



گروه آموزشی مشاوره‌های نوتروفیل



# درس

## آمار و احتمال یازدهم - فصل ۴

نوتروبیست





# نوטר و فیل خونه رتبه برترها

## قبولی های کنکور ۱۴۰۴



### تک رقیمی نوטר و فیل

رتبه ۸



ایمان نیکانام جهرمی

### دور رقیمی های نوטר و فیل

رتبه ۳۲



امیرمحمد رضائی

رتبه ۲۰



سینا راضی

رتبه ۱۶



آریا قهرمانی

رتبه ۱۴



امیرمحمد کیانی

رتبه ۸۰



محمد مهدی شریفی

رتبه ۷۵



محمد صالح عارفی

رتبه ۶۱



بهار هلالی

رتبه ۵۹



ایمان انفرادی

رتبه ۵۵



مهسا سیاوشی

رتبه ۲۲۲



امیرمحمد شکوهی

رتبه ۱۶۹



هانیه خواجه

رتبه ۱۶۰



اشکان کوثری

رتبه ۱۴۷



محدثه حیدری

### سه رقیمی و چهار رقیمی های نوטר و فیل

رتبه ۴۳۲



سید محمدصادق حسینی

رتبه ۳۴۱



حمیدرضا بشیری

رتبه ۳۰۸



سید علی اکرمی

رتبه ۲۷۱



فاطمه سادات موسوی

رتبه ۲۵۹



ابوالفضل ناصران

رتبه ۵۳۹



نجمه کیخا

رتبه ۵۳۷



ریحانه حیدری

رتبه ۵۲۲



فاطمه شاهسوند

رتبه ۵۱۴



محمدپارسا عبدالله آبادی

رتبه ۴۷۳



زهرا بابائی

رتبه ۶۶۱



فاطمه اصغری

رتبه ۶۰۶



سجاد محمودی زاده

رتبه ۵۷۰



زهرا ولی نژاد

رتبه ۵۵۷



محمدصالح زارعی

رتبه ۵۴۶



حسین تفضلی نژاد

رتبه ۷۸۱



احسان قنبری

رتبه ۷۱۴



محمد یزدیان

رتبه ۶۹۱



بهار ضرغامی

رتبه ۶۷۲



محمدماهان عنبرستانی

رتبه ۶۶۷



سیاوش مصطفایی

رتبه ۹۰۹



کیمیا فدائی

رتبه ۸۹۳



فاطمه مشاوری نجف آبادی

رتبه ۸۰۴



آرمین رضایی

رتبه ۸۰۳



مانده رنجبر

رتبه ۷۸۶



نیما غفاری

رتبه ۱۱۲۷



زهرا بابائی

رتبه ۱۱۲۲



علی طاهر زاده

رتبه ۱۰۵۸



الینا جلالی فر

رتبه ۱۰۵۲



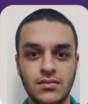
پویان فریور افشار

رتبه ۹۴۷



صفورا بقاءئی

رتبه ۱۳۵۰



علی زینلی

رتبه ۱۲۸۴



فاطمه معین زاده

رتبه ۱۲۸۴



بهار امیری

رتبه ۱۲۳۶



مبینا ایزدی

رتبه ۱۲۳۴



مطهره توحیدی

رتبه ۱۵۰۳



فاطمه رحیم زاده

رتبه ۱۴۹۳



محمد مهدی خرم زاده

رتبه ۱۴۸۳



سینا خاوری خراسانی

رتبه ۱۴۲۴



سید امیرحسین حسینی

رتبه ۱۳۷۲



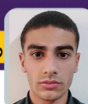
پارسا رضایی

رتبه ۱۶۹۶



ندا ملکشاهی

رتبه ۱۶۷۸



سجاد ینکی

رتبه ۱۶۳۹



ابوالفضل نیرومند

رتبه ۱۶۲۸



امیرمحمد فکور حقیقی

رتبه ۱۵۳۴



فاطمیما عبیری

رتبه ۲۵۵۹



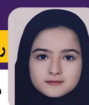
سارا حمزه

رتبه ۲۰۱۵



علی شیرزاد

رتبه ۱۹۶۶



مهسا رضایی مقدم

رتبه ۱۷۵۴



هلیا حاجیلوئی

رتبه ۱۷۳۱



محمدرضا محسنی

رتبه ۲۷۹۴



مریم بادلی

رتبه ۲۷۸۱



سعید شبانی

رتبه ۲۷۵۱



فهیمه سیدآبادی

رتبه ۲۷۱۱



محمد غلامی

رتبه ۲۶۲۵



زهره جمعی

رتبه ۳۳۴۳



سینا ارزمانی

رتبه ۳۲۴۴



هلیا سجادی

رتبه ۳۱۳۳



صبا شایع ثانی

رتبه ۲۸۸۱



پارسا جمال امیدی

رتبه ۲۸۱۰



هدیه رحیمی

## فصل چهارم: آمار استنباطی

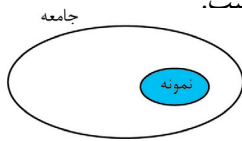
✓ **واحد آماری:** به هریک از فرد یا اشیاء می‌گویند که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود

✓ **جامعه آماری:** مجموعه کل واحدهای آماری را جامعه آماری می‌نامند.

✓ **نمونه:** هر زیرمجموعه از جامعه آماری را که با روشی مشخص انتخاب شده باشد یک نمونه می‌نامند

✓ **نمونه‌گیری:** فرآیند انتخاب نمونه از یک جامعه به منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه است.

**تذکر:** بیش‌تر مطالعات آماری به روی بخشی از جامعه انجام می‌شود که نمونه نام دارد. شکل روبه‌رو روابط بین جامعه و نمونه را به خوبی نشان می‌دهد.



**مثال:** فرض کنیم می‌خواهیم برخی از ویژگی‌های سفید مزاحم در شهر را بررسی کنیم. جاهای خالی را پر کنید.

(الف) هر مگس سفید ..... است.

(ب) همه مگس‌های سفید، ..... تشکیل می‌هند.

(پ) ۱۰۰ مگس سفید مصرف یک ..... است.

**راه‌حل:** (الف) واحد آماری (ب) جامعه آماری (پ) نمونه

### ✓ انواع نمونه‌گیری:

۱- **نمونه‌گیری تصادفی ساده:** نوعی روش نمونه‌گیری که در آن همه‌ی واحدهای آماری برای انتخاب شدن دو نمونه احتمال یکسان دارند.

۲- **نمونه‌گیری خوشه‌ای:** نمونه‌گیری که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها هستند. پس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.

۳- **نمونه‌گیری طبقه‌ای:** روش نمونه‌گیری که در آن با طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا یک نمونه تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می‌شود.

۴- **نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند):** نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابرند و فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر این کار انجام می‌شود.

**تذکر:** ما زمانی نمونه‌گیری خوشه‌ای را به‌کار می‌بریم که پراکندگی میان عضوهای هر گروه زیاد ولی مابین گروه‌ها کم باشد. یعنی بین گروه‌ها شباهت بسیاری وجود دارد. از مزیت‌های نمونه‌گیری خوشه‌ای دقت بیش‌تر و هزینه کم‌تر است



## ✓ ویژگی‌های انواع نمونه‌گیری:

### ۱- تصادفی ساده

شانس مساوی برای هر یک از اعضای بیست جامعه وجود دارد. تهیه لیست از همه افراد مشکل است.

### ۲- خوشه‌ای

واحد نمونه‌گیری گروه است نه فرد «مثلاً چند مدرسه را به‌عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم» گروه‌ها از درون ناهمگن و از بیرون همگن هستند. زمانی کاربرد دارد که جامعه وسیع است.

### ۳- طبقه‌ای

جامعه را به چند گروه تقسیم و نمونه را از درون گروه‌ها انتخاب می‌کنیم. گروه‌ها از درون همگن و از بیرون متفاوت هستند «برعکس خوشه‌ای» زمانی استفاده می‌شود که می‌خواهیم زیرمجموعه‌های جامعه به همان نسبت در نمونه هم باشد.

«مثلاً اگر مردان  $\frac{2}{3}$  زنان هستند، در نمونه هم همین نسبت برقرار باشد.»

### ۴- سیستماتیک

انتخاب نمونه براساس یک نظم از لیست جامعه صورت می‌گیرد. انتخاب هر عضو مستقل از اعضا نیست و قابل پیش‌بینی است.

## ✓ نمونه‌گیری احتمالی: نمونه‌گیری است که همه واحدهای آماری شانس معلوم برای انتخاب

دو نمونه داشته باشند و از روش تصادفی برای انتخاب واحدهای نمونه استفاده شود

**تذکر:** هر چهار نوع نمونه‌گیری تصادفی ساده، خوشه‌ای، طبقه‌ای و سیستماتیک، نمونه‌گیری احتمالی هستند.

## ✓ نمونه‌گیری اریب: اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی

خاص انحراف پیدا کند می‌گویند آن روش نمونه‌گیری اریب است. البته می‌توان با شناسایی منابع تولید، اریبی نمونه‌گیری‌ها را تا جایی که ممکن است ناریب کرد

**مثال:** به‌طور نمونه نظرسنجی درباره انتخابات را در نظر بگیرید. اگر برای کشف نظر مردم، طراحی نظرسنجی در وب‌گاہی پرترفدار درباره فردی خاص صورت گیرد آن‌گاه داده‌ها به سمتی خاص انحراف پیدا می‌کنند و لذا افزایش تعداد داده‌ها هم کمکی نمی‌کند. در اصطلاح نمونه‌گیری اریب خواهد بود.

## ✓ روش‌های گردآوری داده‌ها:

۱- مشاهده: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو

۲- مصاحبه: بین دو نفر صورت می‌گیرد، یکی آمارگیر و دیگری پاسخگو

۳- پرسش‌نامه: مجموعه سؤالات از قبل تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شوند.

۴- دادگان‌ها: شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است.

✓ **متغیر و انواع آن:** هر ویژگی از اشخاص یا اشیاء که قرار است بررسی شود متغیر نامیده می‌شود.

### ۱- متغیر کمی:

گسسته ← مثل تعداد دانش‌آموزان غایب

پیوسته ← مثل وزن و قد دانش‌آموزان یک کلاس

### ۲- متغیر کیفی:

ترتیبی ← مثل فصول سال

اسمی ← مثل رنگ چشم افراد

✓ **پارامتر جامعه:** یک مشخصه عددی است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است  
 ؟ **مثال:** اگر داده‌های مربوط به همه کوهنوردان کوه دماوند را داشته باشیم (یعنی به داده‌های جامعه دسترسی داشته باشیم)، نسبت مردان به کل جامعه کوهنوردان مصرف یک پارامتر است.

✓ **آماره (مقدار آماره):** اگر داده‌های کل یک جامعه را در اختیار نداشته باشیم و تنها به داده‌های نمونه‌ای از جامعه دسترسی داشته باشیم آن‌گاه اگر یک مشخصه عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه باشد را مطرح کنیم یک آماره خواهیم داشت  
**مثال:** در مثال کوهنوردان اگر داده‌های بعضی از کوهنوردان را داشته باشیم آن‌گاه نسبت مردان کوهنورد به این داده‌های نمونه را یک آماره می‌گویند.

**تذکر:** پارامترهای یک جامعه همیشه ثابت‌اند، اما آماره‌ها از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر می‌کنند. علی‌رغم این که پارامتر دارای مقداری ثابت است اما در عمل، آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست. پس پارامترها معمولاً مجهول هستند و به همین دلیل از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند.

✓ **آماره استنباطی:** فرآیند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه براساس نمونه، آمار استنباطی است! ☺

**مثال:** فرض کنید در یک زمین کشاورزی در حال ارزیابی هندوانه‌های آماده برداشت هستید. اگر هدف بررسی وزن‌های هندوانه‌ها باشد، متغیر وزن آن‌هاست که یک متغیر کمی پیوسته است.  
 اگر وزن همه هندوانه‌های این زمین بررسی شود «که امکان‌پذیر نیست» متوسط وزن هندوانه‌های قابل برداشت پارامتر خواهد بود.

اگر هدف مزه هندوانه‌ها باشد، متغیر از نوع کیفی اسمی است «بد، قابل قبول، خوب» در این حالت پارامتر مجهول

است زیرا به هیچ‌عنوان نمی‌توان مزه همه هندوانه‌ها را چشید! پس باید به بخشی از آن‌ها که نمونه نامیده می‌شود اکتفا کرد. اکنون نسبت تعداد هندوانه‌های دارای مزه «خوب» در این نمونه آماره است.

✓ **برآورد:** «برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه» برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند

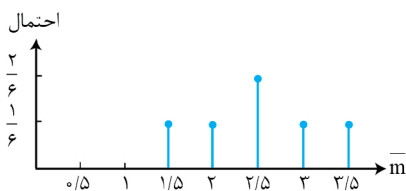
**تذکر:** به بیان ساده‌تر برای تخمین ویژگی موردنظر در جامعه براساس نمونه یک عدد گزارش می‌شود که به آن برآورد عددی (نقطه‌ای) گفته می‌شود.

**مثال:** جامعه آماری کوچکی با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ در نظر می‌گیریم. میانگین این جامعه  $\frac{2}{5}$  است. حال فرض کنید که نمونه‌هایی دوتایی از این جامعه انتخاب کنیم.

نمونه	{۱, ۲}	{۱, ۳}	{۱, ۴}, {۲, ۳}	{۲, ۴}	{۳, ۴}
$\bar{x}$	5/1	2	5/2	3	5/3
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

نکات زیر از جدول صفحه قبل قابل برداشت است:

- اگر میانگین جامعه پارامتر باشد، آن‌گاه مقدار آن  $\frac{2}{5}$  است. نمونه‌های دوتایی وجود دارد که بهترین «دقیق‌ترین» برآورد نقطه‌ای را نسبت به پارامتر دارند. (نمونه‌های {۲, ۳} و {۱, ۴})
- میانگین نمونه‌ای متغیر است، یعنی از نمونه‌ای به نمونه دیگر تغییر می‌کند.



۳- احتمال این که بهترین برآورد برای پارامتر جامعه رخ دهد برابر  $\frac{2}{6}$  است.

۴- نمودار جدول صفحه قبل را رسم می‌کنیم. (محور طول‌ها،  $\bar{x}$  و محور عرض‌ها احتمال قرار می‌گیرند.)

**تذکر:** هر چقدر اندازه نمونه‌ها را افزایش دهیم برآوردها به میانگین جامعه که پارامتر است نزدیک‌تر می‌شود. به بیان دیگر با زیاد شدن اندازه نمونه انحراف معیار برآوردهای پارامتر کم‌تر می‌شود. پس هرچقدر انحراف معیار برآورد کم‌تر شود برآورد آن بهتر است.

**فرمول مهم:** انحراف معیار برآورد میانگین جامعه عددی است که نماد  $\sigma_{\bar{x}}$  نشان داده می‌شود و  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  که  $\sigma$  انحراف معیار جامعه و  $n$  اندازه نمونه است.

✓ **برآورد بازه‌ای (بازه اطمینان — فاصله اطمینان):** برآورد بازه‌ای پارامتر جامعه عبارت است از: بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد

بر آورد بازه‌ای میانگین جامعه: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه  $n$  در اختیار داشته باشیم با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توان گفت:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که  $\mu$  میانگین جامعه و  $\sigma$  انحراف معیار جامعه است.