2} = -\frac{5}{13} \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5} \right) \left(-\frac{12}{13} \right) - \left(\frac{3}{5} \right) \left(-\frac{5}{13} \right) = \frac{-48 + 15}{65} = -\frac{33}{65} \end{aligned}$$

۴۴

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{حاده}} \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{منفرجه}} \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = \left(\frac{4}{5} \times -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

۴۵

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{16}{65}$$

۴۶ با استفاده از فرمول‌های $\cos^2 u - \sin^2 u = \cos 2u$ و $\sin 2u = 2 \sin u \cos u$ داریم:

$$A = 8 \sin \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} - 8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2})$$

$$= 8 \sin x \cos x = 4 \sin 2x$$

$$\xrightarrow{x=15^\circ} A = 4 \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

(صفحه ۱۱۱ و ۱۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$A = 8 \sin \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} - 8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}) \quad (25 \text{ نمره})$$

$$= 8 \sin x \cos x \quad (25 \text{ نمره}) = 4 \sin 2x \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\xrightarrow{x=15^\circ} A = 4 \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad (25 \text{ نمره})$$

۴۷

$$\cos x = \frac{-\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < x < \pi} \sin x = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{-4\sqrt{5}}{9}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{5}{9} - 1 = \frac{1}{9}$$

(صفحه ۱۱۰ تا ۱۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\cos x = \frac{-\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{-4\sqrt{5}}{9} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{5}{9} - 1 = \frac{1}{9} \quad (25 \text{ نمره})$$

۴۸

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{5}, \quad \frac{1}{\cos^2 \beta} = 1 + \tan^2 \beta = \frac{9}{5}$$

$$\sin \beta = \cos \beta \tan \beta, \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{24}{25}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \frac{-\sqrt{5}}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{-4\sqrt{5} - 6}{15}$$

۴۹ گزینه ۲،

۵۰

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$