



گروه آموزشی مشاوره‌ای نوتروفیل



درس

حسابان یازدهم - فصل ۳

نوتروپیست





نوترفیل خونه رتبه برترها

قبولی های کنکور ۱۴۰۴



تک رقیمی نوترفیل

رتبه ۸



ایمان نیک نام جهرمی

دور رقیمی های نوترفیل

رتبه ۳۲



امیرمحمد رضائی

رتبه ۲۰



سینا راضی

رتبه ۱۶



آریا قهرمانی

رتبه ۱۴



امیرمحمد کیانی

رتبه ۸۰



محمد مهدی شریفی

رتبه ۷۵



محمد صالح عارفی

رتبه ۶۱



بهار هلالی

رتبه ۵۹



ایمان انفرادی

رتبه ۵۵



مهسا سیاوشی

سه رقیمی و چهار رقیمی های نوترفیل

رتبه ۲۲۲



امیرمحمد شکوهی

رتبه ۱۶۹



هانیه خواجه

رتبه ۱۶۰



اشکان کوثری

رتبه ۱۴۷



محدثه حیدری

رتبه ۴۳۲



سید محمدصادق حسینی

رتبه ۳۴۱



حمیدرضا بشیری

رتبه ۳۰۸



سید علی اکرمی

رتبه ۲۷۱



فاطمه سادات موسوی

رتبه ۲۵۹



ابوالفضل ناصران

رتبه ۵۳۹



نجمه کیخا

رتبه ۵۳۷



ریحانه حیدری

رتبه ۵۲۲



فاطمه شاهسوند

رتبه ۵۱۴



محمدپارسا عبدالله آبادی

رتبه ۴۷۳



زهرا بابائی

رتبه ۶۶۱



فاطمه اصغری

رتبه ۶۰۶



سجاد محمودی زاده

رتبه ۵۷۰



زهرا ولی نژاد

رتبه ۵۵۷



محمد صالح زارعی

رتبه ۵۴۶



حسین تفضلی نژاد

رتبه ۷۸۱



احسان قنبری

رتبه ۷۱۴



محمد یزدیان

رتبه ۶۹۱



بهار ضرغامی

رتبه ۶۷۲



محمدماهان عنبرستانی

رتبه ۶۶۷



سیاوش مصطفایی

رتبه ۹۰۹



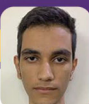
کیمیا فدائی

رتبه ۸۹۳



فاطمه مشاوری نجف آبادی

رتبه ۸۰۴



آرمین رضایی

رتبه ۸۰۳



مانده رنجبر

رتبه ۷۸۶



نیما غفاری

رتبه ۱۱۲۷



زهرا بابائی

رتبه ۱۱۲۲



علی طاهر زاده

رتبه ۱۰۵۸



الینا جلالی فر

رتبه ۱۰۵۲



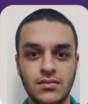
پویان فریور افشار

رتبه ۹۴۷



صفورا بقاءئی

رتبه ۱۳۵۰



علی زینلی

رتبه ۱۲۸۴



فاطمه معین زاده

رتبه ۱۲۸۴



بهار امیری

رتبه ۱۲۳۶



مبینا ایزدی

رتبه ۱۲۳۴



مطهره توحیدی

رتبه ۱۵۰۳



فاطمه رحیم زاده

رتبه ۱۴۹۳



محمد مهدی خرم زاده

رتبه ۱۴۸۳



سینا خاوری خراسانی

رتبه ۱۴۲۴



سید امیرحسین حسینی

رتبه ۱۳۷۲



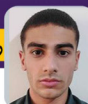
پارسا رضایی

رتبه ۱۶۹۶



ندا ملکشاهی

رتبه ۱۶۷۸



سجاد ینکی

رتبه ۱۶۳۹



ابوالفضل نیرومند

رتبه ۱۶۲۸



امیرمحمد فکور حقیقی

رتبه ۱۵۳۴



فاطمه عبیری

رتبه ۲۵۵۹



سارا حمزه

رتبه ۲۰۱۵



علی شیرزاد

رتبه ۱۹۶۶



مهسا رضایی مقدم

رتبه ۱۷۵۴



هللیا حاجیلوئی

رتبه ۱۷۳۱



محمد رضا محسنی

رتبه ۲۷۹۴



مریم بادلی

رتبه ۲۷۸۱



سعید شبانی

رتبه ۲۷۵۱



فهمیه سیدآبادی

رتبه ۲۷۱۱



محمد غلامی

رتبه ۲۶۲۵



زهرة جمعی

رتبه ۳۳۴۳



سینا ارزمانی

رتبه ۳۲۴۴



هللیا سجادی

رتبه ۳۱۳۳



صبا شایع ثانی

رتبه ۲۸۸۱



پارسا جمال امیدی

رتبه ۲۸۱۰



هدیه رحیمی

فصل ۳

□ توابع نمایی و لگاریتمی

سوال ۴۹ اگر توابع $f(x) = (2+a)^x$ و $g(x) = (a-1)^x$ نمایی باشند، حدود a کدام است؟

حل: تابع $y = b^x$ که در آن b عددی مثبت و مخالف یک است یک تابع نمایی است. پس:

$$f(x) = (2+a)^x \Rightarrow \begin{cases} 2+a > 0 \\ 2+a \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a > -2 \\ a \neq -1 \end{cases} \quad (1)$$

$$g(x) = (a-1)^x \Rightarrow \begin{cases} a-1 > 0 \\ a-1 \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a > 1 \\ a \neq 2 \end{cases} \quad (2)$$

اشتراک (1) و (2) $\rightarrow a > 1, a \neq 2$

سوال ۵۰ در تابع نمایی $f(x) = a^{x-2}$ ، $f(1) = 16f(5)$ ، آنگاه نمودار تابع f محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟ ($a > 0$)

$$f(1) = 16f(5) \xrightarrow{f(x)=a^{x-2}} a^{1-2} = 16a^{5-2} \Rightarrow a^{-1} = 16a^3$$

حل:

$$\rightarrow \frac{1}{a} = 16a^3 \Rightarrow a^4 = \frac{1}{16} \xrightarrow{a>0} \boxed{a = \frac{1}{2}}$$

پس $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ و داریم:

$$x = 0 \text{ یعنی } f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$$

سوال ۵۱ نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع‌اند. اگر

$$f(2) = \frac{1}{3} \text{ باشد مقدار } f^{-1}(27) \text{ کدام است؟}$$

حل: نمودارهای دو تابع متقاطع‌اند یعنی برابر هم‌اند و داریم:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 3^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} \Rightarrow 3^{-a+b} = 9 \Rightarrow \boxed{-a + b = 2} \quad (*)$$

$$3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (**)$$

از طرفی $f(2) = \frac{1}{3}$ ، بنابراین:

از حل $(*)$ ، $(**)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} -a + b &= 2 \\ 2a + b &= -1 \end{aligned} \quad 2a = -3 \Rightarrow \boxed{a = -1} \xrightarrow{(*)} \boxed{b = 1} \Rightarrow \boxed{f(x) = 3^{-x+1}} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

حال برای محاسبه $f^{-1}(27)$ کفایت معادله $f(x) = 27$ را حل کنیم:

$$3^{-x+1} = 27 = 3^3 \Rightarrow -x + 1 = 3 \rightarrow \boxed{x = -2}$$

سوال ۵۲ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = a + \log_7^{(bx-5)}$ از نقاط $(3, 9)$ ، $(2, 7)$ می‌گذرد. مقدار تابع را به ازای

$x = 7$ به دست آورید.

حل:

$$f(2) = 7 \Rightarrow a + \log_7^{(2b-5)} = 7$$

$$f(3) = 9 \Rightarrow a + \log_7^{(3b-5)} = 9$$

$$\begin{aligned} \log_c^a - \log_c^b &= \log_c^{\frac{a}{b}} \\ 2 &= \log_7^f \rightarrow 2 = 2 \log_7^f = 2 \end{aligned}$$

دو طرف معادله را از هم کم می‌کنیم. بنابراین:

$$\log_2^{(2b-5)} - \log_2^{(2b-5)} = 2 \Rightarrow \log_2^{\frac{2b-5}{2b-5}} = \log_2^4 \Rightarrow \frac{2b-5}{2b-5} = 4 \Rightarrow \boxed{b=3}$$

با جاگذاری در معادله اول داریم: $a + \log_2^1 = 7 \Rightarrow a = 6$

حال $f(7) = 7 + \log_2^{3 \times 7 - 5} = 7 + \log_2^{16} = 11$ را به دست می‌آوریم.

سوال ۵۳ تعداد جواب‌های معادله لگاریتمی $\log_3^{(5x^2+2x-7)} - \log_3^{(x-1)} = 2$ کدام است؟

حل:

$$\log_3^{(5x^2+2x-7)} - \log_3^{(x-1)} = 2 \xrightarrow{\log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}}} \Rightarrow \log_3^{\frac{5x^2+2x-7}{x-1}} = 2 \xrightarrow{\log_c^a = b \Rightarrow \frac{a}{c^b} = a} \frac{5x^2+2x-7}{x-1} = 9 = 9$$

$$5x^2+2x-7 = 9x-9 \rightarrow 5x^2-7x+2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{2}{5} \end{cases}$$

هیچکدام از مقادیر x قابل قبول نیستند. زیرا هر دو مقدار x در دامنه $\log_3^{(x-1)}$ که برابر $(1, +\infty)$ است قرار دارند.

پس معادله جواب ندارد.



سوال ۵۴ حاصل عبارت $\log_3^{\sqrt{3^{43}}} + \log_{\sqrt{3^7}}^9 - \log_8^{16}$ کدام است؟

حل:

$$\log_3^{\sqrt{3^5}} + \log_{\sqrt{3^2}}^{3^2} - \log_{2^2}^{2^2} = \log_3^{3^{\frac{5}{2}}} + \log_{3^{\frac{1}{2}}}^{3^2} - \frac{4}{3} \log_2^2$$

$$\frac{5}{2} \log_3^3 + \frac{4}{3} \log_3^3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{2} + \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}$$

تذکر:

$$\log_b^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a / \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\log_a^a = 1 (a > 0, a \neq 1)$$

تذکره در لگاریتم معمولاً چونکه با توان سر و کار داریم عبارات را طوری به ما می‌دهند که بتوان آنها را به توان رساند. مثلاً در عبارت 243 چون یکان 3 داشت می‌توان با تقسیم بر 3 بخش‌پذیری آن را و نوع توان آن را تشخیص داد.

سوال ۵۵ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ کدام است؟

حل: با توجه به لگاریتم داریم:

$$\log(x^2 - 3x) : x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x(x - 3) \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 0 \quad (1)$$

با توجه به وجود رادیکال با فرجه زوج باید عبارت زیر رادیکال، بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

$$1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5 \quad (2)$$

از اشتراک (1) و (2) داریم: $D_f = [-2, 0) \cup (3, 5]$

سوال ۵۶ اگر ریشه‌های معادله $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x}-1) - \log_{\sqrt{2}}|x-1| = -2$ یکی از ریشه‌های معادله

$$(m-1)x^2 + 3x - m = 0 \text{ باشد، } m \text{ کدام است؟}$$

حل: بدیهی است که این معادله به ازای $x > 1$ دارای جواب است. بنابراین داریم:

$$\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x}-1) - \log_{\sqrt{2}}|x-1| = -2 \xrightarrow{x>1} \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x-1) - \log_{\sqrt{2}}(x-1) = -2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x-1) = -2 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}(x-1) = 4 \rightarrow x-1 = (\sqrt{2}^4) = 2^2 = 4 \rightarrow x-1 = 4 \rightarrow \boxed{x=5}$$

چون که $x=5$ ریشه‌های معادله $(m-1)x^2 + 3x - m = 0$ می‌باشد داریم:

$$25(m-1) + 15 - m = 0 \Rightarrow 24m = 10 \Rightarrow m = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

سوال ۵۷ وارون تابع $f(x) = a + \log_3^{(bx+1)}$ از دو نقطه‌ی $A(3,1)$ و $B(5,13)$ عبور می‌کند. مقدار b

کدام است؟

$$(3,1) \in f^{-1} \Rightarrow (1,3) \in f \Rightarrow f(1) = 3 \Rightarrow a + \log_3^{(b+1)} = 3$$

حل:

$$(5,13) \in f^{-1} \Rightarrow (13,5) \in f \Rightarrow f(13) = 5 \Rightarrow a + \log_3^{(13b+1)} = 5$$

$$a + \log_3^{(13b+1)} - a - \log_3^{(b+1)} = 5 - 3$$

دو طرف معادله را از هم کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \log_3^{\left(\frac{13b+1}{b+1}\right)} = 2 \Rightarrow \frac{13b+1}{b+1} = 9 \Rightarrow 13b+1 = 9b+9 \Rightarrow \boxed{b=2}$$



سوال ۵۸ اگر $9\sqrt{3} = 9^x$ و $\log_{\frac{5}{2}}\sqrt{x} - \log_{\frac{5}{2}}^y = 1$ مقدار y کدام است؟

$$9\sqrt{3} = 9^x \rightarrow 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{2x} \rightarrow 3^{\frac{5}{2}} = 3^{2x} \rightarrow 2x = \frac{5}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{5}{4}}$$

حل:

$$\log_{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{5}{4}} - \log_{\frac{5}{2}}^y = \frac{1}{2} \log_{\frac{5}{2}}^{\frac{5}{4}} - \log_{\frac{5}{2}}^y = \frac{1}{2} \log_{\frac{5}{2}}^{\frac{5}{4}} - \log_{\frac{5}{2}}^y = \frac{1}{2} - \log_{\frac{5}{2}}^y = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{5}{2}}^y = 1 \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{2}}$$

سوال ۵۹ مجموع جواب‌های معادله $(\sqrt{x})^{\log_{\frac{5}{2}} x - 1} = 5$ کدام است؟

حل: از طرفین تساوی لگاریتم در مبنای 5 می‌گیریم.

$$\Rightarrow (\log_{\frac{5}{2}}^x - 1) \times \log_{\frac{5}{2}}^{\sqrt{x}} = \log_{\frac{5}{2}}^5 \Rightarrow (\log_{\frac{5}{2}}^x - 1) \times \frac{1}{2} \log_{\frac{5}{2}}^x = 1$$

$$\xrightarrow{\times(2)} (\log_{\frac{5}{2}}^x)^2 - \log_{\frac{5}{2}}^x - 2 = 0$$

با تغییر متغیر $\log_{\frac{5}{2}}^x = t$ داریم:

$$t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \rightarrow \log_{\frac{5}{2}}^x = 2 \rightarrow \boxed{x = 25} \\ t = -1 \rightarrow \log_{\frac{5}{2}}^x = -1 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{5}} \end{cases}$$

$$مجموع جواب‌ها: 25 + \frac{1}{5} = \frac{126}{5}$$

سوال ۶۰ از تساوی $\log_x^{(3x+8)} = 2 - \log_x^{(x-6)}$ ، مقدار لگاریتم x در پایه 4 کدام است؟

حل: $\log_x^{(3x+8)} = 2 - \log_x^{(x-6)} \xrightarrow[\text{عدد یک طرف}]{\text{لگاریتم‌ها یک طرف تساوی}} \log_x^{(3x+8)} + \log_x^{(x-6)} = 2$

$\xrightarrow{\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}} \log_x^{(3x+8)(x-6)} = 2 \xrightarrow{\log_c^a = b \rightarrow c^b = a} (3x+8)(x-6) = x^2$

$\rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2 \rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0$

$\xrightarrow{\div(2)} x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -3 < 0 \end{cases}$

به ازای $x = -3$ معادله لگاریتمی تعریف نمی‌شود.

$x = 8 \rightarrow \log_8^x = \log_8^8 = \log_{2^3}^{2^3} = \frac{3}{3} \log_{2^3}^{2^3} = \frac{3}{3}$