

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: حسابان



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۲۲ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال حسابان ۲۲ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی



پاسخنامه تشریحی

۱

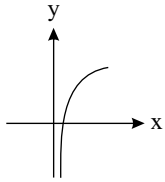
الف

نادرست

۲

الف

درست - پایه لگاریتم بزرگ‌تر از ۱ است و نمودار آن به صورت اکیداً صعودی است و در همسایگی راست صفر داریم:



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = -\infty$$

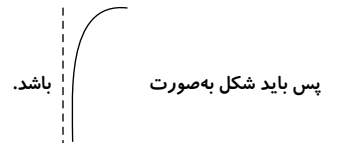
ب

نادرست - دامنه تابع $(2, +\infty)$ است و در همسایگی راست ۲ می‌توانیم به ۲ نزدیک شویم و چون

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow x > 2 \Rightarrow -x < -2 \Rightarrow [-x] = -3$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] + 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{-3 + 2}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



باشد.

پس باید شکل به صورت

۳

الف

$$m = 14$$

۴

الف

$+\infty$

۵

الف

$$y = -\frac{1}{2} \text{ و } y = \frac{1}{2}$$

۶

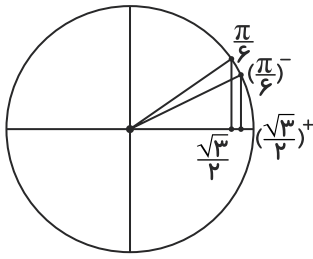
الف

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2 + 2x^2 + 1}{1 + 8x - x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x = -\infty$$

۷

توجه کنید که وقتی $x \rightarrow 3^+$ ، $-x \rightarrow -3^-$ ؛ بنابراین $[-x] = -4$.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[-x] + 3}{3 - x} = \frac{-4 + 3}{3 - (3^+)} = \frac{-4 + 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$



ب) طبق دایره مثلثاتی مقابل، وقتی $x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-$ ، مقدار $\cos x$ با مقادیر بیشتر از $\frac{\sqrt{3}}{2}$ به $\frac{\sqrt{3}}{2}$ میل می‌کند. پس:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} \frac{x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{6}}{2(\frac{\sqrt{3}}{2})^+ - \sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{6}}{(\sqrt{3})^+ - \sqrt{3}} = \frac{\pi}{\frac{0}{+}} = +\infty$$

(صفحة ۵۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[-x] + 3}{3 - x} = \frac{-4 + 3}{3 - (3^+)} = \frac{-4 + 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (نمره ۵)

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{6})^-} \frac{x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{6}}{2(\frac{\sqrt{3}}{2})^+ - \sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{6}}{(\sqrt{3})^+ - \sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{6}}{0^+} = +\infty$ (نمره ۵)

۸

الف

۹

الف

ب

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^f}{-x^f} = -1$$

۱۰) ابتدا ریشه‌های مخرج تابع را در بازه داده شده پیدا می‌کنیم:

با توجه به دایره مثلثاتی زیر داریم:

$$f(x) = \frac{1-x}{\sin x}, \quad [0, 2\pi]$$

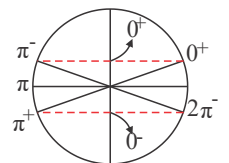
$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-x}{\sin x} = \frac{1-0}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{1-x}{\sin x} = \frac{1-\pi}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1-x}{\sin x} = \frac{1-\pi}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (2\pi)^-} \frac{1-x}{\sin x} = \frac{1-2\pi}{0^-} = +\infty$$



خطهای $x = 0$ و $x = \pi$ و $x = 2\pi$ مجانب‌های قائم تابع هستند.

۱۱) ابتدا ریشه‌های مخرج و دامنه تابع را مشخص می‌کنیم. داریم:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-x}, \quad x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0, x=1 \quad (1)$$

شرط رادیکال: $x^2-4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow |x| \geq 2 \Rightarrow x \leq -2$ یا $x \geq 2$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

تابع در همسایگی هیچ‌کدام از نقاط $x = 0$ و $x = 1$ تعریف نشده است، پس این تابع مجانب قائم ندارد.

۱۲) شکل شماره ۴

$$f(x) = \frac{1}{x - |x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \quad \text{مجانِب قائم}$$

۱۴ با توجه به قاعدهٔ پرتوان: $ax^n + bx^{n-1} + \dots + x \xrightarrow{\sim} \pm\infty ax^n$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx^r - (x-1)^r + x^r + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx^r - x^r + 3x^r - 3x + 1 + x^r + 2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} ((m-1)x^r + 4x^r - 3x + 3) = +\infty$$

$$\text{حالت ۱} \quad m = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^r - 3x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 4x^r = 4(-\infty)^r = 4(+\infty) = +\infty \quad \text{قابل قبول}$$

$$\text{حالت ۲} \quad m \neq 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} ((m-1)x^r + 4x^r - 3x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (m-1)x^r = (m-1)(-\infty)^r$$

$$\Rightarrow (m-1)(-\infty) = +\infty \Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow m < 1$$

در کل باید $m \leq 1$ باشد.

۱۵ با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \left[\frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)} \right]$$

$$\text{الف)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x)) = -2 \times (+\infty) = -\infty$$

$$\text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \left[\frac{-2}{+\infty} \right] = [0^-] = -1$$

۱۶ می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2x+1}{x-2} = -2$ ، حال باید ببینیم $\frac{-2x+1}{x-2}$ چگونه به -2 میل می‌کند. برای این کار -2 برابر مخرج را در صورت ایجاد می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{-2x+1}{x-2} \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{-2x+4-3}{x-2} \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{-2(x-2)}{x-2} + \frac{-3}{x-2} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[-2 + \frac{-3}{x-2} \right]$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-2 + \frac{-3}{x-2} \right] = \left[-2 + \frac{-3}{+\infty} \right] = [-2 + 0^-] = [-2 - \varepsilon] = -3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-2 + \frac{-3}{x-2} \right] = \left[-2 + \frac{-3}{-\infty} \right] = [-2 + 0^+] = [-2 + \varepsilon] = -2 \end{cases}$$

۱۷ الف)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r}{-x^r(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^r}{x^r} = 0$$

۱۸

نوتروفاينال حسابان ۲۲ خرداد

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

۱۹ در تابع $f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}$ ، خط $x = 3$ شرایط مجانب قائم را ندارد. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$x = -3$ مجانب قائم منحنی تابع f است.

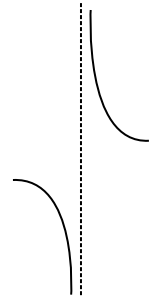
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



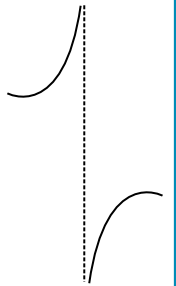
مجانِب افقی $y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0$

مجانِب قائم $x = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \end{array} \right\}$

مجانِب افقی $y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^2+2x} = 0$



۲۰



نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: هندسه



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۲۲ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال هندسه ۲۲ خرداد

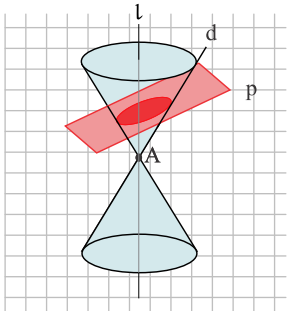
سال دوازدهم

ریاضی

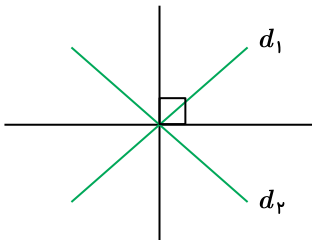


پاسخنامه تشریحی

- ۱ الف نادرست
- ۲ الف درست
- ۳ الف درست
- ۴ الف نادرست - مکان هندسی فوق، خط عمود بر خط d در نقطه A است.
- ۵ الف بیضی
- ۶ الف مشترک
- ۷ استوانه‌ای
- ۸ الف هذلولی
- ۹ الف گزینۀ ۲: اگر صفحه p بر محور سطح مخروطی عمود نبوده و با مولد سطح مخروطی موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، سطح مقطع حاصل یک بیضی خواهد بود.



ب) گزینۀ ۳: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع به فاصله یکسان باشند، دو خط عمود برهم هستند که همان نیمسازهای زوایای بین دو خط می‌باشند.



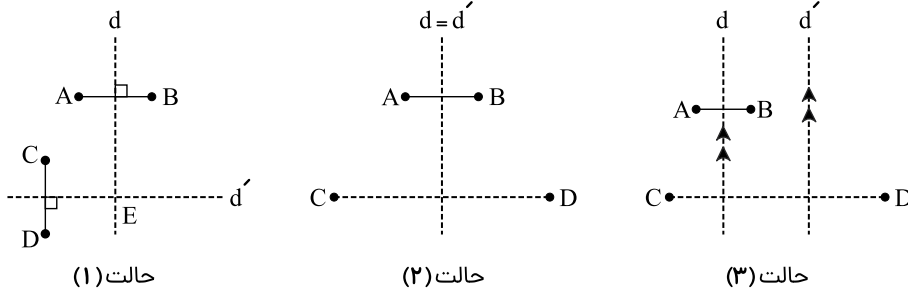
(صفحه ۳۵، ۳۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینۀ ۲ (۵ نمره)

ب) گزینۀ ۳ (۵ نمره)

۱۰) مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. این خط را d می‌نامیم؛ همچنین مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه C و D به یک فاصله باشد، عمودمنصف پاره‌خط CD است. این خط را d' می‌نامیم.



بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نقطه E)

اگر خطوط d و d' متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد. (حالت ۱)

اگر خطوط d و d' منطبق باشند، مسئله بی‌شمار جواب دارد. (حالت ۲)

اگر خطوط d و d' موازی باشند، مسئله جواب ندارد. (حالت ۳)

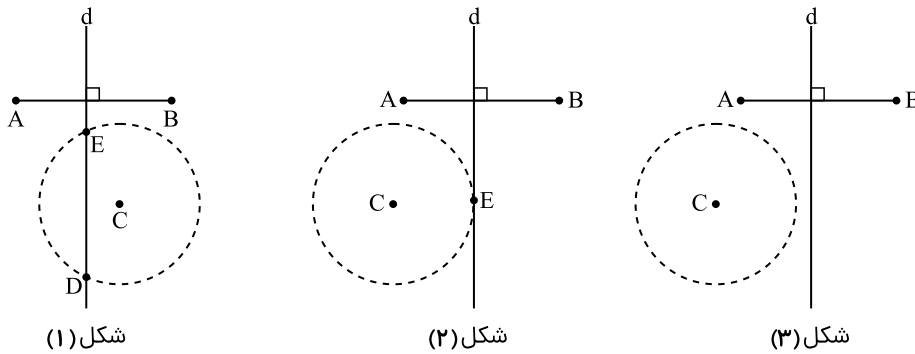
۱۱) مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است.

مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است.

بنابراین نقطه برخورد خط عمودمنصف و دایره جواب مسئله است.

اگر خط عمودمنصف (d) دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند (نقاط D و E) مسئله دو جواب دارد. (همانند شکل (۱))

اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (همانند شکل (۲)) و در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد. (همانند شکل (۳))



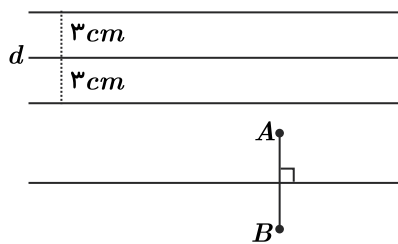
۱۲) راه حل اول:

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمود منصف AB و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳cm باشد، دو خط موازی d به فاصله ۳cm از آن هستند. بنابراین نقطه

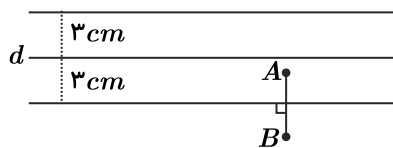
برخورد عمود منصف AB و دو خط موازی d جواب مسئله است.

راه حل دوم از طریق رسم شکل:

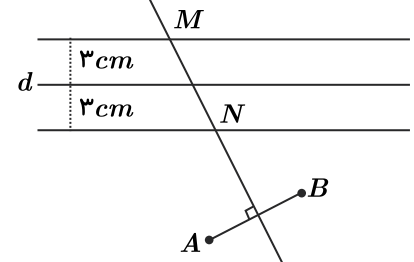
مسئله فاقد جواب است.



مسئله بی‌شمار جواب دارد.



مسئله دو جواب دارد.



۱۳) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۴

سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم.

اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت.

اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد.

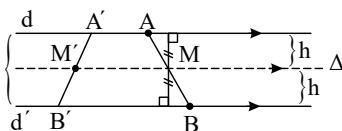
اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت.

۱۴)

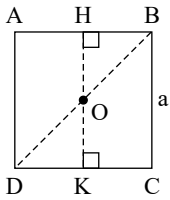
مطابق شکل دو خط d و d' موازیند.

همه نقاطی مانند M که وسط پاره‌خط‌های متکی بر d و d' هستند، این ویژگی را دارند که از d و d' به یک فاصله‌اند.

پس مکان هندسی وسط این پاره‌خط‌ها، خط Δ موازی d و d' و به فاصله یکسان از آنها می‌باشد.



۱۵) اگر O مرکز مربع باشد داریم:

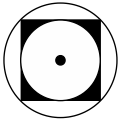


$$HK = a, OH = OK \Rightarrow OH = OK = \frac{a}{2}$$

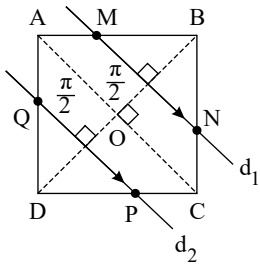
$$BD = a\sqrt{2} \Rightarrow OB = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

پس مکان هندسی نقاطی مثل H و K که فاصله آنها از مرکز مربع برابر با $\frac{a}{2}$ باشد، دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{2}$ می‌باشد. داریم:

پس مکان هندسی نقاطی مثل B و D که فاصله آنها از مرکز مربع برابر با $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ باشد، دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ است. در صورت سؤال، نقاطی موردنظر است که داخل مربع بوده و بین دو دایره قرار گیرد که همان قسمت هاشورزده شده است.



۱۶ مطابق شکل مربع $ABCD$ به طول ضلع 3cm را داریم. طول قطر این مربع $3\sqrt{2}$ و به همین ترتیب:



$$OA = OB = OC = OD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

می‌دانیم که مکان هندسی نقاطی که از یک خط به فاصله L باشند، دو خط موازی با آن خط و به فاصله L از آن است. بنابراین نقاطی که از AC به فاصله $\frac{\pi}{2}$ باشند، دو خط موازی با AC و به فاصله $\frac{\pi}{2}$ از آن است. از آنجا که $\frac{\pi}{2} < \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، پس دو خط d_1 و d_2 درون مربع رسم شده و اضلاع مربع را در چهار نقطه M, N, P, Q قطع می‌کنند.

۱۷

الف

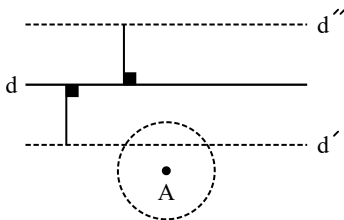
درست

۱۸ مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد، یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر است. این دایره را رسم می‌کنیم. نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد، دو خط d' و d'' در طرفین خط d و به موازات d است، این دو خط را رسم می‌کنیم. محل برخورد دو خط d' و d'' دایره، مطابق شکل، جواب مسئله است.

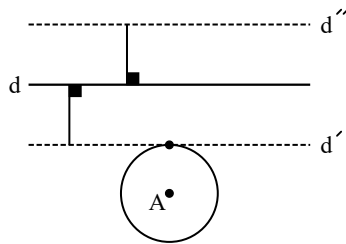
اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند، مسئله ۲ جواب دارد. شکل (۱)

اگر یکی از دو خط d' و d'' بر دایره مماس باشد، مسئله ۱ جواب دارد. شکل (۲)

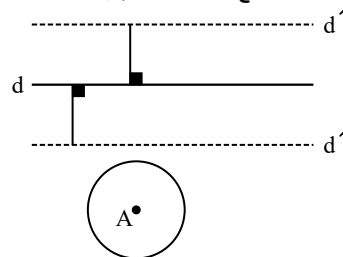
اگر هیچ‌یک از دو خط d' و d'' دایره را قطع نکند، مسئله جواب ندارد. شکل (۳)



شکل (۱)



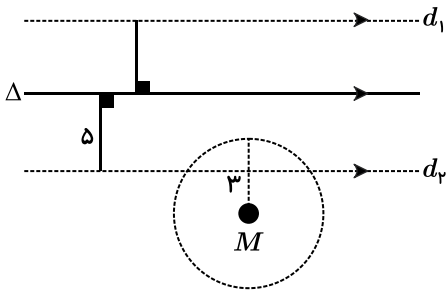
شکل (۲)



شکل (۳)

۱۹

مکان هندسی نقاطی که از M به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، یک دایره به مرکز M و شعاع ۳ سانتی‌متر است. این دایره را رسم می‌کنیم. مکان هندسی نقاطی که از خط Δ به فاصله ۵ سانتی‌متر باشند، دو خط d_1 و d_2 در طرفین خط Δ و به موازات Δ است. این دو خط را نیز رسم می‌کنیم. محل برخورد دو خط d_1 و d_2 با دایره، مطابق شکل جواب مسئله است. از آنجایی که قطر دایره از فاصله بین d_1 و d_2 کمتر است، نمی‌تواند همزمان با هر دو خط برخورد کند؛ پس:

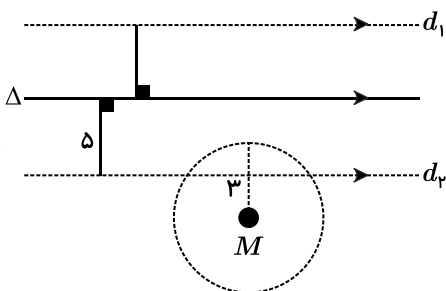


راهنمای تصحیح:
مکان هندسی نقاطی که از M به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، یک دایره به مرکز M و شعاع ۳ سانتی‌متر است. این دایره را رسم می‌کنیم (نمره ۲/۲۵). مکان هندسی نقاطی که از خط Δ به فاصله ۵ سانتی‌متر باشند، دو خط d_1 یا d_2 در طرفین خط Δ و به موازات Δ است. این دو خط را رسم می‌کنیم (نمره ۲/۲۵). محل برخورد دو خط d_1 یا d_2 با دایره مطابق شکل جواب مسئله است.

اگر یکی از دو خط d_1 یا d_2 دایره را قطع کند مسئله ۲ جواب دارد. (نمره ۲/۲۵)

اگر یکی از دو خط d_1 یا d_2 بر دایره مماس باشد مسئله ۱ جواب دارد. (نمره ۲/۲۵)

اگر هیچ‌یک از دو خط d_1 یا d_2 دایره را قطع نکند مسئله جواب ندارد (نمره ۲/۲۵)



۲۰) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲ cm باشند، دایره‌ای به مرکز A با شعاع ۲ cm می‌باشد و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ cm باشند، دو خط L و L' موازی با d و به فاصله ۳ cm از آن هستند. نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L و L') جواب مسئله است.

بحث در وجود جواب:

حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می‌کند، در این حالت، مسئله دو جواب دارد.

حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است، در این حالت، مسئله یک جواب دارد.

حالت سوم: دایره هیچ‌یک از خطوط L و L' را قطع نمی‌کند، در این حالت، مسئله فاقد جواب است.

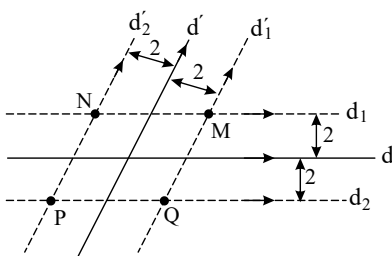
۲۱)

مکان هندسی نقاطی که از یک خط به فاصله ۲ cm باشد، دو خط موازی با آن خط و به فاصله ۲ cm از آن می‌باشد.

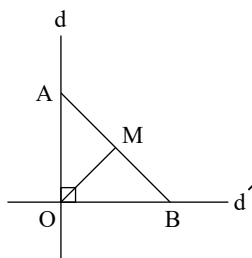
مطابق شکل، مکان هندسی نقاطی که از d به فاصله ۲ cm باشند، دو خط موازی با d و به فاصله ۲ cm از آن می‌باشد و به همین

ترتیب برای d' .

محل برخورد این مکان‌ها، چهار نقطه جواب مسئله می‌باشد یعنی نقاط M ، N ، P و Q .



۲۲) مطابق شکل دو خط d و d' بر هم عمودند. مثلث AOB همواره قائم‌الزاویه می‌باشد. اگر M وسط وتر AB باشد، چون میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس:



$$OM = \frac{AB}{2} = \frac{L}{2}$$

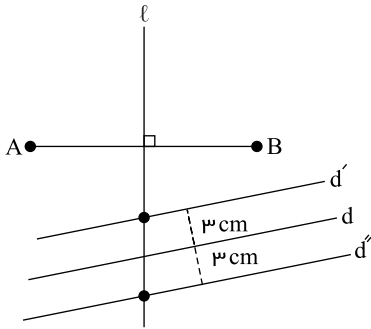
بنابراین با جابه‌جایی B و A ، طول OM همواره مقدار ثابت $\frac{L}{2}$ می‌باشد. پس مکان هندسی M دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{L}{2}$ می‌باشد. توجه کنید که A و B در هر چهار ناحیه می‌توانند جابه‌جا

شوند. (به‌جز چهار نقطه‌ای که روی دو خط d و d' می‌افتد).

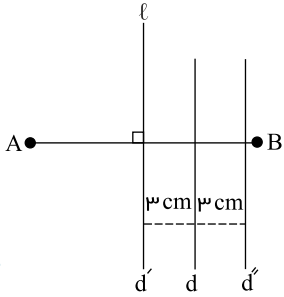
۲۳) مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. این خط را رسم می‌کنیم و l می‌نامیم.



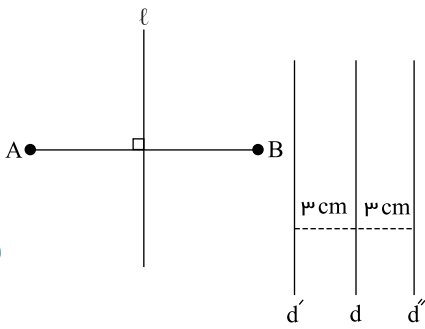
مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی d هستند که d' و d'' می‌نامیم. محل برخورد دو خط d' و d'' با خط l جواب مسئله است.
الف- اگر خط l دو خط d' و d'' را قطع کند، مسئله دو جواب دارد.



ب- اگر خط l بر یکی از دو خط d' یا d'' را منطبق باشد، مسئله بی‌شمار جواب دارد.



پ- اگر خط l هیچ‌یک از دو خط d' یا d'' را قطع نکند، مسئله جواب ندارد.



نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،

کارخونه
رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: گسسته



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۲۲ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال گسسته ۲۲ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی



پاسخنامه تشریحی

۱ الف) درست است؛ زیرا (صفحه ۱۹ کتاب درسی)

$$(4k + 3) - (4k' + 3) = 4k - 4k' = 4 \underbrace{(k - k')}_q = 4q$$

ب) نادرست است؛ زیرا به ازای $a = 5, b = 3, c = 5, m = 10$ رابطه $ac \equiv bc \pmod{m}$ برقرار است اما رابطه $a \equiv b \pmod{m}$ برقرار نیست. (صفحه ۲۰ و ۲۲ کتاب درسی)

$$25 \equiv 15 \pmod{10} \rightarrow 5 \times 5 \equiv 3 \times 5 \pmod{10} \rightarrow 5 \equiv 3 \pmod{10} \text{ (نادرست)}$$

ج) درست است؛ زیرا (صفحه ۲۰ کتاب درسی)

$$a \equiv b \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} a^n \equiv b^n$$

د) نادرست است؛ زیرا معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ همبستگی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) | b$

(صفحه ۲۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) درست (۲۵، شماره)

ب) نادرست (۲۵، شماره)

ج) درست (۲۵، شماره)

د) نادرست (۲۵، شماره)

۲ الف) شرط وجود جواب در معادله سیاله $ax + by = c$ عبارت است از $(a, b) | c$ (صفحه ۲۶ کتاب درسی)

ب) باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۲، ۵، ۱۰ با باقی مانده تقسیم رقم یکان آن عدد بر ۲، ۵، ۱۰ برابر است. (صفحه ۲۳ کتاب درسی)

ج) از $a \equiv b \pmod{m}$ ، $n | m$ نتیجه می شود $a \equiv b \pmod{n}$ یعنی a, b در پیمانه n همبستگی هستند. (صفحه ۲۹ کتاب درسی)

د) $a \equiv b \pmod{m}$ اگر و فقط اگر باقی مانده تقسیم a, b بر m با هم برابر باشند. (صفحه ۲۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $(a, b) | c$ (۲۵، شماره)

ب) رقم یکان (۲۵، شماره)

ج) n (۲۵، شماره)

د) $a \equiv b \pmod{m}$ (۲۵، شماره)

۳

روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر می گیریم ۲۹ روز در مهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول تا ۱۲ بهمن است، پس داریم:

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$$29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{25}$$

که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد.

۴

$$(m, n) = d \rightarrow d | m, d | n$$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m}, d | m \rightarrow a \equiv b \pmod{d} \\ b \equiv c \pmod{n}, d | n \rightarrow b \equiv c \pmod{d} \end{array} \right\} \rightarrow a \equiv c \pmod{d}$$

(صفحه ۲۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$(m, n) = d \rightarrow d | m, d | n \text{ (۵، شماره)}$$

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv b \pmod{m}, d | m \rightarrow a \equiv b \pmod{d} \text{ (۵، شماره)} \\ b \equiv c \pmod{n}, d | n \rightarrow b \equiv c \pmod{d} \text{ (۵، شماره)} \end{array} \right\} \rightarrow a \equiv c \pmod{d} \text{ (۲۵، شماره)}$$

۵ می توان نوشت:

$$17 \equiv 17 - 25 \equiv -8 \equiv -23 \pmod{25} \rightarrow 17^{19} \equiv (-23)^{19} \equiv -257 \pmod{25}$$

حال با محاسبه توان های ۲ بر هم نهشتی $-1 \equiv 24 \pmod{25}, -41 \times 25 + 1 \equiv 24 \pmod{25}, 1024 \equiv 24 \pmod{25}$ می رسیم، پس داریم:

۱



$$(2^{10})^5 \equiv (-1)^5 \rightarrow 2^{50} \equiv -1 \rightarrow 2^{50} \times 2^7 \equiv (-1) \times (2^7)$$

$$2^{57} \equiv -2^7 \equiv -128 \equiv -128 + 5 \times 25 \equiv -3$$

بنابراین داریم:

$$17^{19} \equiv -2^{57} \equiv (-1)(-3) \equiv 3$$

۶) می‌دانیم $1! \equiv 1$ و $2! \equiv 2$ و $3! \equiv 6$ و $4! \equiv 24$ و $5! \equiv 120$ و ... و $20! \equiv 0$ پس داریم:

$$1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 20! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 0 + \dots + 0 \equiv 3$$

۷)

$$7^2 = 49 \equiv 4 \Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1 \Rightarrow 7^{28} \equiv 1 \xrightarrow{\times 7^4 \equiv 4} 7^{30} \equiv 4$$

۸)

$$13^2 \equiv -4 \rightarrow 13^4 \equiv 16 \equiv -1 \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \xrightarrow{-1 \equiv 16} r = 16$$

۹)

$$38 \equiv 2 \rightarrow 38^2 \equiv 4 \equiv 0 \rightarrow 38^{36} \equiv 0, 19 \equiv 3 \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3$$

۱۰)

$$a \equiv b \Rightarrow m|a - b \Rightarrow m|c(a - b) \Rightarrow m|ac - bc \Rightarrow ac \equiv bc$$

۱۱) عدد n رقمی $A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_0$ را بسط می‌دهیم و در هم‌نهمی به پیمانه ۹ به‌جای هر عدد ۱۰ عدد ۱ را قرار می‌دهیم، داریم:

$$A = 10^{n-1} \times a_{n-1} + \dots + 10^r a_r + 10 a_1 + 1 a_0 \Rightarrow A \equiv 1 \times a_{n-1} + \dots + 1 \times a_1 + a_0$$

$$\Rightarrow A \equiv a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$$

۱۲) روش اول:

$$7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3$$

$$\Rightarrow x = 9k + 3 \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \rightarrow y = 18 - 7k$$

حداکثر تعداد پرتاب‌های ۹ امتیازی $y = 18$

روش دوم:

$$7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \xrightarrow{+25} 9y \equiv 26 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4$$

$$\Rightarrow y = 7k + 4 \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \rightarrow x = 21 - 9k$$

حداکثر تعداد پرتاب‌های ۹ امتیازی $y = 18$

۱۳) می‌توان نوشت:

$$14x + 11y = 56 \rightarrow 14x \equiv 56 \xrightarrow{14 \equiv 3} 3x \equiv 56 - 55 \rightarrow 3x \equiv 1$$

$$\rightarrow 3x \equiv 11 + 1 \equiv 12 \xrightarrow{(3,11)=1} x \equiv 4$$

بنابراین هر x که در معادله مذکور صدق کند در تقسیم بر ۱۱ باقیمانده ۴ می‌آورد.۱۴) باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله سیاله خطی $3x + 5y = 23$ را بیابیم:

$$3x + 5y = 23 \Rightarrow 3x \equiv 23 \equiv 3 \xrightarrow{(3,5)=1} x \equiv 1 \Rightarrow x = 5k + 1$$

$$3(5k + 1) + 5y = 23 \Rightarrow 5y = 23 - 3 \times 5k - 3 \Rightarrow y = 4 - 3k$$

بنابراین جواب‌های معادله سیاله $3x + 5y = 23$ به فرم زیر هستند:

$$\begin{cases} x = 5k + 1 \\ y = 4 - 3k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

برای یافتن جواب‌های صحیح و نامنفی معادله به فرم زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 5k + 1 \geq 0 \\ y = 4 - 3k \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \geq 0 \\ k \leq 1 \end{cases}$$

بنابراین فقط به‌ازای $k = 0$ و $k = 1$ معادله جواب صحیح و نامنفی دارد پس به دو طریق می‌توان این کار را انجام داد.

۱۵)

$$5x + 2y = 18 \Rightarrow 5x \equiv 18 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 2k$$

$$\Rightarrow 5(2k) + 2y = 18 \Rightarrow 2y = 18 - 10k \Rightarrow y = -5k + 9$$

۱۶)

$$6x \equiv 185 = 23 \times 7 + 24 \Rightarrow 6x \equiv 24 \xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4$$

$$\Rightarrow x = 7k + 4 \Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185 \Rightarrow y = -6k + 23$$



$$2x + 5y = 29 \rightarrow 5y \equiv 29 \rightarrow 5y \equiv 29 + 6 \rightarrow 5y \equiv 35 \xrightarrow{(5,2)=1} y \equiv 7 \rightarrow y \equiv 1$$

$$\rightarrow y = 2k + 1; k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 5y = 29 \rightarrow 2x + 5(2k + 1) = 29 \rightarrow x = 12 - 5k$$

در حالت‌های زیر x و y اعداد صحیح نامنفی هستند.

k	۰	۱	۲
x	۱۲	۷	۲
y	۱	۳	۵

بنابراین مسأله سه جواب دارد.

روش دوم:

$$2x + 5y = 29 \rightarrow 2x \equiv 29 \rightarrow 2x \equiv 29 + 4 \rightarrow 2x \equiv 33 \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2$$

$$\rightarrow x = 5k + 2; k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 5y = 29 \rightarrow 2(5k + 2) + 5y = 29 \rightarrow y = 5 - 2k$$

در حالت‌های زیر x و y اعداد صحیح نامنفی هستند.

k	۰	۱	۲
x	۲	۷	۱۲
y	۵	۳	۱

بنابراین مسأله سه جواب دارد.

$$5x + 3y = 42 \Rightarrow 5x \equiv 42 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 3k \Rightarrow 5(3k) + 3y = 42 \Rightarrow y = -5k + 14$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 14 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،

کارخونه
رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: فیزیک



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۲۲ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال فیزیک ریاضی ۲۲ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی



پاسخنامه تشریحی

۱

الف

درست

ب

نادرست، در حرکت دایره‌ای یکنواخت، تندى ذره ثابت است. اما سرعت آن ثابت نیست زیرا جهت سرعت دائماً تغییر می‌کند.

پ

درست

ت

درست

ث

درست

الف) نمی‌کنند (صفحة ۳۴ کتاب درسی)

ب) ۲ برابر (صفحة ۳۳ کتاب درسی)

ج) حفظ کنند (صفحة ۳۱ کتاب درسی)

د) مکعب فاصله (صفحة ۵۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نمی‌کنند

ب) ۲ برابر

ج) حفظ کنند

د) مکعب فاصله

(هر مورد ۰,۲۵ نمره)

۳

الف

سرعت

ب

$\frac{1}{2}$

۴) زیرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت، تندى متحرک در بازه‌های زمانی برابر، ثابت است؛ پس مسافت‌های یکسانی را هم طی می‌کند.

۵

الف

به روش تبدیل زنجیره‌ای، زمان یک دور چرخش را بر حسب ثانیه به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{1 \text{ min}}{15000} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{6}{1500} \text{ s} = 0,004 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3 \times 5 \text{ cm}}{0,004 \text{ s}} = \frac{2 \times 3 \times 0,05 \text{ m}}{0,004 \text{ s}} = 75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow d = vt = (75 \frac{\text{m}}{\text{s}})(60 \text{ s}) = 4500 \text{ m}$$

ب) در قدم اول، تندى نقطه مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

در قدم بعدی، مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

۶) دوره تناوب عقربه دقیقه شمار ۶۰ دقیقه یا ۳۶۰۰ ثانیه است.

۷) الف

ب) نیروی گرانشی

۸) نیروی مرکز‌گرایی وارد بر خودرو، نیروی اصطکاک در آستانه حرکت است و برابند نیروهای عمودی تکیه‌گاه و وزن برابر صفر است ($F_N = W$), بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} \mu_s \frac{v^2}{r} = \mu_s g$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{100} = 0,4 \times 10 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹) با توجه به آنکه نیروی مرکز‌گرایی جسم همان نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و صفحه دور است و از طرفی می‌دانیم حداکثر سرعت جسم مربوط به زمانی است که جسم در آستانه

۱



لغزش در راستای شعاعی قرار می‌گیرد، داریم:

$$F_{net} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow f_{s,max} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s N = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{N=mg} \mu_s mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow v^2 = \mu_s r g = 0,5 \times 10 \times 0,8 = 4$$

توجه داشته باشید که در حل این سوال نیازی به جرم گلوله نبود، یعنی بیشینه سرعت (به شرط نلغزیدن) به جرم جسم بستگی ندارد فقط تابع ضریب اصطکاک و شعاع دوران است.

10 در پیچ افقی مسطح، نیروی اصطکاک ایستایی، شتاب مرکز گرای لازم برای دور زدن لغزش را تأمین می‌کند. بنابراین حداکثر نیروی مرکز گرا برابر $\mu_s F_N$ است.

$$\frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v_{max}^2 = \mu_s r g$$

حداکثر تندی، به جرم اتومبیل بستگی ندارد و به شعاع چرخش و ضریب اصطکاک ایستایی بستگی دارد.

$$\left(\frac{v_{\max, \text{کامیون}}}{v_{\max, \text{خودرو}}}\right)^2 = \frac{r_{\text{کامیون}}}{r_{\text{خودرو}}} \Rightarrow 1,2^2 = \frac{r_{\text{کامیون}}}{10} \Rightarrow r_{\text{کامیون}} = 14,4$$

این شعاع، حداقل شعاع لازم برای دور زدن کامیون بدون لغزش است.

11

$$F_C = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_s = m \frac{v^2}{r}$$

 v_{max} زمانی به دست می‌آید که نیروی اصطکاک برابر با بیشینه اصطکاک ایستایی باشد:

$$f_{s,max} = \mu_s mg$$

$$\Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{0,5 \times 20 \times 10} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_{max} = 10 \times 3,6 = 36 \frac{km}{h}$$

12

$$a_c = \frac{v^2}{r} \rightarrow 49 = \frac{v^2}{25} \rightarrow v = 35 \frac{m}{s}$$

13 ترازوی کاوندیش وسیله‌ای است که برای بررسی تجربی قانون جهانی گرانش نیوتون به کار می‌رود. اما این تناسب را می‌توان با تعریف یک ثابت تناسب به تساوی تبدیل کرد. این ثابت

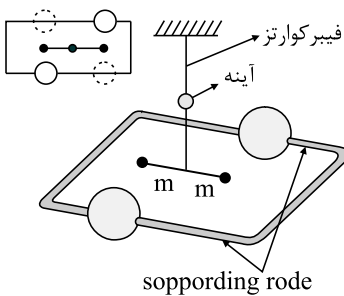
را ثابت جهانی گرانش می‌گویند. برای تعیین مقدار ثابت جهانی گرانش که آن را با G نمایش می‌دهیم، باید نیروی جاذبه میان دو جرم را اندازه‌گیری کنیم.

قسمت‌های مختلف ترازوی کاوندیش:

1) دو گلوله به جرم m دو گلوله کوچک هریک به جرم m ، به دو انتهای یک میله سبکی متصل می‌شوند. این میله، دمبل صلبی است که محورش افقی

است و توسط یک رشته نازک قائم آویزان شده است.

دید از سمت بالا

2) دو گلوله بزرگ به جرم M دو گلوله بزرگ هر کدام به جرم M ، که در نزدیک دو سر دمبل و در دو طرف مخالف قرار داده شده‌اند. این دو گلوله نیز بر روی یک میله افقی قرار گرفته‌اند و نقطه وسط این میله بر روی تکیه‌گاهی قرار گرفته است، به گونه‌ای که می‌تواند آزادانه بچرخد. نقطه وسط این میله درست در راستای مرکز دمبل و در زیر آن قرار دارد.

3) آینه کوچک

این آینه کوچک بر روی رشته نازک و کمی بالاتر از دمبل قرار دارد. از طریق یک چشمه نور، بر این آینه نور تابیده می‌شود، نور منعکس شده از آینه بر روی یک مقیاس شیشه‌ای می‌افتد و به این وسیله، میزان انحراف آینه (یا زاویه چرخش) آن قابل اندازه‌گیری است.

شرح کار ترازوی کاوندیش:

هرگاه جرم‌های بزرگ M در نزدیکی میله‌ای که جرم‌های کوچک m روی آن هستند، قرار گیرند، در این صورت براساس قانون جهانی گرانش نیوتون، بر گلوله‌های کوچک نیرو جاذبه‌ای وارد می‌شود، این امر باعث چرخیدن دمبل و در نتیجه تاب خوردن رشته نازک و چرخش آینه می‌شود. با استفاده از شیشه مدرج می‌توان میزان انحراف آینه (زاویه α) را هنگام چرخش گلوله‌های کوچک اندازه‌گیری نمود.اندازه‌گیری G :ثابت G به کمک روش انحراف بیشینه تعیین می‌شود، همان‌طور که در طرز کار ترازو گفته شد، میله بر اثر گرانش گلوله‌های بزرگ حول نقطه آویز می‌چرخد و در حین چرخش با گشتاور نیروها

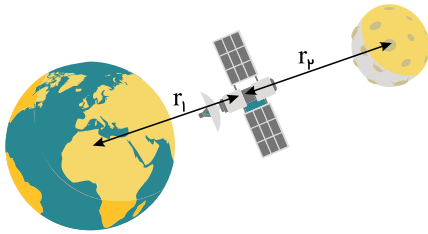


مخالفت می‌کند. α (زاویهٔ پیچش رشته هنگام حرکت گلوله‌ها از موضعی به موضع دیگر) با مشاهدهٔ انحراف باریکهٔ بازتابیده از آینهٔ کوچک متصل به رشته اندازه‌گیری می‌شود (تصویر رشته لامپ توسط آینهٔ متصل به m_2 روی خط کش مدرج می‌افتد و در نتیجه هرگونه دوران m_1 و m_2 قابل اندازه‌گیری است).

اگر جرم‌ها و فاصلهٔ میان آنها و نیز ثابت پیچش رشته معلوم باشد، می‌توانیم G را از روی زاویهٔ پیچش اندازه‌گیری شده محاسبه کنیم. چون نیروی جاذبه کم است، اگر بخواهیم پیچش قابل مشاهده‌ای داشته باشیم باید ثابت پیچش رشته فوق‌العاده کوچک باشد. در این ترازو جرم‌ها مسلماً ذره نیستند، بلکه اجسامی بزرگ هستند؛ اما چون این جرم‌ها کره‌های یکنواختی هستند از لحاظ گرانشی طوری عمل می‌کنند که گویی تمام جرم آنها در مرکزشان متمرکز شده است. چون G بسیار کوچک است نیروهای گرانشی میان اجسام بر روی سطح زمین فوق‌العاده کوچک‌اند و می‌توان از آنها صرف‌نظر کرد.

۱۴

الف



$$F_{em} = G \frac{M_e m}{r_1^2}, \quad F_{mm} = G \frac{M_m m}{r_2^2}$$

$$F_{net} = G \frac{M_e m}{r_1^2} - G \frac{M_m m}{r_2^2} = \frac{Gm}{r^2} (M_e - M_m)$$

$$r_1 = r_2 = r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \times 3,84 \times 10^5 \text{ km} = 1,92 \times 10^8 \text{ m}$$

$$F_{net} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \times 3 \times 10^4 \text{ kg}}{(1,92 \times 10^8 \text{ m})^2} (5,98 \times 10^{24} \text{ kg} - 7,36 \times 10^{22} \text{ kg})$$

$$F_{net} = 320,59 \text{ N}$$

ب

$$F_{net} = 0 \Rightarrow G \frac{M_e m}{r_1^2} = G \frac{M_m m}{r_2^2} \rightarrow \frac{M_e}{r_1^2} = \frac{M_m}{r_2^2} \quad r_1 + r_2 = d$$

$$\frac{M_e}{M_m} = \frac{r_1^2}{(d - r_1)^2} \rightarrow \frac{r_1}{(d - r_1)} = \sqrt{\frac{5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{7,36 \times 10^{22} \text{ kg}}} \approx 9$$

$$\rightarrow \frac{r_1}{d - r_1} = 9 \rightarrow r_1 = 9d - 9r_1 \rightarrow r_1 = 0,9d = 3,456 \times 10^8 \text{ m}$$

۱۵ الف

$$\left. \begin{aligned} F &= G \frac{M_e m}{r^2} \\ F &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \right\} \rightarrow G \frac{M_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = G \frac{M_e}{r}$$

$$\rightarrow (7560 \text{ m/s})^2 = \frac{6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \times 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}}{r}$$

$$r = 6979000 \text{ m} = 6979 \text{ km} \rightarrow h = r - R_e$$

$$\rightarrow h = 6979 \text{ km} - 6380 \text{ km} = 599 \text{ km}$$

ب

$$\frac{W_h}{W_{R_e}} = \frac{G \frac{M_e}{r^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \rightarrow \frac{W_h}{W_{R_e}} = \left(\frac{6380 \text{ km}}{6979 \text{ km}}\right)^2 \approx 0,84$$

پ

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T = \frac{2 \times 3,14 \times 6979000 \text{ m}}{7560 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5797,37 \text{ s}$$

۱۶ باتوجه به رابطهٔ محاسبهٔ شتاب گرانش داریم:

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_e}{g_m} = \frac{M_e}{M_m} \times \left(\frac{r_m}{r_e}\right)^2 \Rightarrow 6 = 80 \times \left(\frac{r_m}{r_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{40} = \left(\frac{r_m}{r_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_e}{r_m} = \sqrt{\frac{40}{3}} = 2\sqrt{\frac{10}{3}}$$

۱۷ باتوجه به رابطهٔ محاسبهٔ شتاب گرانش بر حسب شعاع و چگالی داریم:

$$g = \frac{4}{3}\pi G \rho r \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = 8 \times 2 = 16$$

۱۸ جرم جسم ثابت و برابر 2 kg است و همه‌جا همین 2 kg است. اما وزن جسم در نقاط مختلف (در فواصل مختلف از سطح کرهٔ زمین) متفاوت است.

وزن یک جسم به جرم m در فاصلهٔ r از مرکز کرهٔ زمین برابر است با نیرویی که از طرف کرهٔ زمین به این جسم وارد می‌شود:



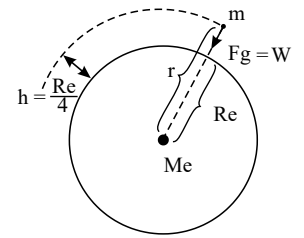
$$F_g = W_m \text{ وزن جسم } = \frac{GM_e m}{r^2}$$

$$\rightarrow W_o = \frac{GM_e m}{R_e^2} \quad \underline{g_e \approx 10 \text{ N/kg}} \quad 10 \times 2 = 20 \text{ N}$$

در سطح زمین

$$\text{در ارتفاع } h = \frac{R_e}{4} \rightarrow W_h = \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{GM_e m}{(R_e + \frac{R_e}{4})^2}$$

$$= \frac{16}{25} \frac{GM_e m}{R_e^2} = \frac{16}{25} \times 20 \rightarrow W_{(h=\frac{R_e}{4})} = 12.8 \text{ N}$$



۱۹ شعاع چرخش هر کدام از ماهواره‌ها را از رابطه $r = R_e + h$ به دست می‌آوریم.

$$r_A = R_e + R_e = 2R_e \quad , \quad r_B = R_e + 2R_e = 3R_e$$

نیروی گرانش وارد بر ماهواره‌ها برابر با نیروی مرکز گرای وارد بر آنها است، بنابراین داریم:

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{m M_e}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{3R_e}{2R_e}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

تندی ماهواره به جرم آن بستگی ندارد.

۲۰

$$\frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \rightarrow \frac{10}{2.5} = \left(\frac{r_2}{6400}\right)^2$$

$$r_2 = 12800 \text{ km}$$

$$r_2 = R_e + h \xrightarrow{R_e=6400 \text{ km}} h = 6400 \text{ km}$$

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،

کارخونه
رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: شیمی



پایه: دوازدهم



تاریخ آزمون: ۲۲ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال شیمی ۲۲ خرداد

سال دوازدهم



پاسخنامه تشریحی



۱

الف

نسبی

۲

الف

اکسنده

۳

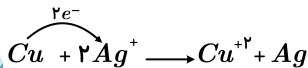
الف

نادرست. انجام آنها به طور هم زمان است.

ب

نادرست. کل الکترون های تولیدی گونه کاهنده با کل الکترون های مصرفی گونه اکسنده برابر است. ممکن است هر اتم آنها، تعداد الکترون های متفاوتی تولید یا مصرف کند. به طور

مثال، در واکنش زیر هر اتم Cu دو الکترون تولید کرده و هر یون Ag^+ یک الکترون مصرف می کند.



پ

درست. همواره تیغه آندی کاهش جرم داشته و محلول آندی افزایش غلظت کاتیون دارد و تیغه کاتدی افزایش جرم و محلول کاتدی کاهش غلظت کاتیون دارد.

ت

نادرست. فلز تیغه آند کاهنده قوی تری بوده و در سمت واکنش دهنده ها قرار می گیرد، چون در واکنش کلی سلول های گالوانی همواره کاهنده قوی و اکسنده قوی در سمت

واکنش دهنده ها قرار می گیرند.

ث

درست. زیرا در این حالت هر عددی که ولت سنج نشان می دهد همان پتانسیل الکترودی الکتروود مورد نظر است.

۴

آ) اتم فلزها کاهنده و نافلزها اغلب اکسنده هستند.

ب) با یک تیغه مسی و تیغه روی و یک لیمو می توان نوعی باتری ساخت که یک لامپ LED را روشن می کند.

پ) الکتروشیمی شاخه ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.

ت) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها گاز هیدروژن و نمک تولید می کنند.

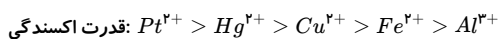
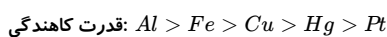
۵

کاهنده

۶

الف) از انجام واکنش «۱» نتیجه می گیریم قدرت کاهندگی Al از Fe بیشتر است. از انجام واکنش «۲» نتیجه می گیریم قدرت کاهندگی Fe از Cu بیشتر است پس قطعاً قدرت کاهندگی

Al از Cu بیشتر خواهد بود:



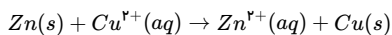
ب) قدرت اکسندگی Pt^{2+} بیشتر از Cu^{2+} است. با توجه به انجام نشدن واکنش «۴» می توان نتیجه گرفت قدرت اکسندگی Pt^{2+} بیشتر از Hg^{2+} است. از انجام شدن واکنش «۳» هم می توان

نتیجه گرفت قدرت اکسندگی Hg^{2+} از Cu^{2+} بیشتر است، پس قطعاً قدرت اکسندگی Pt^{2+} از Cu^{2+} بیشتر خواهد بود.

پ) خیر. با توجه به اینکه Pt^{2+} قدرت اکسندگی بیشتری نسبت به Fe^{2+} دارد و قدرت کاهندگی Fe بیشتر از Pt است پس به یون Pt^{2+} الکترون می دهد و ظرف آهنی خورده می شود.

۷

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



به ازای مصرف هر مول روی (با جرم مولی ۶۵)، یک مول مس (با جرم مولی ۶۴) بر سطح تیغه روی رسوب می کند؛ بنابراین به ازای مصرف یک مول Zn ، مقدار $1g = 65 - 64$ از جرم تیغه

کاسته می شود:

$$?molZn = 0.2g(\text{جرم}) \times \frac{1molZn}{1g(\text{اختلاف جرم})} = 0.2molZn$$

از طرفی در واکنش داده شده به ازای مصرف هر مول Zn ، دو مول الکترون در این واکنش مبادله می شود، بنابراین به ازای 0.2 مول Zn ، 0.4 مول الکترون میان اکسنده و کاهنده جابه جا می شود.

۸

۹

الف

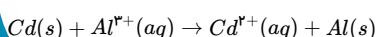
بله - زیرا E° آن بزرگ تر است و تمایل Pt^{2+} به الکترون گرفتن زیاد است.

ب

خیر - زیرا فلز آلومینیوم می تواند به یون های نقره درون محلول الکترون بدهد و واکنش انجام شود.

۱۰

این توانایی در صورتی است که واکنش زیر قابل انجام باشد:



با توجه به معادله واکنش Cd الکترون داده دچار اکسایش شده و آند سلول است و Al^{3+} با گرفتن الکترون دچار کاهش شده و کاتد سلول است.



$$E_{\text{سلول}}^{\circ} = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{اند}}^{\circ} \Rightarrow E_{\text{سلول}}^{\circ} = -1,66 - (-0,40) = -1,26V$$

با توجه به منفی شدن مقدار E° سلول این واکنش انجام پذیر نیست.

(۱۱) آ) با توجه به مقادیر E° فلز کاهنده تر یعنی Mg آند و Ag کاتد خواهد بود.

اکسایش Mg در آند: $Mg(s) \rightarrow Mg^{2+}(aq) + 2e^{-}$

کاهش در Ag^{+} کاتد: $Ag^{+}(aq) + e^{-} \rightarrow Ag(s)$

واکنش کلی: $Mg(s) + 2Ag^{+}(aq) \rightarrow Mg^{2+}(aq) + 2Ag(s)$

(پ) مقدار E° سلول:

$$E_{\text{سلول}}^{\circ} = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{اند}}^{\circ} \Rightarrow E_{\text{سلول}}^{\circ} = 0,8 - (-2,38) = 3,18V$$

(۱۲) آ) Ag^{+}

(ب)

$$emf = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{اند}}^{\circ} \Rightarrow emf = E_{Cu}^{\circ} - E_{Zn}^{\circ} = (+0,34) - (-0,76) = +1,1v$$

(پ) سلول منبزم-نقره، چون بیشترین اختلاف E° را دارند.

(۱۳)

الف

Y ؛ مطابق نمودار با گذشت زمان غلظت X^{2+} افزایش می یابد پس X تیغه آندی بوده و Y کاتد است و به مرور با تبدیل Y^{2+} به Y ، جرم تیغه کاتدی افزایش می یابد.

ب

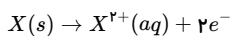
$$E_{\text{سلول}}^{\circ} = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{اند}}^{\circ} = E_{Y^{2+}}^{\circ} - E_{X^{2+}}^{\circ} \Rightarrow 1,52 = 0,34 - E_{X^{2+}}^{\circ} \Rightarrow E_{X^{2+}}^{\circ} \rightarrow$$

$$1,52 = 0,34 - E_{X^{2+}}^{\circ} \Rightarrow E_{X^{2+}}^{\circ} \Rightarrow E_{X^{2+}}^{\circ} = -1,18V$$

خیر؛ از آنجایی که X واکنش پذیری بیشتری نسبت به Y دارد (کاهنده قوی تری است و E° منفی تری دارد) پس نمی توان محلولی از Y را در ظرفی از جنس X نگهداری کرد.

پ

ت



(۱۴)

الف

فلز C ؛ زیرا E° آن کمتر یا منفی تر است (یا $E_C^{\circ} < 0$ است)

ب

در ظرف B

پ

$$1,19 = -1,18 - E_D^{\circ} \Rightarrow E_D^{\circ} = -2,37V$$

(۱۵) آ) M (در سلول های گالوانی، کاتد و قطب + است.)

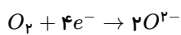
(ب) Fe ، زیرا آند است.

(پ) ۲، آنیون ها به سمت آند حرکت می کنند.

(ت) M^{+} زیرا M کاتد است و در الکتروود آن، نیم واکنش کاهش انجام می شود؛ پس کاتیون آن اکسندتر است.

$$E^{\circ} = E_c^{\circ} - E_a^{\circ} \rightarrow 1,24 = E_c^{\circ} - (-0,44) \rightarrow E_a^{\circ} = 0,8V$$

(۱۶) با توجه به واکنش انجام شده به ازای مصرف هر مول اکسیژن، ۴ مول الکترون انتقال می یابد:



$$xe^{-} = 1 \text{ mol } O_2 \times \frac{4 \text{ mol } e^{-}}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{6,02 \times 10^{23} e^{-}}{1 \text{ mol } e^{-}} = 24,08 \times 10^{23} \text{ الکترون}$$