

## پاسخ تشریحی سوالات کنکور ریاضی سراسری - تیر ۱۴۰۴ (نوبت دوم)

### سوال ۱: گزینه‌ی ۲

۱- کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟

- (۱)  $a, a^2, a^3, \dots$       (۲)  $a, 1, \frac{1}{a}, \dots$       (۳)  $a^2, a, 1, \dots$       (۴)  $1, a, a^2, \dots$

### سوال ۲: گزینه‌ی ۴

۲- مقدار عبارت  $\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2}$  به ازای ریشه مثبت معادله  $x^2 + x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $0,1\sqrt{5}$       (۲)  $0,2\sqrt{5}$       (۳)  $0,3\sqrt{5}$       (۴)  $0,6\sqrt{5}$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x + \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3(8x^3 + 12x^2 + 6x + 1)}{((2x+1)^2)^2} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)+1} = \frac{3}{\sqrt{5}-1+1} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} = 0,6\sqrt{5}$$

### سوال ۳: گزینه‌ی ۳

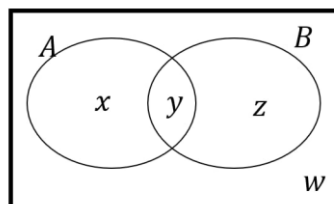
۳- ساده‌شده عبارت  $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$  کدام است؟

- (۱)  $A - B$       (۲)  $B - A$       (۳)  $B$       (۴)  $A$

مثال می‌زنیم:

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = \{z\} \cup [(\{y\} - \{x, w\}) \cap \{x, y, z\}] =$$

$$\{z\} \cup [\{y\} \cap \{x, y, z\}] = \{z\} \cup \{y\} = \{y, z\} = B$$



## سوال ۴: گزینهی ۱

۴- گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$\begin{array}{ll} p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) & (۱) \\ r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q) & (۲) \\ \sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) & (۳) \\ \sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q) & (۴) \end{array}$$

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \Rightarrow r &\equiv \sim(p \wedge q) \vee r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv p \Rightarrow (\sim q \vee r) \equiv \\ p \Rightarrow (q \Rightarrow r) &\equiv p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \end{aligned}$$

## سوال ۵: گزینهی ۳

۵- نقاط  $A(2a+3, a-2)$  و  $B(7-2a, a-2)$  دو نقطه متمایز با مؤلفه‌های طبیعی از یک سهمی هستند. اگر نقطه رأس این سهمی باشد، فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{13}{4} & (۱) & \frac{1}{4} & (۲) \\ \frac{1}{8} & (۳) & \frac{13}{8} & (۴) \end{array}$$

نقاط  $A$  و  $B$  هم‌عرض هستند. پس میانگین طول‌ها برابر طول راس سهمی است:

$$x_s = b = \frac{(7-2a) + (2a+3)}{2} = 5 \Rightarrow S(5, 3)$$

گفته شد مؤلفه‌های نقاط  $A$  و  $B$  طبیعی هستند، پس:

$$7-2a > 0 \Rightarrow a < 3.5$$

$$2a+3 > 0 \Rightarrow a > -1.5$$

$$a-2 > 0 \Rightarrow a > 2$$

اشتراک همگی به ما  $a = 3$  می‌دهد و داریم  $A(9, 1)$  و  $B(1, 1)$  و داشتیم  $S(5, 3)$  پس دهانه‌ی سهمی رو به پایین است. بنابراین معادله‌ی سهمی به صورت زیر درمی‌آید:

$$(x-5)^2 = -4a(y-3)$$

نقطه‌ی  $B(1, 1)$  را جایگذاری می‌کنیم:

$$(1-5)^2 = -4a(1-3) \Rightarrow 16 = 8a \Rightarrow a = 2$$

$$(x-5)^2 = -8(y-3)$$

می‌گذاریم  $x = 0$ :

$$(0-5)^2 = -8(y-3) \Rightarrow 25 = -8y + 24 \Rightarrow y = \frac{1}{8}$$

## سوال ۶: گزینه‌ی ۱

۶- اگر عکس مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم  $-4ax^2 + bx + \frac{1}{4}c = 0$  برابر  $\log_4$  و  $a$  واسطه حسابی  $b$  و  $c$  باشد،

مقدار  $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}}$  کدام است؟

$\sqrt[4]{10}$  (۴)       $\sqrt[3]{10}$  (۳)       $\sqrt{5}$  (۲)       $\sqrt[5]{5}$  (۱)

$$-4ax^2 + bx + \frac{1}{4}c = 0$$

$$\boxed{2a = b + c} \Rightarrow b = 2a - c$$

$$\frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{1}{S} = \frac{4a}{b} = \frac{4a}{2a - c} = \log_4 = 2 \log_2$$

$$\frac{2a}{2a - c} = \log_2 \Rightarrow \frac{2a - c}{2a} = \log_2 10 \Rightarrow 1 - \frac{c}{2a} = \log_2 10 \Rightarrow 1 - \log_2 10 = \frac{c}{2a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{2 - \log_2 10 = \frac{c}{a}} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{2 - \log_2 10} = \left(2^{-\frac{1}{4}}\right)^{2 - \log_2 10} = \left(2^{\frac{c}{a}}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(2^{2 - \log_2 10}\right)^{-\frac{1}{4}}$$

$$= \left(\frac{2^2}{2^{\log_2 10}}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{4}{10}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{10}{4}\right)^{\frac{1}{4}} = (2.5)^{\frac{1}{4}} = (5^2)^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

## سوال ۷: گزینه‌ی ۲

۷- اگر معادله  $|4x - 2| = x^2 - x + a$  دارای سه ریشه حقیقی باشد، ریشه بزرگ‌تر معادله کدام است؟

$5,5$  (۴)       $5$  (۳)       $4,5$  (۲)       $4$  (۱)

باید نقطه‌ی شکستگی تابع قدرمطلق روی سهمی باشد:  $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$  و جایگذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = |4x - 2|$$

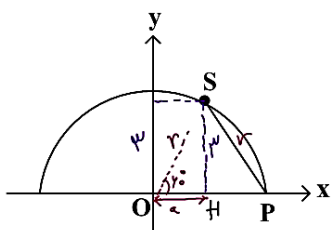
$$x \geq \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 4x - 2 \Rightarrow x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow$$

گزینه ۱ و ۳ نمی‌شود چون صحیح هستند و در معادله  $\frac{9}{4}$  داریم. گزینه‌ی ۲ و ۴ را امتحان می‌کنیم:

گزینه‌ی  $4/5 = \frac{1}{4} = x$  می‌شود. (نیازی به حل معادله‌ی دوم نیست چون در هر صورت  $x \leq \frac{1}{4}$  است.)

## سوال ۸: گزینهی ۳

۸- نقطه  $S(a, 3)$  روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر  $PS$  برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$ (۳)  $\sqrt{3}$ (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 

$$OSH = 30^\circ \Rightarrow \angle a = r \Rightarrow 3^2 + a^2 = (ra)^2 \Rightarrow 3a^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

## سوال ۹: گزینهی ۲

۹- مقدار  $f \circ g(-4)$  کدام است؟

$$g(x) = \begin{cases} -x+4 & f(x) \geq 0 \\ x-4 & f(x) < 0 \end{cases} \text{ و } f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 2 \\ -3x+7 & x \leq 2 \end{cases} \text{ اگر } -9$$

(۱) ۱۹ (۲) ۹ (۳) -۱۵ (۴) -۵

بینیم کی  $f(x) \geq 0$  و  $f(x) \leq 0$  است:

به ازای  $f(x) = x+1, x > 2$  همواره مثبت است.

به ازای  $f(x) = -3x+7, x \leq 2$  همواره مثبت است.

پس همواره  $f(x) > 0$  است، بنابراین ضابطه‌ی دوم تابع  $g(x)$  اصلاً اتفاق نمی‌افتد و داریم:

$$g(x) = -x + 4; D_g = \mathbb{R}$$

$$f(g(-4)) = f(4 + 4) = f(8) = 8 + 1 = 9$$

## سوال ۱۰: گزینه‌ی ۴

۱۰- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10$  در یک همسایگی از  $a$ ، وارون پذیر است. اگر  $f \circ f(a) = a$  باشد،

مقدار  $f(a-9)$  کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$$f(x) = 6x - x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 10 = 6x - (x+2)\sqrt{x} + 10$$

اینکه  $f \circ f(a) = a$  است یعنی می‌توان گفت در همسایگی  $a$ ،  $f^{-1}(x) = f(x)$  است.

$$f(a) = f^{-1}(a) = a$$

$$f(a) = 6a - (a+2)\sqrt{a} + 10 = a$$

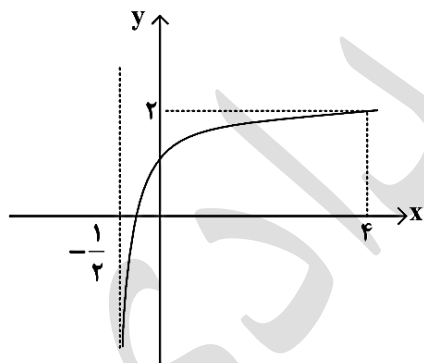
$$5a + 10 - (a+2)\sqrt{a} = 0 \Rightarrow 5(a+2) - (a+2)\sqrt{a} = 0 \Rightarrow (a+2)(5 - \sqrt{a}) = 0$$

$a = 25$  قابل قبول است و چون  $-2$  در دامنه‌ی  $f$  تابع نیست:

$$f(25 - 9) = f(16) = 96 - 4(18) + 10 = 34$$

## سوال ۱۱: گزینه‌ی ۱

۱۱- شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \log_3(ax+b)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $f^{-1}(-2)$  کدام است؟


 $-\frac{4}{9}$  (۱)

 $-\frac{2}{9}$  (۲)

 $-\frac{5}{18}$  (۳)

 $-\frac{7}{18}$  (۴)

مجانِب عمودی درون لگاریتم را صفر می‌کند:

$$a\left(\frac{-1}{2}\right) + b = 0 \Rightarrow 2b = a$$

$$f(4) = \log_3(4a + b) = 2 \Rightarrow 4a + b = 9 \Rightarrow 8b + b = 9 \Rightarrow b = 1 \text{ و } a = 2$$

$$f(x) = \log_3(2x + 1) = -2 \Rightarrow 2x + 1 = \frac{1}{9} \Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{-4}{9}$$

## سوال ۱۲: گزینه‌ی ۴

۱۲- اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $(\sqrt{1+\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha})(1+\cos \alpha)$  کدام

است؟

- (۱)  $\cos \alpha$       (۲)  $\sin \alpha$       (۳)  $-\cos \alpha$       (۴)  $-\sin \alpha$

$$(1 + \cos \alpha) \left( \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left( \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha}} \right) =$$

$$(1 + \cos \alpha) \left( \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| + \frac{1}{\tan \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left( \frac{-1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = (1 + \cos \alpha) \left( \frac{-1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$= \frac{(\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)}{\sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

## سوال ۱۳: گزینه‌ی ۱

۱۳- اگر  $\tan(\alpha + 12^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4}$  باشد، مقدار  $\cot(18^\circ - \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $5\sqrt{3}$       (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$       (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{15}$       (۴)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

سعی کنیم رابطه‌ای بین  $12^\circ$  و  $18^\circ$  با زوایایی که می‌شناسیم پیدا کنیم: مثلاً  $12^\circ + 18^\circ = 30^\circ$

$$\tan(\alpha + 12^\circ + 18^\circ - 18^\circ) = \tan((\alpha - 18^\circ) + 30^\circ) = \frac{\tan(\alpha - 18^\circ) + \tan 30^\circ}{1 - \tan(\alpha - 18^\circ) \tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

می‌گیریم:  $A = \tan(\alpha - 18^\circ)$

$$\frac{A + \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{4}A} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 4A + \frac{4}{3}\sqrt{3} = \sqrt{3} - A \Rightarrow 5A = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A = \tan(\alpha - 18^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{15}$$

$$\Rightarrow \cot(\alpha - 18^\circ) = -\cot(18^\circ - \alpha) = \frac{-1}{\tan(\alpha - 18^\circ)} = \frac{-1}{\frac{-\sqrt{3}}{15}} = \frac{15}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

## سوال ۱۴: گزینه‌ی ۲

۱۴- حاصل عبارت  $A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ)$  چند برابر  $\cos(27^\circ)$  است؟

۰٫۵ (۴)                      ۱٫۵ (۳)                      ۲٫۵ (۲)                      ۳٫۵ (۱)

$$A = \sqrt{3} \cos(210^\circ) \sin(243^\circ) - \sqrt{2} \sin(135^\circ) \cos(153^\circ) =$$

$$\sqrt{3} \cos(180^\circ + 30^\circ) \sin(270^\circ - 27^\circ) - \sqrt{2} \sin(90^\circ + 45^\circ) \cos(180^\circ - 27^\circ) =$$

$$\sqrt{3} (-\cos 30^\circ) (-\cos 27^\circ) - \sqrt{2} (\sin 45^\circ) (-\cos 27^\circ) =$$

$$\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (\cos 27^\circ) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (\cos 27^\circ) = \frac{5}{2} (\cos 27^\circ)$$

## سوال ۱۵: گزینه‌ی ۳

۱۵- معادلهٔ مثلثاتی  $\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi$  چند جواب در بازهٔ  $(0, \pi)$  دارد؟

۳ (۴)                      ۴ (۳)                      ۵ (۲)                      ۶ (۱)

$$\tan 2x + \tan 3x = \tan 5\pi = 0$$

$$\tan 3x = -\tan 2x = \tan(-2x)$$

$$3x = -2x + k\pi \Rightarrow 5x = k\pi \Rightarrow x = k \frac{\pi}{5} \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4$$

## سوال ۱۶: گزینه‌ی ۳

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

$$+\infty \quad (۴) \quad \sqrt{\frac{2}{3a}} \quad (۳) \quad \sqrt{\frac{2}{a}} \quad (۲) \quad ۸ \quad (۱)$$

باید عامل  $x = 3a$  از صورت و مخرج ساده شود:

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3\sqrt{x} - \sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 3a^+} \frac{2\sqrt{x-3a} + 3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{(x+3a)(x-3a)}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \left( \frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{(x+3a)(x-3a)}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x^2-9a^2}} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \left( \frac{2}{\sqrt{(x+3a)}} + \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{3a})}{\sqrt{x^2-9a^2}} \times \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{3a})}{(\sqrt{x} + \sqrt{3a})} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \left( \frac{2}{\sqrt{(x+3a)}} + \frac{3(x-3a)}{(\sqrt{x} + \sqrt{3a}) \times \sqrt{(x+3a)} \times \sqrt{(x-3a)}} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3a^+} \left( \frac{2}{\sqrt{(x+3a)}} + \frac{3\sqrt{(x-3a)}}{(\sqrt{x} + \sqrt{3a}) \times \sqrt{(x+3a)}} \right) = \frac{2}{\sqrt{(3a+3a)}} + \frac{3\sqrt{(3a-3a)}}{(\sqrt{x} + \sqrt{3a})\sqrt{(x+3a)}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{(3a+3a)}} + 0 = \frac{2}{\sqrt{6a}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

## سوال ۱۷: گزینه‌ی ۱

۱۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2 + ax + b} = +\infty$  باشد، مقدار  $\left[ \frac{b}{a} \right]$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) ۱      (۴) ۲

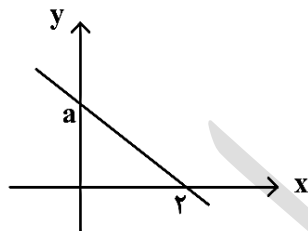
اینکه گفته نشده از چه سمتی به  $x = \sqrt[3]{4}$  نزدیک شده، پس یعنی حد چپ و حد راست  $+\infty$  می‌شود. توجه کنید صورت همواره مثبت است، پس مخرج چه در حد چپ و چه در حد راست، برابر  $0^+$  می‌شود. پس مخرج ریشه‌ی مزدوج دارد که آن ریشه همان  $x = \sqrt[3]{4}$  است. پس:

$$(x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - 2\sqrt[3]{4}x + 2\sqrt[3]{4} = x^2 + ax + b$$

$$a = -2\sqrt[3]{4}, b = 2\sqrt[3]{4} \Rightarrow \left[ \frac{b}{a} \right] = \left[ \frac{2\sqrt[3]{4}}{-2\sqrt[3]{4}} \right] = \left[ -\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} \right] = \left[ -2^{-\frac{1}{3}} \right] = \left[ -\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \right] = \left[ -\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right] = -1$$

## سوال ۱۸: گزینه‌ی ۲

۱۸- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر داده شده است. اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = 2$  باشد، مقدار غیر صحیح  $a$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{2}$   
 (۲)  $1 + \sqrt{2}$   
 (۳)  $-1 + \sqrt{2}$   
 (۴)  $2\sqrt{2}$

$$f(x) = \left(\frac{-a}{2}\right)x + a, \quad f^{-1}(x) = \left(\frac{-2}{a}\right)x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{-2}{a}\right)x + 2}{\left| 2\left(\left(\frac{-a}{2}\right)x + a\right) - a\left(\left(\frac{-2}{a}\right)x + 2\right) \right|} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{-2}{a}\right)x + 2}{\left| (-ax + 2a) + (2x - 2a) \right|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{-2}{a}\right)x + 2}{\left| (2-a)x \right|} = \frac{-2}{a-2} \text{ یا } \frac{-2}{2-a}$$

$$\blacksquare \frac{-2}{a-2} = \frac{-2}{a(a-2)} = 2 \Rightarrow a(a-2) = -1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \in \mathbb{Z}$$

$$\blacksquare \blacksquare \frac{2}{a-2} = \frac{2}{a(a-2)} = 2 \Rightarrow a(a-2) = 1 \Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$$

## سوال ۱۹: گزینه ۴

۱۹- اگر تابع  $f$  با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\ \frac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{a}} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x^2 + ax} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{2x + a} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - x}{x^2 - ax} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - 1}{2x - a} = \frac{1}{a}$$

$$f(0) = \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \Rightarrow 2a^2 - a = 2a + 2 \Rightarrow 2a^2 - 2a - 2 = 0$$

$$a = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5} \quad (\text{با } a = 2 \text{ همواره مخارج ناصفر است.})$$

اگر  $a = -\frac{1}{2}$  باشد، مخارج تابع ریشه‌دار شده و از پیوستگی در می‌آید.

## سوال ۲۰: گزینه ۳

۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}}$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cot(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})}{x - \frac{\pi}{2}} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \tan \frac{x}{2}}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}} \times \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan \frac{x}{2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x - \frac{\pi}{2}} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos 2x}{1} = 2 \cos 2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = 2 \cos \pi = -2$$

## سوال ۲۱: گزینه‌ی ۴

۲۱- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x^2} & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. اگر  $f$  فقط در یک نقطه مشتق پذیر نباشد، مقدار

$a + b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳) ۱      (۴) ۲

تابع را یک بار دیگر بازنویسی کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} a + |x| & x < 1 \\ bx^{\frac{2}{3}} & x \geq 1 \end{cases}$$

تابع قدر مطلق داریم که در  $x = 0$  تغییر می‌کند و همان نقطه‌ی مشتق ناپذیر و تنها نقطه‌ای است که این ویژگی را دارد. پس دوباره بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} a - x & x \leq 0 \\ a + x & 0 \leq x < 1 \\ bx^{\frac{2}{3}} & x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -1 & x \leq 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ \frac{2}{3}bx^{-\frac{1}{3}} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(1) = a + 1 = b, \quad f'(1) = 1 = \frac{2}{3}b$$

$$a = \frac{1}{3}, \quad b = \frac{2}{3}$$

## سوال ۲۲: گزینه‌ی ۱

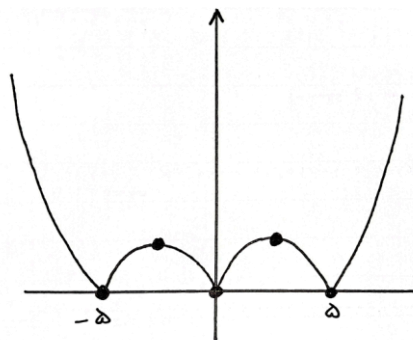
۲۲- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x^2 - 5|x|$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب، تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی

تابع  $y = |f(x)|$  باشند، مقدار  $\frac{n}{m}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴) ۲

$$f(x) = x^2 - 5|x| = \begin{cases} x^2 - 5x & x \geq 0 \\ x^2 + 5x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{2}{2}$$



## سوال ۲۳: گزینه‌ی ۲

۲۳- به ۱۶ داده آماری با واریانس ۴۰، دو داده جدید اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند ولی واریانس آنها ۱ واحد افزایش یابد، اختلاف دو داده جدید کدام است؟

۱۷ (۴)                      ۱۶ (۳)                      ۱۴ (۲)                      ۱۳ (۱)

$$\frac{(\sum_{i=1}^{16} x_i)}{16} = \frac{(\sum_{i=1}^{16} x_i) + (a+b)}{18} \Rightarrow \sum_{i=1}^{16} x_i = 8(a+b) \Rightarrow \bar{x} = \frac{(a+b)}{2}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2}{16} = 40 \Rightarrow \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2 = 640$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2) + (a - \bar{x})^2 + (b - \bar{x})^2}{18} =$$

$$\frac{(\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2) + (a - \frac{(a+b)}{2})^2 + (b - \frac{(a+b)}{2})^2}{18} =$$

$$\frac{(\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2) + (\frac{a-b}{2})^2 + (\frac{a-b}{2})^2}{18} = \frac{640 + 2(\frac{a-b}{2})^2}{18} = \frac{640 + \frac{(a-b)^2}{2}}{18} = 41$$

$$(a-b)^2 = 196 \Rightarrow a-b = 14$$

## سوال ۲۴: گزینه‌ی ۳

۲۴- در یک کلاس ۱۰ نفره که هیچ دو نفری از آنها هم‌قد نیستند دو دانش‌آموز پشت سرهم به تصادف انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که دومی از اولی کوتاه‌تر است. احتمال اینکه دانش‌آموز اول بلندقدترین عضو کلاس باشد، کدام است؟

۰٫۱ (۴)                      ۰٫۲ (۳)                      ۰٫۳ (۲)                      ۰٫۴ (۱)

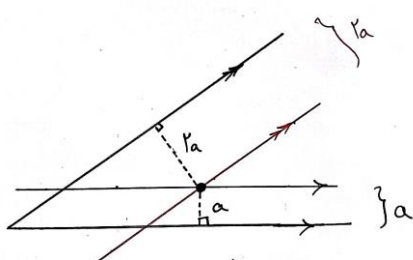
سوال را می‌توانیم معادل عدد ۱ تا ۱۰ در نظر بگیریم. اگر اولی ۱۰ باشد، برای دومی ۹ انتخاب داریم. اگر اولی ۹ باشد، برای دومی ۸ انتخاب داریم و همینطور تا اگر اولی ۲ باشد، دومی ۱ است و یک انتخاب داریم. حالت خاص هم وقتی است که اولی ۱۰ باشد، پس برای دومی ۹ انتخاب داریم:

$$P(A) = \frac{\binom{9}{1}}{\binom{9}{1} + \binom{8}{1} + \dots + \binom{2}{1} + \binom{1}{1}} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0.2$$

برای مخرج می‌توانستیم بگیریم کلا  $9 \times 10 = 90$  انتخاب داریم که نصف آن‌ها دومی کمتر از اولی است.

سوال ۲۵: گزینهی ۴

۲۵- با استفاده از کدام روش رسم زیر، می توانیم نقطه‌ای در فاصله بین دو ضلع یک زاویه بیابیم به طوری که فاصله آن نقطه از یک ضلع زاویه دو برابر فاصله آن نقطه از ضلع دیگر زاویه باشد

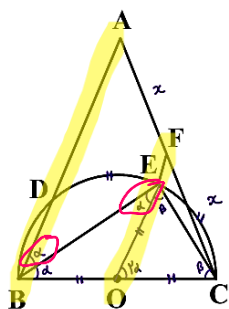


- (۱) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
- (۲) رسم خط موازی با نیمساز یک زاویه، از نقطه‌ای روی آن
- (۳) رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن
- (۴) رسم خط موازی با یک خط، از نقطه‌ای غیرواقع بر آن

خطی موازی با یک ضلع و فاصله‌ی  $a$  و خط موازی با ضلع دیگر و با اندازه‌ی  $2a$  رسم می کنیم. محل برخورد جواب مسئله است.

سوال ۲۶: گزینهی ۲

۲۶- در شکل زیر، شعاع نیم‌دایره برابر  $4/5$  و  $EF = 2$  است. اگر  $\widehat{DE} = \widehat{EC}$  و  $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$  باشد، اندازه‌ی  $AB$  کدام است؟



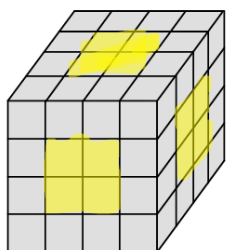
- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۳
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۵

از  $E$  به  $O$  خطی رسم می کنیم. زوایای  $B$  و  $C$  را به ترتیب  $\alpha$  و  $\beta$  می نامیم و چون زاویه‌ی  $E$  رو به قطر است، پس قائمه است و سایر زوایا رو تکمیل می کنیم. می بینیم دو زاویه‌ی مشخص شده برابر هستند، پس دو خط  $AB \parallel OF$  است و خط  $BE$  مورب است. بنابراین:

$$\triangle ABC \sim \triangle OFC \Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{OF}{AB} \Rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{2 + 4/5}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6/5}{AB} \Rightarrow AB = 12$$

سوال ۲۷: گزینهی ۴

۲۷- تمام وجه‌های مکعب به ابعاد  $4 \times 4 \times 4$  شکل زیر، رنگ آمیزی شده است. چند مکعب به ابعاد  $1 \times 1 \times 1$  وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است؟



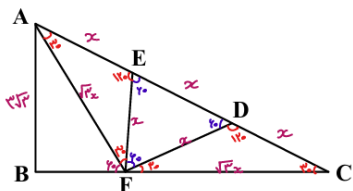
$$4 \times 6 = 24$$

- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۶
- (۴) ۲۴

سوال ۲۸: گزینهی ۳

۲۸- در مثلث شکل زیر، نقاط D و E ضلع AC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مثلث EFD، متساوی الاضلاع است.

اگر  $\frac{AF}{BC} = \frac{2}{3}$  و  $AB = 3\sqrt{3}$  باشد، طول FC کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴)  $6\sqrt{3}$

$$AF = FC = 2a = \sqrt{3}x$$

$$BF + FC = BC \Rightarrow BF + 2a = 3a \Rightarrow BF = a$$

فرض کنید  $\frac{AF}{BC} = \frac{2a}{3a}$

قضیهی کسینوس ها در مثلث ABF:

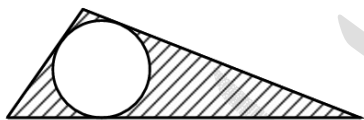
$$(3\sqrt{3})^2 = (a)^2 + (2a)^2 - 2(a)(2a) \cos 60^\circ = (3\sqrt{3})^2 = 5a^2 - 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow a = 3$$

$$FC = 2a = 6$$

سوال ۲۹: گزینهی ۱

۲۹- در شکل زیر، محیط مثلث محیطی  $\sqrt{48\pi}$  است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده برابر ۳ باشد، مساحت مثلث

محیطی کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۶,۵

(۳)  $\pi + 3$

(۴)  $1,5\pi + 3$

$$P = \sqrt{48\pi} = \sqrt{3 \times 16 \times \pi} = 4\sqrt{3\pi}$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{هاشور}} + S_{\text{دایره}} \Rightarrow 2\sqrt{3\pi}r = 3 + \pi r^2$$

$$S_{\text{کل}} = r(P \text{ نصف}) = 2\sqrt{3\pi}r$$

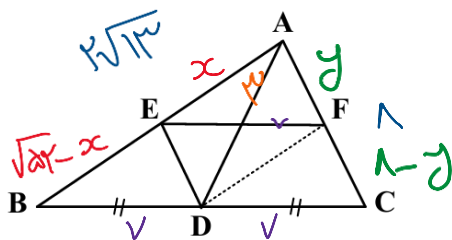
$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2$$

$$\pi r^2 - 2\sqrt{3\pi}r + 3 = 0 \Rightarrow (\sqrt{\pi}r - \sqrt{3})^2 = 0 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3}{\pi}}$$

$$S_{\text{کل}} = r(P \text{ نصف}) = 2\sqrt{3\pi} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} = 6$$

سوال ۳۰: گزینه‌ی ۴

۳۰- در مثلث ABC، DE نیمساز زاویه ADB و EF || BC است. اگر AC=۸، BC=۱۴ و AD=۳ باشد، اندازه DF کدام است؟



DF کدام است؟

(۱)  $\sqrt{7}$

(۲)  $0.9\sqrt{7}$

(۳)  $0.5\sqrt{21}$

(۴)  $0.6\sqrt{21}$

$$AD^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \left(\frac{BC}{2}\right)^2 \Rightarrow 9 = \frac{AB^2 + 64}{2} - (7)^2 \Rightarrow AB^2 = 52 \Rightarrow \boxed{AB = 2\sqrt{13}}$$

در مثلث ADE و نیمساز داریم:

$$\frac{3}{x} = \frac{7}{2\sqrt{13} - x} \Rightarrow 7x = 6\sqrt{13} - 3x \Rightarrow x = \frac{3}{5}\sqrt{13}$$

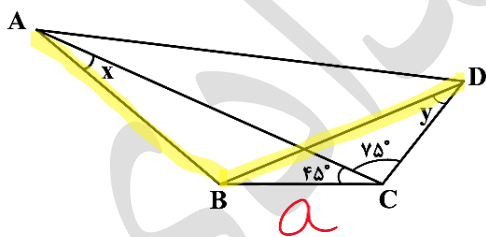
$$EB = 2\sqrt{13} - x = 2\sqrt{13} - \frac{3}{5}\sqrt{13} = \frac{7}{5}\sqrt{13}$$

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{\frac{2}{5}\sqrt{13}}{\frac{7}{5}\sqrt{13}} = \frac{y}{8-y} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{y}{8-y} \Rightarrow y = \frac{12}{5}, \quad \boxed{FC = \frac{28}{5}}$$

$$(DF)^2 = 3 \times 7 - \frac{12}{5} \times \frac{28}{5} = 21 - \frac{13}{44} = \frac{7}{56} \Rightarrow \boxed{DF = 0.6\sqrt{21}}$$

سوال ۳۱: گزینه‌ی ۳

۳۱- در شکل زیر، اگر  $\hat{ADB} = \hat{BAD}$  و  $x + y = 90^\circ$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(۳)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

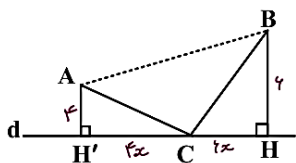
(۴)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

$$\triangle BCD: \frac{a}{\sin y} = \frac{BD}{\sin 120^\circ} \Rightarrow \frac{a}{\cos x} = \frac{BD}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{BD = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} a = AB}$$

$$\triangle ABC: \frac{a}{\sin x} = \frac{AB}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{a}{\sin x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\cos x} a}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sin x} = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

سوال ۳۲: گزینه‌ی ۲

۳۲- در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d به ترتیب، ۴ و ۶ واحد است و نقطه C روی خط d طوری انتخاب شده است که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی ABHH' برابر  $۵۰\sqrt{3}$  باشد، اندازه CH کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{3}$

(۲)  $6\sqrt{3}$

(۳)  $۸\sqrt{3}$

(۴)  $۱۰\sqrt{3}$

می‌دانیم مسیر  $ACB$  کوتاه‌ترین مسیر است که از طریق بازتاب به دست می‌آید و دو مثلث  $AH'C$  و  $BCH$  متشابه هستند. پس:

$$S = \frac{(4 + 6)(4x + 6x)}{2} = \frac{100x}{2} = 50x = 50\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow CH = 6x = 6\sqrt{3}$$

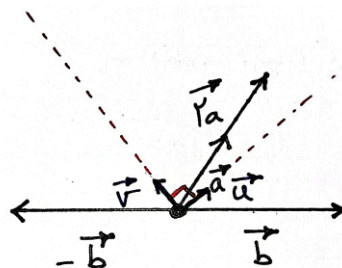
سوال ۳۳: گزینه‌ی ۳

۳۳- اگر بردار  $\vec{u}$  در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و بردار  $\vec{v}$  در راستای نیمساز زاویه بین بردارهای  $2\vec{a}$  و  $-\vec{b}$  باشد، مساحت مثلثی که توسط بردارهای  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  تولید می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴) ۱

دقت کنید هرچقدر اندازه‌ی بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  تغییر کند، راستای نیم‌سازها تغییر نمی‌کند چون با تغییر اضلاع زاویه راستای نیم‌ساز ثابت است و از طرفی، زاویه‌ای که بین دو نیم‌ساز دو زاویه‌ی مکمل ایجاد می‌شود همواره قائمه است. پس زاویه‌ی بین دو بردار  $|\vec{u}|$  و  $|\vec{v}|$ ،  $۹۰^\circ$  درجه است. چون  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = ۱$  پس:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{u} \times \vec{v}| = \frac{1}{2} |\vec{u}| |\vec{v}| \sin 90^\circ = \frac{1}{2}$$



## سوال ۳۴: گزینه‌ی ۴

۳۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $D = BA^3B$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳) -۸ (۴)  $-\frac{8}{3}$

$$\begin{aligned} |D| &= |BA^3B| = |B||A^3||B| = |A|^3|B|^2 \\ &= \left(-1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^3 (-2 \times 3 \times 4)^2 = \frac{-1}{6^3} \times 24^2 \\ &= -\frac{6^2 \times 4^2}{6^3} = -\frac{4^2}{6} = -\frac{16}{6} = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

## سوال ۳۵: گزینه‌ی ۱

۳۵- برای ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، اگر  $C = A \times B$  و  $D = B \times C \times A$  باشد،  $|D|$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

$$|D| = |BCA| = |B(AB)A| = |BABA| = |BA||BA| =$$

$$|BA|^2 = 2^2 = 4$$

$$|BA| = \left| \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 2$$

## سوال ۳۶: گزینه ۳

۳۶- نقطه  $A(\alpha, \beta)$  روی سهمی  $x = -y^2 + 5y - 6$  قرار دارد. اگر فاصله نقطه  $A$  از کانون سهمی برابر  $1/5$  باشد،

مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

$$x = -y^2 + 5y - 6 = -(y^2 - 5y + 6)$$

$$y^2 - 5y + \frac{25}{4} = -x + \frac{25}{4} - 6 \Rightarrow \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = -x + \frac{1}{4} = -\left(x - \frac{1}{4}\right) = -4\left(\frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = -4\left(\frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow a = \frac{1}{4}, \quad S\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right), \quad F\left(0, \frac{5}{2}\right), \quad d: x = \frac{1}{4}$$

سهمی افقی و دهانه به سمت چپ است پس

$$\frac{1}{4} - \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = -1$$

## سوال ۳۷: گزینه ۲

۳۷- اگر عدد طبیعی  $a > 3$  اعداد  $7m + 2$  و  $11m + 4$  را عاد کند، کدام مورد نمی تواند عدد اول بزرگتر از ۳ باشد؟

- (۱)  $ak + 1$  (۲)  $ak + 3$  (۳)  $ak + 5$  (۴)  $ak + 7$

$$\begin{cases} a | 7m + 2 \\ a | 11m + 4 \end{cases} \Rightarrow a | 6 \quad \forall a > 3 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow 6k + 3 = 3q$$

گزینه ۲ مضرب ۳ است پس نمی تواند عدد اولی بزرگتر از ۳ باشد.

## سوال ۳۸: گزینه ۴

۳۸- ۱۰ نفر به چند طریق می توانند در پنج اتاق ۲ نفره یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

- (۱) ۱۸۹ (۲) ۳۱۵ (۳) ۵۶۷ (۴) ۹۴۵

از ۱۰ نفر، دو نفر دو نفر انتخاب می کنیم که در هر اتاق قرار دهیم. چون اتاق ها یکسان هستند و جابه جایی تاثیری در حالت جدید ندارد، تقسیم بر ۵! می کنیم:

$$\frac{\binom{10}{2} \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{5!} = \frac{(45)(28)(15)(6)(1)}{5!} = 945$$

## سوال ۳۹: گزینه‌ی ۲

۳۹- در کیسه‌ای ۶ گوی آبی، ۵ گوی سبز، ۴ گوی قرمز و ۷ گوی سفید وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل ۳ گوی آبی یا حداقل ۴ گوی سبز یا حداقل ۲ گوی قرمز یا حداقل ۵ گوی سفید بیرون آورده‌ایم؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۶ آبی ← ۳

۵ سبز ← ۴

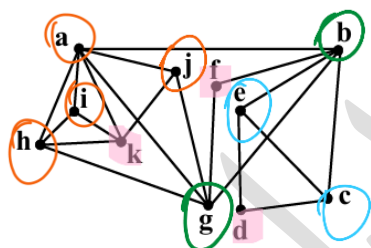
۴ قرمز ← ۲

۷ سفید ← ۵

$$(۲ + ۳ + ۱ + ۴) + ۱ = ۱۱$$

## سوال ۴۰: گزینه‌ی ۳

۴۰- در گراف شکل زیر، چند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که هر رأس گراف فقط متعلق به یکی از همسایگی‌های بسته‌ی اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد؟



۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۴ (۴) صفر

مجموعه‌ی  $\{k, f, d\}$  این شرط را دارد.

(دقت کنید مجموعه‌های  $\{a, f, c\}$ ,  $\{a, f, d\}$ ,  $\{a, f, e\}$  هم احاطه‌گر مینیمم هستند اما مثلاً رأس  $g$  با دو رأس  $a, f$  احاطه می‌شود که خلاف خواسته‌ی سوال است.)

«در نظر بگیرید پاسخ‌ها برای شفافیت، در طولانی‌ترین حالت نوشته شده است»

۴۱ - کدام مورد، یکای توان نیست؟

(۱) ولت آمپر  $P = VI$

(۲) کولن ولت ثانیه  $P = \frac{vq}{t}$

(۳) نیوتون متر ثانیه  $P = Fv$

(۴) کیلوگرم متر ثانیه

سال یازدهم فصل ۲

سال دهم فصل ۳

۴۲ - توان یک شخص بالغ در انجام کار معمولی،  $300\text{ W}$  است. اگر جرم این شخص  $60\text{ kg}$  باشد، با همین توان در هردقیقه چند پله را بالا می‌رود؟ (ارتفاع هر پله  $25\text{ cm}$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

(۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

ارتفاع هر پله  $\times$  تعداد پله  $\rightarrow nh$ 

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad W = \Delta U = mg\Delta h \quad \rightarrow P = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \rightarrow 300 = \frac{60 \times 10 \times n \times 0.25}{60} \Rightarrow n = 120$$

محاسبات سریع‌تر

$$P = \frac{mg \cancel{\Delta h}^{nh}}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{\cancel{60} \times n \times 25}{\cancel{60}} \Rightarrow n = \frac{3}{25} = \frac{120}{1000}$$

چون پایه‌های گزینه متفاوت است

اعداد را ساده نوشتیم

۴۳ - ۴۵ دور بر دقیقه برابر با چند رادیان بر ثانیه است؟

(۱)  $\frac{3\pi}{2}$  (۲)  $\frac{2\pi}{3}$  (۳)  $\frac{4\pi}{3}$  (۴)  $\frac{3\pi}{4}$ 

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{45} \text{ s}$$

به جور دیگه

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{60}{45}} = \frac{2 \times 45\pi}{60} = \frac{3}{2}\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi n}{t}$$

۴۴ - کدام ویژگی مربوط به تمام موج‌های الکترومغناطیسی است؟

ص - سرعت آنها در خلأ یکسان است.

ب - منشأ تولید همه، تغییر تراز انرژی الکترون‌های اتم است.

ج - همه موج عرضی هستند.

د - تشخیص و آشکارسازی همه، به یک روش است.

(۱) «الف» و «د» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ب» و «ج»

۴۵- متحرکی به جرم  $m_1 = 5 \text{ kg}$  با تندی  $V_1$  در حرکت است. تندی آن ۲۵ درصد افزایش یافته و انرژی جنبشی آن نیز ۲۵ درصد افزایش یافته است. جرم جسم چند کیلوگرم کاهش یافته است؟

(۱) صفر (۲) ۰٫۵ (۳) ۱ (۴) ۲

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{5}{4}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{25}{16}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow m_2 = 4 \text{ kg} \Rightarrow \Delta m = -1 \text{ kg}$$

تغییر جرم جرم نهایی جرم اولیه ( $m_1$ )  
یعنی کاهش جرم

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{25}{16}} = \frac{4}{5} \Rightarrow m_2 = 4 \text{ kg} \Rightarrow \Delta m = -1 \text{ kg}$$

نسبت گیری سریع تر

۴۶- معادله مکان - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، در SI به صورت  $x = \frac{3}{4}t^2 - 15t + 30$  است.

سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول، چند برابر سرعت متوسط در ۵ ثانیه سوم است؟

(۱) ۳- (۲) ۰-۴ (۳) ۳-۱۵ (۴) ۴-۱۰

چون بازه زمانی یکسان است پس نسبت سرعت متوسط همان نسبت جابجایی است  $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  سرعت متوسط یکسان

به روش عادی با جای گذاری زمان  $t$  به مکان  $x$  می رسمیم

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow x = +30 \\ t = 5 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \times 25 - (15 \times 5) + 30 = -26/25 \\ t = 10 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \times 100 - (15 \times 10) + 30 = -45 \\ t = 15 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \times 225 - (15 \times 15) + 30 = -26/25 \end{array} \right.$$

$$\Delta x = -26/25 - 30 = -56/25$$

$$\Delta x = x_{\text{آخر}} - x_{\text{اول}} \Rightarrow \frac{-56/25}{5} = \frac{-45}{10} = -3$$

$$\Delta x = -26/25 - (-45) = 118/25$$

چون زمان‌ها مساوی است جابجایی‌های: **روش سریعتر**  
متحرک تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت  $at^2$   
می‌دهد.

$$x = \frac{3}{4}t^2 - 15t + 30 \Rightarrow \Delta x = \frac{3}{4} \times 25 - 15 \times 5 = -56/25$$

$$\Delta x = \Delta x + 2at = -56/25 + 2 \times \frac{3}{4} \times 25 = 18/25 = -3$$

یه روش دیگه! مشتق معادله مکان (x) معادله سرعت (v) را می‌دهد.

$$x = \frac{3}{4}t^2 - 15t + 30 \xrightarrow{\text{مشتق}} v = \frac{3}{2}t - 15$$

در شتاب ثابت سرعت متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  با سرعت لحظه‌ای در وسط آن بازه یعنی  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  برابر است پس:

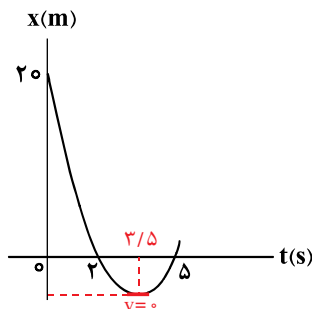
$$v_{av} = v_{2/5} = \frac{3}{2} \times 2/5 - 15 = -11/25 \frac{m}{s}$$

= -3

$$v_{av} = v_{12/5} = \frac{3}{2} \times 12/5 - 15 = 3/25 \frac{m}{s}$$

روش‌های دیگری هم داریم 😊....

۴۷- سهمی زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. سرعت متحرک در لحظه  $t = 5s$



چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲٫۵  
(۲) ۴  
(۳) ۴٫۵  
(۴) ۶ ✓

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3/5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3/5a$$

ارتباط بین  $v_0$  و شتاب (a)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -20 = \frac{1}{2}a \times 25 - 3/5a \times 5 \Rightarrow -20 = -5a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 4 \times 1/5 = 6 \frac{m}{s}$$

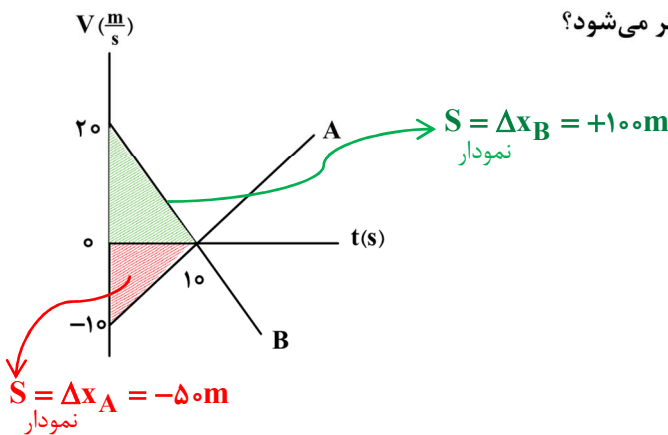
سرعت در اول بازه یعنی در لحظه  $3/5$  ثانیه که برابر صفر می‌باشد.  
مدت حرکت یا مدت بازه که  $1/5$  ثانیه است

۴۸- سنگی را در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲/۸ متر رها می‌کنیم. این سنگ ۰/۶ ثانیه قبل از رسیدن به زمین از ارتفاع چند متری می‌گذرد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۷/۸ (۱) ✓      ۶/۸ (۲)      ۶ (۳)      ۵ (۴)

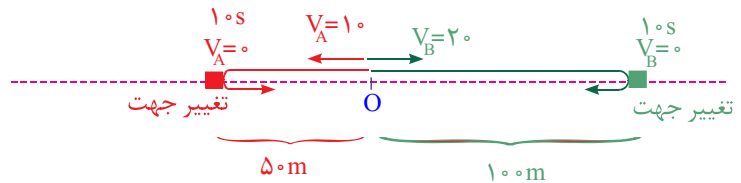
$v_0 = 0$   
 $12/8m$   
 $v^2 - v_0^2 = 2gy \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 12/8 \rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$   
 محاسبه سرعت برخورد  
 $y' = ?$  محاسبه  $y' = -\frac{1}{2}gt^2 + vt = -\frac{1}{2} \times 10 \times 0/36 + 16 \times 0/6 = 7/8m$   
 (با سرعت آخری)

۴۹- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که روی محور X حرکت می‌کنند و در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند. چند بار فاصله بین این دو متحرک ۱۵۰ متر می‌شود؟



- ۱ (۱)  
۲ (۲) ✓  
۳ (۳)  
۴ (۴)

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

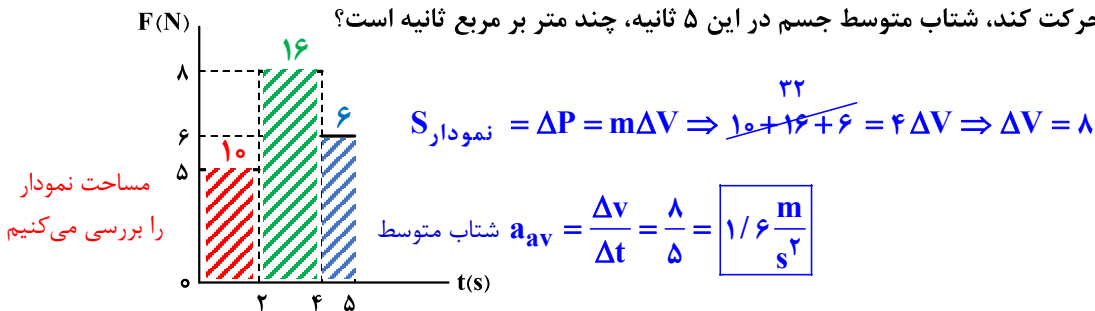


ابتدا در لحظه ۱۰s فاصله A و B برابر ۱۵۰m می‌شود.

۲ بار

سپس به سمت هم می‌آیند، به هم می‌رسند، از هم عبور می‌کنند و فاصله‌شان زیاد می‌شود تا مجدد به ۱۵۰m برسد

۵۰- شکل زیر، نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۴ kg را نشان می‌دهد. اگر جسم تحت اثر این نیرو از حال سکون شروع به حرکت کند، شتاب متوسط جسم در این ۵ ثانیه، چند متر بر مربع ثانیه است؟



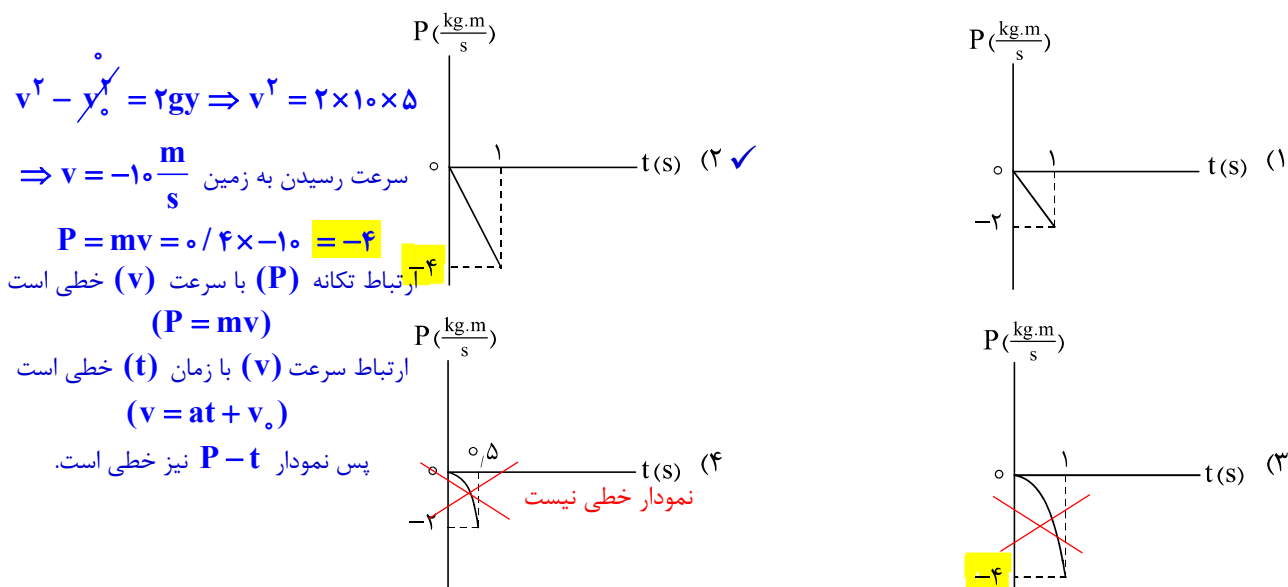
- ۱/۳ (۱)  
۱/۴۷ (۲)  
۱/۵۲ (۳)  
۱/۶ (۴) ✓

۵۱- خودرویی در یک سطح افقی در حال حرکت است و از سقف آن آونگی آویزان است. اگر خودرو شتاب رو به جلو داشته باشد و یا اگر خودرو در مسیر دایره‌ای یکنواخت حرکت کند، به ترتیب، در هر مورد آونگ به کدام سمت منحرف می‌شود؟

- (۱) رو به جلو - به سمت مرکز دایره  
 (۲) رو به عقب - به سمت مرکز دایره  
 (۳) رو به جلو - به سمت بیرون دایره  
 (۴) رو به عقب - به سمت بیرون دایره ✓

به کمک مفهوم لختی (اینرسی) در حرکت خودرو در مسیر دایره‌ای نیروی مرکزگرا به سمت مرکز مسیر دایره‌ای می‌باشد پس آونگ به بیرون از دایره حرکت می‌کند.

۵۲- گلوله‌ای به جرم ۴۰۰ گرم در شرایط خلأ از ارتفاع ۵ متری رها می‌شود، نمودار تکانه - زمان آن تا رسیدن به سطح زمین کدام است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



۵۳- معادله مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت  $x = 0.05 \cos 2\pi t$  است اگر جرم نوسانگر ۱۲۰ گرم باشد،

انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه  $t = \frac{1}{8} s$ ، چند میلی‌ژول است؟

- (۱)  $12\pi^2$  (۲)  $30\pi^2$  (۳)  $60\pi^2$  ✓ (۴) صفر

لحظه‌ی  $t = \frac{1}{8} s$  را در معادله حرکت جای‌گذاری می‌کنیم تا مکان نوسانگر پیدا شود.

نوسانگر در مرکز نوسان قرار دارد که انرژی جنبشی در آنجا بیشینه و مساوی انرژی مکانیکی است.  $x = 0.05 \cos 2\pi \times \frac{1}{8} = 0$

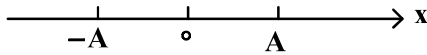
$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.12 \times \frac{25}{10000} \times 400\pi^2 = 0.06\pi^2 J = \boxed{60\pi^2 mJ}$$

محاسبات سریع‌تر

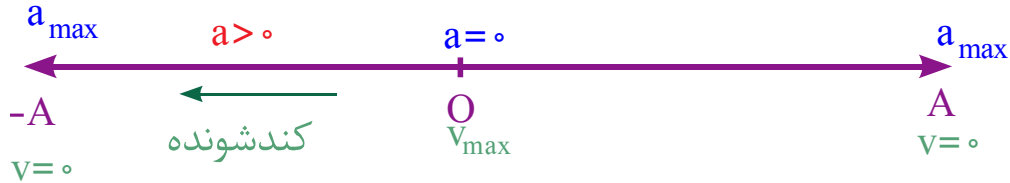
$$E = \frac{1}{2} \times 12 \times 25 \times 4\pi^2 = 6\pi^2 \rightarrow \boxed{\text{یعنی گزینه ۳}}$$

۵۴- در شکل زیر، نوسانگر ساده‌ای بین دو نقطه  $A$  و  $-A$  در نوسان است. در کدام حالت بزرگی شتاب نوسانگر بیشینه است و در کدام حالت در حالی که حرکت نوسانگر کندشونده است، شتاب در جهت محور  $x$  است؟

شتاب و مکان مختلف علامت می‌باشند

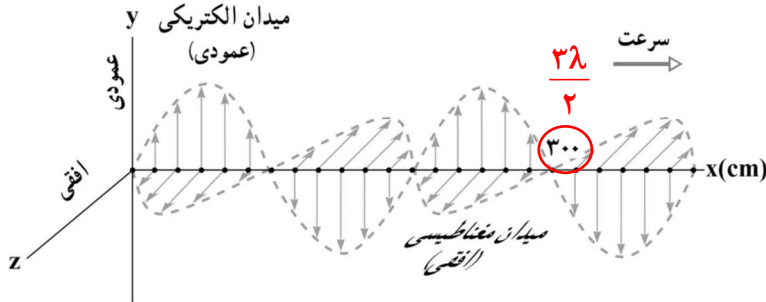


- ✓ (۱) در نقطه  $A$  یا  $-A$  باشد. - بین مرکز نوسان و  $-A$ ، به سمت  $-A$  در حرکت باشد.  
 (۲) در نقطه  $A$  یا  $-A$  باشد. - به سمت  $A$  یا  $-A$  در حال حرکت باشد.  
 (۳) در حال عبور از مرکز نوسان - در حال نزدیک شدن به  $A$  یا  $-A$   
 (۴) در حال عبور از مرکز نوسان - در حال نزدیک شدن به  $-A$



۵۵- یک تصویر لحظه‌ای از موجی الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود مطابق شکل است. بسامد این موج چند

مگاهرتز است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )



(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۵۰ ✓

(۳) ۷۵

(۴) ۱۲

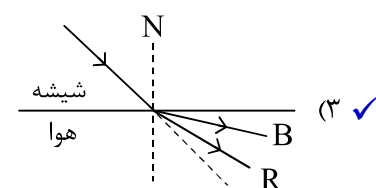
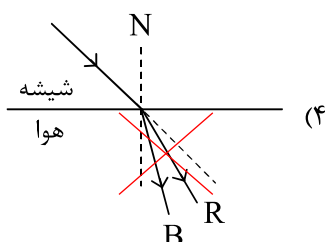
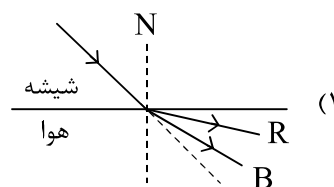
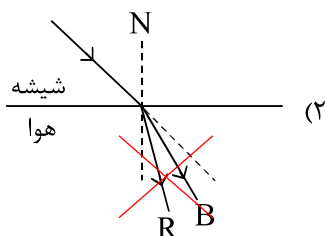
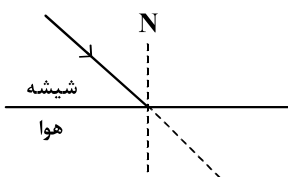
طبق تصویر  $\frac{3\lambda}{2} = 300 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow 2 = \frac{3 \times 10^8}{f} \rightarrow f = 1/5 \times 10^8 \text{ Hz} \xrightarrow{\times 10^{-6}} \boxed{150 \text{ MHz}}$$

محاسبات سریع‌تر

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow 2 = \frac{3}{f} \rightarrow f = \frac{3}{2} = 1/5 \rightarrow \boxed{15} \rightarrow \boxed{\text{یعنی گزینه ۲}}$$

۵۶- مطابق شکل زیر، پرتو نوری شامل پرتوهای آبی (B) و قرمز (R) از شیشه وارد هوا می‌شود. کدام شکل زیر از نظر فیزیکی قابل قبول است؟



با ورود از شیشه به هوا چون ضریب شکست (n) کمتر می‌شود.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow \frac{v_2 = n_1}{v_1 = n_2}$$

پس تندی (v) بیشتر می‌شود پس پرتوها از خط عمود دور می‌شوند

رد گزینه‌های ۲ و ۴

ضریب شکست یک محیط برای نورهای مختلف متفاوت است بطوریکه با طول موج (λ) رابطه عکس دارد ( $n \propto \frac{1}{\lambda}$ ) از طرفی چون طول موج (λ) آبی کمتر از قرمز است پس ضریب شکست محیط برای آن (n) بیشتر است پس میزان شکست آبی بیشتر است. ←  
گزینه (۳)

۵۷- کدام مورد راجع به «اثر فوتوالکتریک» صحیح است؟

- (۱) هر چه تابع کار فلزی بیشتر باشد، بسامد آستانه آن فلز کمتر است. ~~بیشتر~~
- (۲) با افزایش بسامد نور فرودی به فلز، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌ها کاهش می‌یابد. ~~افزایش~~
- (۳) کمینه کار لازم برای خارج کردن یک الکترون از یک فلز معین، تابع کار فلز نامیده می‌شود. ✓
- (۴) کوتاه‌ترین طول موجی که سبب گسیل فوتوالکترون‌ها از یک فلز می‌شود طول موج آستانه آن فلز نامیده می‌شود. ~~بلندترین~~

۱ بررسی گزینه ۱  $hf = W_0$  ↑

۲ بررسی گزینه ۲  $hf = W_0 + K_{max}$  ↑

جنس فلز ثابت است

۵۸- در تابش‌های اتم هیدروژن در رشته برکت ( $n^f = 4$ )، نسبت بلندترین طول موج گسیل شده به کوتاه‌ترین طول موج

$$4 \leftarrow \infty$$

$$4 \leftarrow 5$$

این رشته، چقدر است؟

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{25}{9} \quad (1) \checkmark$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = R \left( \frac{25-16}{16 \times 25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{\infty} \right) = R \left( \frac{1}{16} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{9}{25} \quad \text{رابطه عکس طول موجها}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{25}{9}$$

۵۹- در واکنش هسته‌ای «تعدادی نوترون +  $^{101}_{42}\text{Mo} + ^{133}_{50}\text{Sn} \rightarrow ^{235}_{92}\text{U} + n$ »، چند نوترون آزاد می‌شود و اگر مجموع

جرم ذرات اولیه و مجموع جرم ذرات ثانویه واکنش را به ترتیب  $M_1$  و  $M_2$  بنامیم، کدام رابطه درست است؟

$$M_1 > M_2 \quad (2) \checkmark$$

$$M_1 > M_2 \quad (1) \checkmark$$

$$M > M \quad (4) \checkmark$$

$$M > M \quad (3) \checkmark$$

نوترون



تعداد نوترون

$$1 + 235 = 133 + 101 + x \rightarrow x = 2$$

\*قطعاً جرم ثانویه کمتر از جرم اولیه است (چون انرژی آزاد می‌شود و این انرژی به جرم تبدیل می‌شود)

۶۰- شعاع و جرم نوترون در SI به ترتیب  $1.4 \times 10^{-16}$  و  $1.7 \times 10^{-27}$  است. چگالی آن چند گرم بر سانتی‌متر مکعب

است؟ ( $\pi = 3$ )

$$7.17 \times 10^{14} \quad (4) \checkmark$$

$$2.87 \times 10^{12} \quad (3)$$

$$7.17 \times 10^{11} \quad (2)$$

$$2.87 \times 10^{10} \quad (1)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{1.7 \times 10^{-27}}{4 \times (\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}) \times 10^{-48}} = 7.17 \times 10^{14} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7.17 \times 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حجم کره

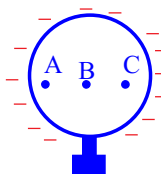
۶۱- کره فلزی توپ، روی پایه عایقی قرار دارد. جسم رسانای باردار را با آن تماس داده و دور می‌کنیم. به ترتیب: بار الکتریکی در کره چگونه بخش می‌شود، پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف کره چگونه است و میدان الکتریکی در درون کره چگونه است؟

(۱) یکنواخت در همه جا - صفر - صفر

(۲) فقط در سطح خارجی - صفر - یکنواخت

(۳) فقط در سطح خارجی - همپتانسیل با هم - صفر ✓

(۴) یکنواخت در همه جا - همپتانسیل با هم - یکنواخت



در رسانا بار در سطح خارجی بخش می‌شود

$$V_A = V_B = V_C$$

$$E_A = E_B = E_C = 0$$

ولتاژ ثابت

۶۲- دو سر خازنی با صفحات موازی به باتری وصل است و بین دو صفحه هوا است. اگر در همین حال فاصله بین دو صفحه را ۷۵ درصد کاهش دهیم بار الکتریکی خازن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) برابر می‌شود. (۲) برابر می‌شود. ✓  
 (۳) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. (۴) ۷۵ درصد افزایش می‌یابد.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{Q}{V} = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{d_1}{d_2} = 4$$

ثابت =

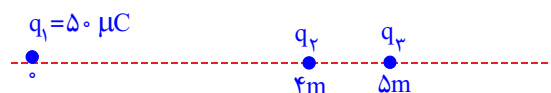
۶۳- روی محور x، بارهای الکتریکی  $q_1 = 50 \mu\text{C}$ ،  $q_2$  و  $q_3$  به ترتیب در مکان‌های  $x_1 = 0$ ،  $x_2 = 4\text{m}$  و  $x_3 = 5\text{m}$  قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر  $q_3$  برابر صفر باشد،  $q_2$  چند میکروکولن است؟

(۱) ~~۱۲٫۵~~

(۲) ~~۲~~

(۳) ~~۲~~

(۴) ~~۱۲٫۵~~



چون تعادل  $q_3$  در خارج از  $q_1$  و  $q_2$  رخ داده پس  $q_2$  و  $q_1$  ناهم‌نامند ← رد گزینه ۱ و ۲

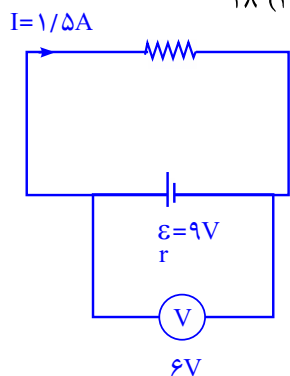
$$\frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{|q_2|}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow |q_2| = 2 \mu\text{C} \rightarrow q_2 = -2 \mu\text{C}$$

علامت منفی

۶۴- یک باتری با نیروی محرکه  $\mathcal{E} = 9\text{ V}$  به دو سر یک مقاومت وصل است و جریان  $I = 1/5\text{ A}$  از مقاومت عبور می‌کند.

اگر در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۶ ولت باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟

- ۱) ۶ (۲) ✓ ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸ (۵)



توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت برابر است.

$$P = VI = 6 \times 1/5 = 9\text{ W}$$

۶۵- اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر یک درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه

سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱) ✓ دو درصد کاهش (۲) یک درصد کاهش (۳) دو درصد افزایش (۴) یک درصد افزایش

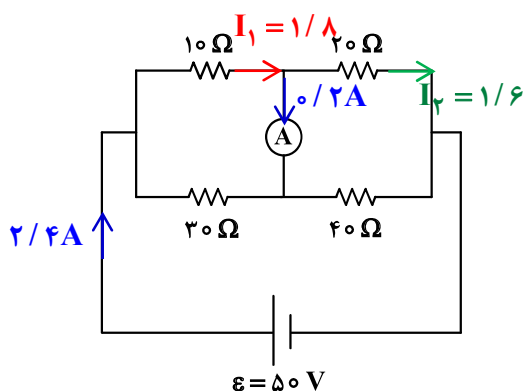
$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P \propto r^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{99}{100}\right)^2 \approx \frac{98}{100} \rightarrow \text{درصد کاهش } 2$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

چون ولتاژ (V) ثابت است. پس توان (P) با مقاومت (R) رابطه عکس دارد از طرفی مقاومت (R) با مساحت (A) رابطه عکس

دارد. پس نتیجه می‌گیریم توان (P) با مساحت (A) رابطه مستقیم دارد و چون  $A = \pi r^2$  می‌باشد پس  $P \propto r^2$

۶۶- در شکل روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی چند میلی‌آمپر را نشان می‌دهد؟



۱) ۴۰۰

۲) ۳۰۰

۳) ۲۰۰ ✓

۴) ۱۰۰

از مقایسه  $I_1$  و  $I_2$  می‌توان فهمید جریان عبوری از آمپرسنج  $0/2\text{ A}$  است که برابر  $200\text{ mA}$  است.

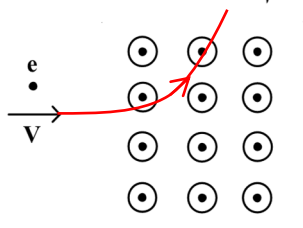
$$R_T = \frac{125}{6} \text{ مقاومت کل}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{50}{125/6} = 2/4\text{ A}$$

$$I_1 = \frac{30}{40} \times 2/4 = 1/8\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{40}{60} \times 2/4 = 1/6\text{ A}$$

۶۷- در شکل زیر، الکترونی در جهت نشان داده شده وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود که به طرف بیرون صفحه (برون سو) است. اولین انحراف الکترون پس از ورود به این ناحیه به کدام سمت است؟



(۱) به سمت داخل صفحه (در خلاف جهت میدان مغناطیسی)

(۲) به سمت بیرون صفحه (در جهت میدان مغناطیسی)

(۳) به سمت پایین (پایین صفحه)

(۴) به سمت بالا (بالای صفحه) ✓



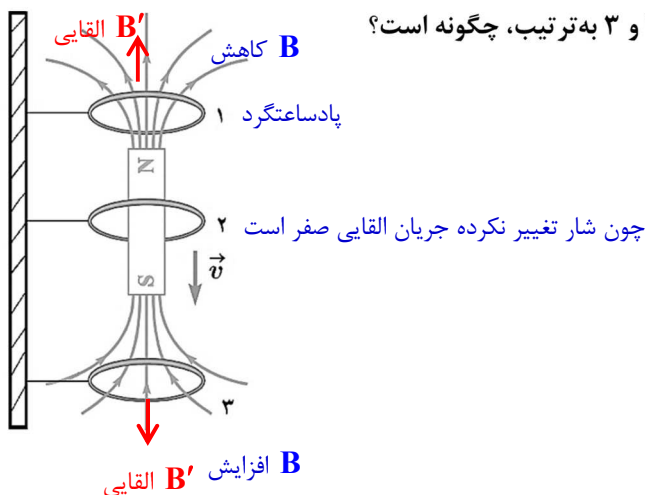
۶۸- در یک کابل افقی که بخشی از یک خط انتقال برق است، جریان الکتریکی  $4000\text{ A}$  برقرار است. میدان مغناطیسی زمین در آن محل  $0.5\text{ G}$  است و جهت میدان مغناطیسی با جهت جریان الکتریکی زاویه  $60^\circ$  درجه می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر  $100$  متر از این کابل چند نیوتون است؟

(۱)  $10\sqrt{3}$  (۲)  $10$  (۳)  $20\sqrt{3}$  (۴)  $20$

$$F = I\ell B \sin 60^\circ = 4000 \times 100 \times 0.5 \times 10^{-4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\text{ N}$$

محاسبات سریع‌تر  $F = 4 \times 10^3 \times 5 \times 10^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-4} = \sqrt{3}$  → یعنی گزینه «۱»

۶۹- در شکل زیر، آهنربایی از بالا رها شده تا در راستای قائم از درون حلقه‌های رسانا بگذرد. در لحظه نشان داده شده،



از نگاه بالا، جهت جریان القایی در حلقه‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب، چگونه است؟

(۱) هر سه ساعتگرد

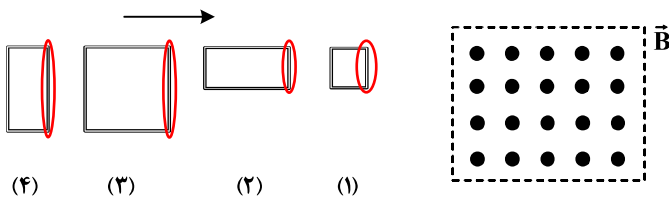
(۲) هر سه پادساعتگرد

(۳) ساعتگرد، (صفر) و پادساعتگرد

(۴) پادساعتگرد، (صفر) و ساعتگرد ✓

طبق گزینه‌ها می‌توان فقط حلقه «۱» را بررسی کرد.

۷۰- در شکل زیر، چهار حلقه سیمی به ضلع‌های ۲ cm یا ۴ cm را با سرعت‌های برابر از ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت نشان داده شده، عبور می‌دهیم. اگر بیشینه نیروی محرکه القایی ایجاد شده در آنها به ترتیب  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4$  و  $\mathcal{E}_4$  باشد، کدام رابطه درست است؟



(۱)  $\mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_4 = \mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$

(۲)  $\mathcal{E}_4 = \mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$

(۳)  $\mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_4 > \mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$

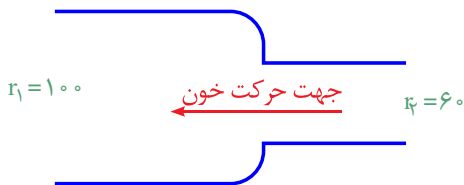
(۴)  $\mathcal{E}_4 = \mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$  ✓

طول موثر (میدان را قطع می‌کند)

$\mathcal{E}_4 = \mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$   
 $\mathcal{E} = \vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{\ell}$

۷۱- بر اثر رسوبات، قطر قسمتی از یک رگ نسبت به سایر قسمت‌ها ۴۰ درصد کاهش یافته است. اگر خون از این قسمت وارد قسمت گشاد همان رگ شود، تندی آن چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ✓ ۶۴ درصد کاهش می‌یابد.  $\frac{v_1}{v_2} = ?$   
 (۲) ۱۶ درصد افزایش می‌یابد.  
 (۳) ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.  
 (۴) ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

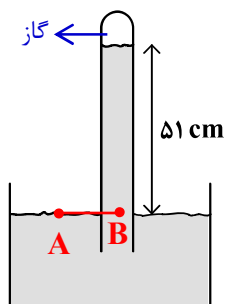


$\frac{r_2}{r_1} = \frac{60}{100} = \frac{6}{10}$

$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{36}{100}$  یعنی ۶۴ درصد کاهش

\* چون خون وارد قسمت گشاد شده پس مساحت (A) زیاد شده پس تندی (v) کاهش دارد ← رد گزینه ۲ و ۴

۷۲- در شکل زیر، چگالی مایع درون ظرف و لوله  $\frac{g}{cm^3}$  ۲٫۸ است. اگر فشار هوا در محیط  $\frac{g}{cm^3}$  ۷۵٫۵ سانتی‌متر جیوه باشد، فشار هوای جمع شده در انتهای لوله چند پاسکال است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و  $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{g}{cm^3}$ )



(۱) ۱۴۲۸۰

(۲) ۵۵۶۰۰

(۳) ۶۹۳۶۰

(۴) ✓ ۸۸۴۰۰

تبدیل فشار هوای بیرون به پاسکال ( $P = \rho gh$ )

$P_A = P_B \rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + \rho gh \Rightarrow 13600 \times 10 \times 75.5 \times 10^{-2} = P_{\text{گاز}} + 2800 \times 10 \times 51 \times 10^{-2}$

$\Rightarrow 102680 = P_{\text{گاز}} + 14280 \rightarrow P_{\text{گاز}} = \boxed{88400 \text{ Pa}}$

۷۳- مطابق جدول زیر، به سه ماده با جرم‌های معلوم، گرمای معین داده‌ایم و افزایش دمای هر کدام مشخص است. در مقایسه گرمای ویژه آنها کدام رابطه درست است؟

ماده	جرم (kg)	گرمای داده شده (J)	افزایش دما °C
A	۲	۱۸۰۰	۲
B	۱	۱۲۰۰	۲
C	۱٫۵	۳۰۰۰	۴

$$c_C < c_B < c_A \quad (1)$$

$$c_B < c_A < c_C \quad (2)$$

$$c_A < c_C < c_B \quad (3) \quad \checkmark$$

$$c_A < c_B < c_C \quad (4)$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \begin{cases} \text{A} \rightarrow 1800 = 2 \times c_A \times 2 \rightarrow c_A = 450 \\ \text{B} \rightarrow 1200 = 1 \times c_B \times 2 \rightarrow c_B = 600 \\ \text{C} \rightarrow 3000 = 1.5 \times c_C \times 4 \rightarrow c_C = 500 \end{cases}$$

$$\boxed{B > C > A}$$

۷۴- مقدار معینی گاز کامل، از طریق فرایندهای متفاوتی از حالت  $(P_1, V_1, T_1)$  به حالت  $(P_2, V_2, T_2)$  رسیده است. کدام کمیت‌های ذکر شده، به نوع فرایند در این مسیر بستگی ندارد؟

- (۱) کار انجام شده روی گاز  
 (۲) تغییر انرژی درونی  
 (۳) کار انجام شده روی گاز و گرمای مبادله شده  
 (۴) تغییر انرژی درونی و گرمای مبادله شده

۷۵- دمای گاز درون یک کیسول، صفر درجه سلسیوس و فشار پیمانه‌ای گاز نیز صفر است. در حجم ثابت، دمای گاز را به آرامی به چند درجه سلسیوس برسانیم تا فشار پیمانه‌ای آن برابر ۱۰ سانتی‌متر جیوه شود؟ ( $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ )

$$(1) 17,2 \quad (2) \checkmark 36,4 \quad (3) P_2 = 85 \text{ cmHg} \quad 58,3 \quad (4) 64,6$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{75}{273} = \frac{85}{T_2} \rightarrow T_2 = 309,4 \text{ K} = \boxed{36,4^\circ \text{C}}$$

$$P_{\text{ای پیمانه}} = P_{\text{گاز}} - P_0$$

$$T = \theta + 273$$



qasemi\_fizik

۰۹۱۳۱۴۵۷۳۸۵

۲ الکترون

۷۶- شمار الکترون‌های ظرفیت اتم کدام عنصر، نصف شمار الکترون‌های دارای  $n=4$ ، در اتم  ${}_{34}\text{Se}$  است؟

$4s^2 4p^4$

۳۳ M (۴) الکترون

۱۴ D (۳) الکترون

۲۰ A (۱) الکترون ظرفیت

۳۱ X (۲)

۷۷- کدام مورد درست است؟

- (۱) با مبادله الکترون بین کربن و کلر در تشکیل کربن تتراکلرید، هر یک از اتم‌ها به آرایش گاز نجیب می‌رسند.   
 (۲) اگر در دو ترکیب یونی، شمار الکترون‌های مبادله‌شده، برابر باشد، به یقین، بار الکتریکی کاتیون‌ها با هم برابر است.   
 (۳) در بازگشت الکترون از لایه ششم به لایه دوم الکترونی در اتم عنصرهای لیتیم و هیدروژن، انرژی یکسانی آزاد می‌شود.   
 (۴) طول موج پرتوی گسیل‌شده، هنگام بازگشت الکترون از حالت برانگیخته به حالت پایه، با فاصله دو لایه الکترونی، رابطه عکس دارد.

۷۸- اگر شمار الکترون‌های  ${}_{3d}$  در اتم X، با شمار الکترون‌های  ${}_{3p}$  در لایه ظرفیت اتم Y برابر باشد، کدام مورد درباره آنها، نادرست است؟

(۱) اگر Y، نافلز جامد سفیدرنگ باشد، در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم X، یک الکترون جای دارد.

(۲) اگر X، منگنز باشد، عنصر Y، در دمای اتاق، به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(۳) اگر Y، فسفر باشد، بزرگ‌ترین عدد اکسایش اتم X در ترکیب‌هایش، برابر ۵+ است.

(۴) اگر Y، گاز نجیب باشد، شمار الکترون‌های لایه سوم اتم X، برابر ۱۴ است.

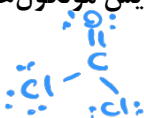
۷۹- شمار مولکول‌ها در  $x$  گرم گاز متان با شمار اتم‌ها در  $0.2$  مول گاز آمونیاک برابر است.  $x$  کدام است و مخلوط این دو

گاز در شرایط STP، چند لیتر حجم دارد؟ ( $H=1, C=12: \text{g.mol}^{-1}$ )

$0.2 \times NA \times 17 = n \times \frac{1}{14} \times NA$

$\Rightarrow n = 14.8 \text{ g}$

$0.18 + 0.12 = 1 \text{ mol} = 22.4 \text{ L}$



(۱) ۴۴.۸ ، ۱۲.۸ (۳) ۲۲.۴ ، ۱۲.۸ (۲) ۴۴.۸ ، ۳.۲ (۴) ۲۲.۴ ، ۳.۲

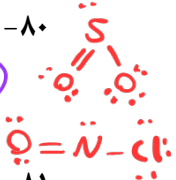
۸۰- در کدام مورد، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، ۶ برابر شمار پیوندهای دوگانه در ساختار لوویس مولکول‌ها است؟

(۱) SO2 ، NOCl

(۲) COCl2 ، NOCl

(۳) SO2 ، CS2

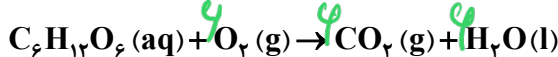
(۴) COCl2 ، CS2



۸۱- بدن فردی در شبانه‌روز به‌طور میانگین، ۴۵۰ گرم گلوکز مصرف می‌کند. اگر هر درخت در سال، ۲۲ کیلوگرم CO2

مصرف کند، چند درخت لازم است تا ردپای ایجادشده توسط این فرد را در یک سال از بین ببرد؟ (معادله واکنش

موازنه شود و  $H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$ )



۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

محل انجام محاسبات

$450 \times 180 = 144000 \text{ g}$

$\frac{144000}{44} = 3272.7$

$\frac{3272.7}{22} \approx 149$

$$E_A - A = \frac{E_0 g H_0}{100} = \frac{20}{100} \quad \text{و} \quad V - V = \frac{V g}{100} = \frac{35}{100} g$$

۸۲- حداکثر مقدار لیتیم سولفات قابل انحلال در ۲۷ و ۴۸ گرم از محلول آن، به ترتیب در دمای ۰°C و ۱۰۰°C، برابر

$$S = a\theta + b$$

$$a = \frac{20 - 35}{100} = -0.15$$

$$b = 35$$

۷ و ۸ گرم است. معادله انحلال پذیری آن (با فرض خطی بودن) کدام است؟

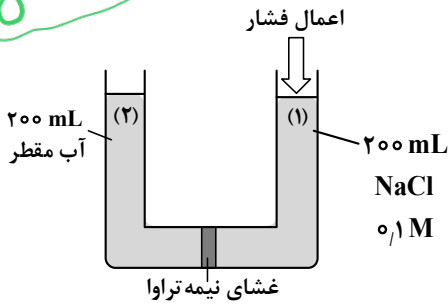
S = -0.15θ + 20 (۲)

S = -0.15θ + 35 (۱)

S = -0.3θ + 20 (۴)

S = -0.3θ + 35 (۳)

۸۳- با توجه به شکل داده شده، پس از گذشت زمان مناسب، کدام موارد اتفاق خواهد افتاد؟



الف - شمار یون های ستون (۱)، با اعمال فشار افزایش می یابد.

ب - با افزایش فشار به ستون (۱)، یون های  $Cl^-$  بیشتر از  $Na^+$  وارد ستون (۲) می شود.

ج - غلظت مولی نمک در ستون (۱)، همانند مقدار آب در ستون (۲)، افزایش می یابد.

د - با برداشتن غشای نیمه تراوا، در هر مرحله ای از فرایند، غلظت مولی

محلول جدید، برابر ۰.۰۵ خواهد شد.  $NaCl$  مول =  $0.1 \times 0.1 = 0.01$  مول =  $0.01 \times 58.5 = 0.585$  گرم

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ج» و «د» (۴) «ب» و «ج»

۸۴- در یک ظرف دارای ۲۰۰ گرم محلول در دمای مشخص، ۲۰ گرم از حل شونده ته نشین شده است. اگر افزایش دمای

محلول، باعث انحلال ماده ته نشین شده شود، کدام مورد درست است؟

(۱) انحلال مولکولی حل شونده ای مانند  $I_2(s)$  در آب را توصیف می کند.

(۲) محلول در حالت ابتدایی، فراسیر شده و در حالت نهایی، سیر شده است.

(۳) می تواند مربوط به انحلال  $Ca_3(PO_4)_2(s)$ ، اما نمی تواند مربوط به انحلال  $KNO_3(s)$  در آب باشد.

(۴) می تواند مربوط به انحلال  $MgSO_4(s)$ ، اما نمی تواند مربوط به انحلال  $BaSO_4(s)$  در آب باشد.

۸۵- برای کاهش ۲۰ درصدی غلظت مولی محلول یک مولار سدیم هیدروکسید با حجم ۰.۵ لیتر، چند میلی لیتر آب مقطر لازم

است و غلظت آن با یکای گرم بر لیتر، چند درصد کاهش می یابد؟ ( $H=1, O=16, Na=23; g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) ۲۰، ۱۲.۵ (۲) ۲۰، ۶۲.۵ (۳) ۱۰، ۱۲.۵ (۴) ۱۰، ۶۲.۵

$NaOH$  مول =  $0.15 \times 1 = 0.15$  مول

محل انجام محاسبات

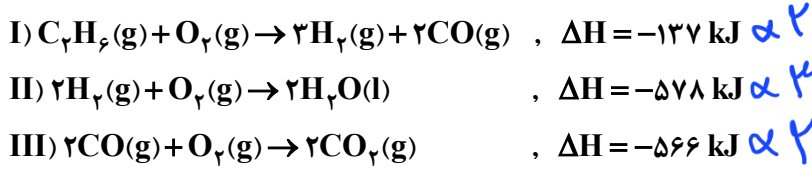
$0.18 = \frac{0.15}{V_{محلول}} \Rightarrow V_{محلول} = 0.833 L \Rightarrow 833 - 500 = 333 ml$

غلظت اولیه =  $\frac{0.15 \times 40}{0.5} = 12 g/L$  غلظت ثانویه =  $\frac{0.15 \times 40}{0.833} = 7.2 g/L$

درصد کاهش =  $\frac{12 - 7.2}{12} = 40\%$



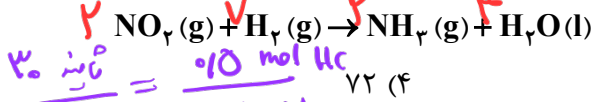
۹۰- با توجه به اطلاعات داده شده، به ازای مصرف ۳ گرم اتان در واکنش:  $2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(l)$  چند کیلوژول گرما آزاد می شود؟ ( $H=1, C=12: g.mol^{-1}$ )



$\frac{3}{40} \alpha 316 = 157 kJ$

۳۱۴ (۱)      ۳۱۲ (۲)      ۱۵۷ (۳)      ۱۵۶ (۴)

۹۱- با توجه به واکنش داده شده، اگر در مدت ۰٫۵ دقیقه، ۱۱٫۲ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد مصرف شود، در مدت چند ثانیه، ۰٫۴ مول آب تشکیل می شود؟ (معادله واکنش موازنه و سرعت واکنش، ثابت در نظر گرفته شود.)



۳۲ (۱)      ۴۲ (۲)      ۶۲ (۳)      ۷۲ (۴)

۹۲- با توجه به اطلاعات واکنش داده شده، اگر از سوختن کامل ۰٫۲ مول متانول، ۱۴۴ کیلوژول گرما آزاد شود و آنتالپی سوختن پروپین، ۲٫۷ برابر آنتالپی سوختن متانول باشد، آنتالپی سوختن پروپان، چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی سوختن هیدروژن، برابر  $-286 kJ.mol^{-1}$  است.)



-۲۳۶۸ (۱)      -۲۳۵۶ (۲)      -۲۲۳۴ (۳)      -۲۲۴۸ (۴)

۹۳- کدام مورد همواره درست است؟  $\Delta H_{سوختن} = 2234$

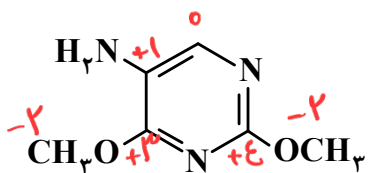
(۱) جرم مولی واحد تکرارشونده پلیمر، با جرم مولی مونومر سازنده آن پلیمر، برابر است.

(۲) واکنش دهنده در فرایند بسپارش، یک مولکول سیر نشده است که به فرآورده سیر شده تبدیل می شود.

(۳) یک سانتی متر مکعب از پلی اتن به کار رفته در ساخت لوله های پلاستیکی، روی سطح آب شناور می ماند.

(۴) اگر در ساختار مونومر سازنده پلیمر، اتمی غیر از C و H وجود داشته باشد، آن اتم در ساختار پلیمر، باقی می ماند.

محل انجام محاسبات



۹۴- با توجه به ساختار مولکول داده شده، کدام مورد درست است؟

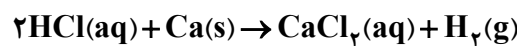
- (۱) دارای دو گروه عاملی آمیدی و یک گروه عاملی آمینی است.
- (۲) ۵۰ درصد از اتمهای کربن، با اتمهای اکسیژن پیوند دارند.
- (۳) شمار پیوندهای یگانه بین اتمها، ۵ برابر شمار اتمهای نیتروژن است.
- (۴) تفاوت شمار اتمهای کربن دارای عدد اکسایش مثبت، با شمار اتمهای کربن دارای عدد اکسایش منفی، برابر یک است.

$$1.0^{-3} = \frac{M(0.12)^x}{1-0.12} \Rightarrow M_{\text{مید}} = 0.05$$

۹۵- در یک دمای معین، درجه یونش اسید ضعیف HA، برابر ۰.۱ و  $K_a = 10^{-3}$  است، به ۲۵۰ میلی لیتر از محلول

$$K_a = \frac{M\alpha}{1-\alpha} = \frac{M\alpha(0.1)}{1-0.1} \Rightarrow M = 0.09$$

این اسید، چند میلی لیتر آب اضافه شود تا درجه یونش اسید، دو برابر شود؟  
 (۱) ۱۱۲۵ (۲) ۸۷۵ (۳) ۶۵۰ (۴) ۷۵۰



- $2HCl(aq) + Ca(s) \rightarrow CaCl_2(aq) + H_2(g)$
- (۱) ۰.۰۶ ، ۰.۰۵ (۲) ۰.۱۲ ، ۰.۰۵ (۳) ۰.۱۲ ، ۰.۰۳ (۴) ۰.۰۶ ، ۰.۰۳

یونهای ناظر

۹۷- کدام مورد درست است؟

(۱) در واکنش محلول هیدروکلریک اسید و محلول سدیم هیدروکسید، یونهای  $Na^+(aq)$  و  $Cl^-(aq)$  دست نخورده باقی می ماندند.

(۲) اگر درجه یونش اسید HA، دو برابر درجه یونش اسید HX باشد، pH محلول اسید HA، به یقین بیشتر از محلول اسید HX است.

(۳) اگر pH محلول DOH، یک واحد بزرگتر از pH محلول AOH باشد، غلظت یون هیدروکسید در محلول AOH، ده برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول DOH است.

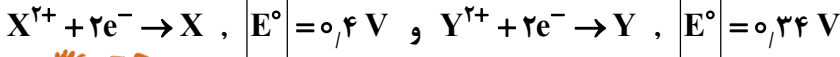
قوی بودن لزوماً در زمان برتری نیست

(۴) هر چه  $K_b$  برای یک باز، بزرگتر باشد، آن باز قوی تر و در یونش آن، تعادل در زمان کوتاه تری برقرار می شود و شمار یونها در محلول بیشتر است.

باتوجه به اطلاعات سوال در آن (122A)

صفحه 15

98- با توجه به اطلاعات داده شده، کدام مورد درباره سلول گالوانی استاندارد تشکیل شده از X و Y درست است؟



- در سلول گالوانی استاندارد تشکیل شده از Y و گاز هیدروژن، کاتیون های  $H^+$ ، به سمت نیم سلول Y در حرکتند.

- محلول  $XCl_2(aq)$  را می توان در ظرفی از جنس Y، نگهداری کرد.  $E^\circ(Y^{2+}/Y) = +0,34 V$  و  $E^\circ(X^{2+}/X) = +0,34 V$  است.

(1) نیروی الکتروموتوری سلول، برابر  $0,74 V$  ولت است.  $0,4 - (-0,34) = 0,74$

(2)  $2$  مول الکترون مبادله شده است و Y، کاهنده است.

(3) جهت جریان الکتریکی از الکتروود Y به سمت الکتروود X، است.

(4) قدرت اکسندگی  $X^{2+}$ ، بیشتر از قدرت اکسندگی  $Y^{2+}$ ، است.

99- در واکنش سوختن فلز منیزیم، گونه های «اکسایش یافته» و «کاهنده»، به ترتیب (از راست به چپ) کدام اند؟

- (1)  $O_2$  و  $O_2$  (2) Mg و  $O_2$  (3)  $O_2$  و Mg (4) Mg و Mg

100- کدام مورد درباره «سلول برقکافت آب» و «سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن»، نادرست است؟

(1) در کاند سلول برقکافت، گاز هیدروژن و در کاند سلول سوختی، آب تشکیل می شود.

(2) جهت جریان در سلول برقکافت، از آند به کاند و در سلول سوختی، از قطب منفی به قطب مثبت است.

(3) از واکنش یکی از فرآورده های نیم واکنش آندی سلول برقکافت و گاز ورودی به آند در سلول سوختی، آب تشکیل می شود.

(4) شمار الکترون های نیم واکنش آندی سلول برقکافت،  $2$  برابر شمار الکترون های نیم واکنش کاتدی سلول سوختی است.

101- کدام مورد، نادرست است؟

(1) شعاع اتمی کربن، معیار مناسبی از سنجش میزان ضخامت گرافن است.

(2) تکه کوچکی از گرافیت را می توان در یک لیوان آب، به صورت شناور نگاه داشت.

(3) در ساختار جامدهای کووالانسی، پیوندهای اشتراکی می توانند بر یک صفحه منطبق باشند.

(4) در ساختار سیلیسیم خالص، اتم ها با استفاده از پیوندهای اشتراکی در سه بعد به یکدیگر متصل شده اند.

محل انجام محاسبات

۱۰۲- اگر در مولکول کربونیل سولفید، به جای اتم گوگرد، اتم اکسیژن قرار گیرد، کدام مورد درباره تغییر ویژگی‌های آن

در تبدیل به مولکول جدید درست است؟

دوره نوسان جزیی با هست

(۲) تغییر علامت بار جزیی اتم مرکزی

(۴) افزایش قدرت نیروهای جاذبه بین مولکولی

(۱) تغییر گشتاور دو قطبی

تفسیری نمی‌کنم!

(۳) کاهش شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی

۱۰۳- در نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش»، برای واکنش گازی:  $A \rightarrow 2X$ ، تفاوت سطح انرژی قله با فراورده‌ها، دو برابر

$|\Delta H|$  است. اگر انرژی فعال‌سازی، برابر ۶۰ کیلوژول و واکنش گرماده باشد، آنتالپی آن، برابر چند کیلوژول است؟

(۴) -۲۰

(۳) -۶۰

(۲) -۸۰

(۱) -۱۲۰

۱۰۴- اگر در یک واکنش تعادلی با اجزای گازی، با افزایش حجم ظرف و افزایش دما، تعادل به یک سمت جابه‌جا شود، کدام

مورد درباره این واکنش درست است؟

علامت Q در سمتی است که تعداد مول‌های گازی کمتر است.

(۱) اگر واکنش گرماده باشد، شمار مول‌های فراورده‌ها، بیشتر از شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها است.

(۲) اگر واکنش گرماگیر باشد، با افزایش حجم ظرف، تعادل به سمتی جابه‌جا می‌شود که درصد مولی واکنش‌دهنده‌ها

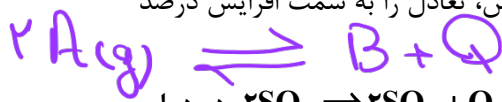
افزایش یابد.

(۳) اگر با افزایش دما، ثابت تعادل واکنش، بزرگ‌تر شود، افزایش حجم ظرف واکنش، سبب کاهش میزان پیشرفت

واکنش می‌شود.

(۴) اگر با افزایش دما، ثابت تعادل واکنش، کوچک‌تر شود، کاهش حجم ظرف واکنش، تعادل را به سمت افزایش درصد

مولی فراورده‌ها جابه‌جا می‌کند.



۱۰۵- در یک ظرف ۲ لیتری در بسته، ۰٫۹ مول گاز  $SO_3$  وارد می‌شود تا تعادل گازی:  $2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3$ ، در دمای

معین برقرار شود. اگر مجموع شمار مول‌های فراورده‌ها، ۳ برابر شمار مول‌های واکنش‌دهنده باشد، ثابت تعادل واکنش

کدام است؟



(۴) ۱٫۲

(۳) ۰٫۹

(۲) ۰٫۶

(۱) ۰٫۳

$3m = 3(0.9 - 2n) \Rightarrow n = 0.15$

محل انجام محاسبات

$K = \frac{(\frac{0.15}{2})^2 (\frac{0.15}{2})}{(\frac{0.9}{2})^2} = 0.15$

با انرژی مؤثریت در بلندی