

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: حسابان



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۸ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال حسابان ۸ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی

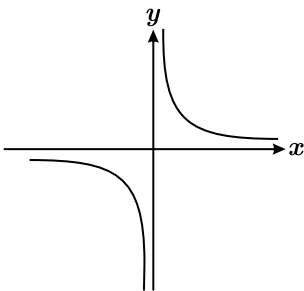


پاسخنامه تشریحی

۱ الف) برای رسم نمودار تابع $y = 2f(2x)$ باید در نمودار تابع $y = f(x)$ طول نقاط را در $\frac{1}{2}$ و عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم. (صفحه ۷ و ۹ کتاب درسی)

ب) با قرینه کردن طول نقاط تابع $y = f(x)$ نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. (صفحه ۹ کتاب درسی)

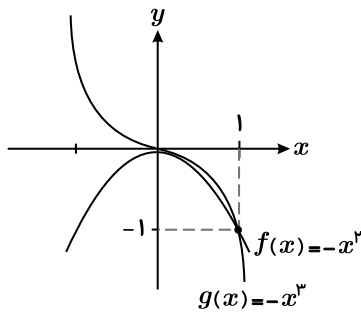
ج) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ به صورت مقابل است:



این تابع در هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 0)$ و $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی است ولی در دامنه‌اش یعنی $\mathbb{R} - \{0\}$ غیریکنوا است.

(صفحه ۱۵ تا ۱۸ کتاب درسی)

د) نمودار توابع $f(x) = -x^2$ و $g(x) = -x^3$ به صورت مقابل است. مشخص است که در بازه $(0, 1)$ نمودار $g(x) = -x^3$ بالاتر از نمودار $f(x) = -x^2$ قرار دارد.



(صفحه ۱۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (۵ نمره)

ب) درست (۵ نمره)

ج) نادرست (۵ نمره)

د) نادرست (۵ نمره)

۲

الف

نادرست

ب

نادرست

۳

الف

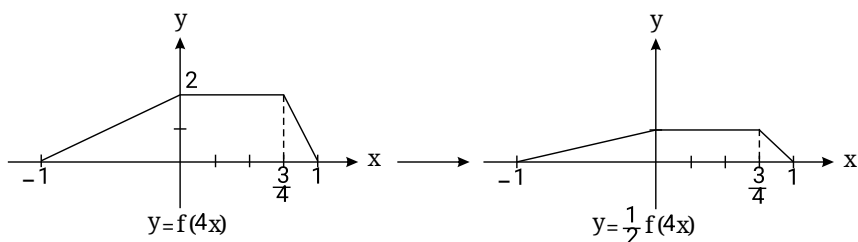
صفر

۴

الف

ثابت

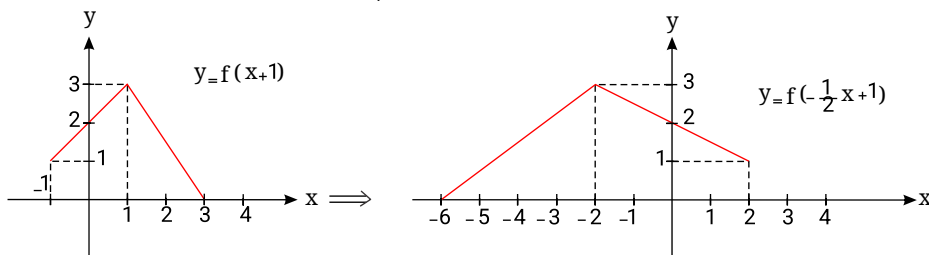
۵) کافی است طول نقاط را $\frac{1}{2}$ برابر کرده و سپس عرض نقاط را نصف کنیم.



۶

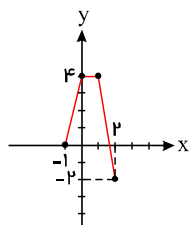
$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+1} y = f(x+1) \xrightarrow{x \rightarrow -\frac{1}{2}x} y = f(-\frac{1}{2}x + 1)$$

با توجه به تبدیل‌های فوق برای رسم $y = f(-\frac{1}{2}x + 1)$ ، نمودار $y = f(x)$ را ابتدا یک واحد به چپ منتقل کرده و سپس طول نقاط را بر $-\frac{1}{2}$ تقسیم می‌کنیم (در ۲ ضرب می‌کنیم).



۷

برای رسم ابتدا منحنی $y = f(x)$ را یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس برد آن را دو برابر می‌کنیم.



$$D_g = [-1, 2]$$

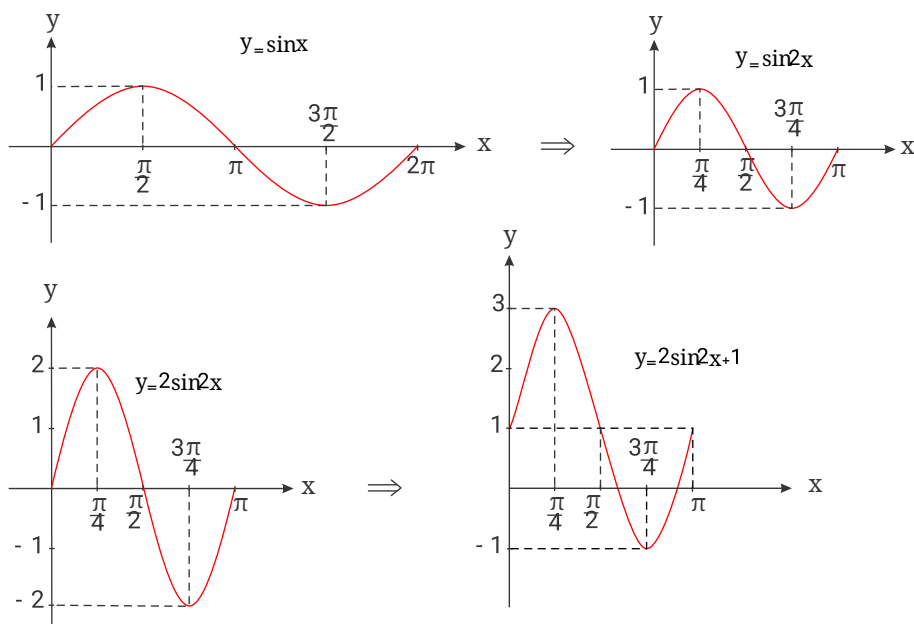
$$R_g = [-2, 4]$$

۸ برای رسم $y = 2 \sin(2x) + 1$ از روی $y = \sin x$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱- طول نقاط را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

۲- عرض نقاط را در ۲ ضرب می‌کنیم.

۳- نمودار حاصل را یک واحد به بالا می‌بریم.



$$y = x^3 \xrightarrow{x \rightarrow -x} \text{قرینه نسبت به محور yها} \rightarrow y = (-x)^3 = -x^3 \xrightarrow{x \rightarrow x+2} \text{واحد چپ 2} \rightarrow y = -(x+2)^3$$

$$\xrightarrow{\text{واحد بالا}} y = f(x) = -(x+2)^3 + 5 \Rightarrow (x+2)^3 = 5 - y$$

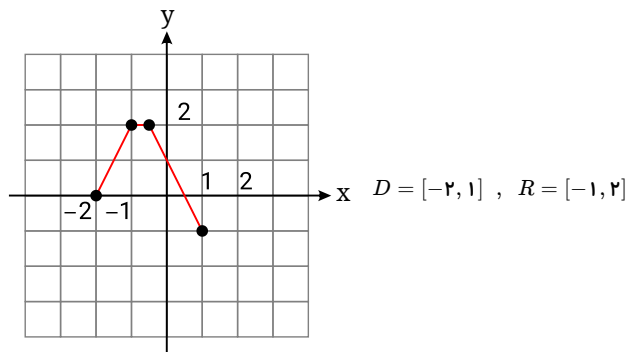
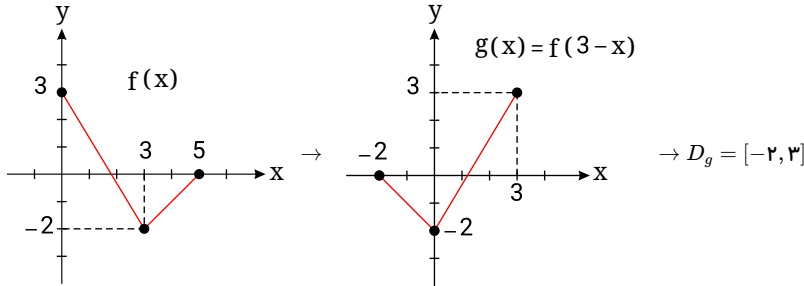
$$\Rightarrow x+2 = \sqrt[3]{5-y} \Rightarrow x+2 = -\sqrt[3]{y-5} \Rightarrow x = -2 - \sqrt[3]{y-5}$$

$$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = -2 - \sqrt[3]{x-5}$$

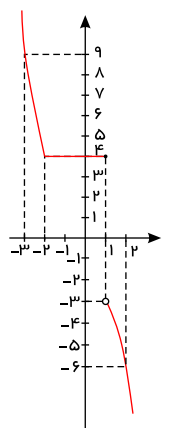
۱۰ برای رسم نمودار $g(x) = f(3-x)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y = f(x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} g(x) = f(-x+3) = f(3-x)$$

بنابراین باید ابتدا نمودار f را ۳ واحد به چپ منتقل کرده و سپس حاصل را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ 4 & -2 \leq x \leq 1 \\ -x^2 - 2 & x > 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} -2 & -3 \\ 4 & 9 \\ 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{array}$$



اعضای دامنهٔ تابع را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$\text{اکیذاً نزولی} \rightarrow f(0) > f(2) > f(4) \Rightarrow m > 3m - 10 > -m + 2$$



$$\left\{ \begin{array}{l} 3m - 1 < m \Rightarrow 2m < 1 \Rightarrow m < \frac{1}{2} \\ 3m - 1 > -m + 2 \Rightarrow 4m > 3 \Rightarrow m > \frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3}{4} < m < \frac{1}{2}$$

۱۴) ابتدا دامنهٔ توابع لگاریتمی را محاسبه می‌کنیم:

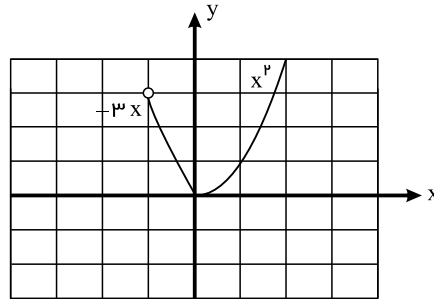
$$\left\{ \begin{array}{l} x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 2x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\cap} x > \frac{3}{2}$$

$$\log(x + 1) \leq \log(2x - 3) \xrightarrow{\text{با توجه به اکیداً صعودی بودن}} x + 1 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq 4$$

۱۵)

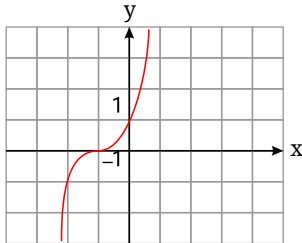
اکیداً نزولی $(-1, 0]$

اکیداً صعودی $[0, +\infty)$

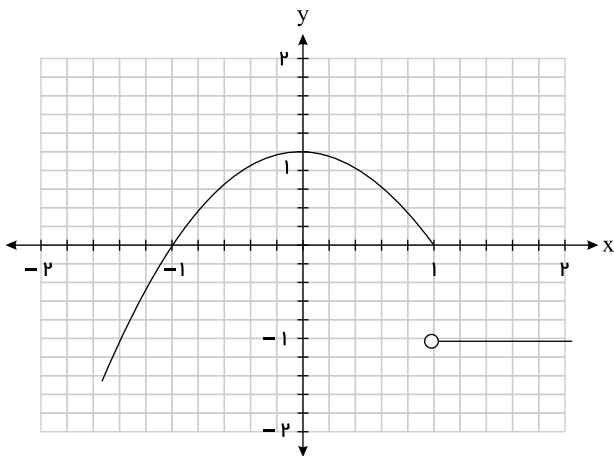


۱۶)

برای رسم نمودار تابع ابتدا نمودار $y = x^3$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به چپ انتقال می‌دهیم. تابع اکیداً صعودی است.



۱۷) با توجه به نمودار تابع ابتدا نمودار $y = x^3$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به چپ انتقال می‌دهیم. تابع اکیداً صعودی است.



۱۸) نکته: اگر f تابعی اکیداً نزولی و $f(a) \leq f(b)$ باشد، آنگاه $a \geq b$.

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{f(|2x-1|) - f(|x+1|)} \Rightarrow f(|2x-1|) - f(|x+1|) \geq 0 \\ &\Rightarrow f(|2x-1|) \geq f(|x+1|) \xrightarrow{\text{اکیداً نزولی}} |2x-1| \leq |x+1| \\ &\Rightarrow (2x-1)^2 \leq (x+1)^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 \leq x^2 + 2x + 1 \Rightarrow 3x^2 - 6x \leq 0 \\ &\Rightarrow 3x(x-2) \leq 0 \Rightarrow \frac{x}{3x(x-2)} \left| \begin{array}{c} + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + \\ + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + \end{array} \right. \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \\ &\Rightarrow D_g = [0, 2] \end{aligned}$$

$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 1)f(x)} \Rightarrow (x^2 - 1)f(x) \geq 0$$

چون f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی و $f(-2) = 0$ است، داریم:

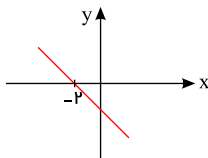
برای $x < -2 \Rightarrow f(x) > f(-2) \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow f$ تابع مثبت است.

۱۹)



برای $x > -2 \Rightarrow f(x) < f(-2) \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow$ تابع f منفی است.

نمودار f تقریباً به صورت مقابل است.



$$x^2 - 11 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

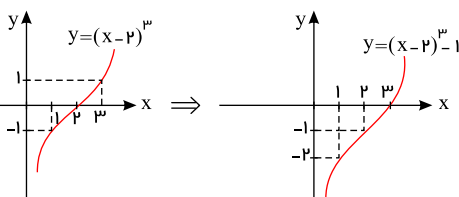
x	-9	-2	3	9
$x^2 - 11$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$+$	$+$	0	$-$
$(x^2 - 11)f(x)$	$+$	0	$-$	0

$$\Rightarrow x \leq -9 \text{ یا } -2 \leq x \leq 9 \Rightarrow D_g = (-\infty, -9] \cup [-2, 9]$$

با تشکیل اتحاد مکعب دوجمله‌ای یعنی $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ داریم: (۲۰)

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 1 = (x-2)^3 - 1$$

برای رسم $y = (x-2)^3 - 1$ باید $y = x^3$ را دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.



ریشه مقسوم‌علیه یعنی ۱ را در دو چندجمله‌ای قرار داده و سپس باقی‌مانده‌ها را با هم مساوی قرار می‌دهیم. (۲۱)

$$2(1)^2 - 5(1) + 4 = 1^2 + a(1) \Rightarrow 1 = 1 + a \Rightarrow a = 0$$

(۲۲)

برای این منظور با قرار دادن $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ باید داشته باشیم: $f(2) = 0, f(-1) = 0$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow r = f(2) = 0 \Rightarrow 2^3 + a \times 2^2 + b \times 2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (1)$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow r = f(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\xrightarrow{(1)} 4a + 2a = -9 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = b = -\frac{3}{2}$$

(۲۳)

$$\text{زوج } n, (x^n - 1) = (x + 1) \cdot (x^{n-1} - x^{n-2} + x^{n-3} \dots - 1)$$

$$x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

(۲۴)

$$f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f(1) = 4 \Rightarrow 1 + a + 1 + b = 4 \Rightarrow a + b = 2$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 10$$

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 4a + b = 10 \end{cases}$$

$$3a = 8 \rightarrow a = \frac{8}{3} \Rightarrow b = 2 - \frac{8}{3} \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

می‌دانیم: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ برابر است با: $r(x) = f(-\frac{b}{a})$ (۲۵)

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, P(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b = -6 \quad (1)$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, P(-1) = 3 \rightarrow a - b = 6 \quad (2)$$



$$a = 1 \text{ و } b = -5$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \Rightarrow a = -9 \\ q(-2) = 11 \end{cases}$$

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: هندسه



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۸ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه
رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال هندسه ۸ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی

۱۰۲۵۶۵۹۴



پاسخنامه تشریحی

الف نادرست

ب درست

الف نادرست

الف نادرست

الف

ب

وارون پذیری A یا $|A| \neq 0$

الف

الف گزینه ۲

ب گزینه ۴

ج گزینه ۳

د گزینه ۱

$$A^r = -I - A^{1^r \circ r} = (A^r)^{r \circ r} = I$$

$$|A| = 2 \cos 30^\circ \stackrel{|A| = \sqrt{r}}{\text{---}} \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$A^6 = \begin{bmatrix} (-1)^6 & 0 & 0 \\ 0 & 2^6 & 0 \\ 0 & 0 & (-2)^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1 + 64 + 64 = 129$$

$$(A + I)^r = A^r + 2AI + I^r = A + 2A + I = 3A + I$$

$$A^r = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = A \rightarrow A^{r \circ r} = A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 5 - 2 + 1 - 4 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2x \\ y & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -x^r \\ y^r & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2x + x^r \\ y - y^r & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + x^r = -1 \rightarrow (x+1)^r = 0 \rightarrow x = -1 \\ y - y^r = 0 \rightarrow y(1-y) = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow xy + y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

(صفحه ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۱۳، ۱۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۲ (۵ نمره)

ب) گزینه ۴ (۵ نمره)

ج) گزینه ۳ (۵ نمره)

د) گزینه ۱ (۵ نمره)



الف

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(B - I)(B + I) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 3 & -15 \\ 0 & -2 & -6 \\ 13 & -6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x - y & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2x + y \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$x + y + z = 2 + 1 + (-2) = 1$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 7, & i = j \\ i + j, & i > j \\ i^2, & i < j \end{cases}$$

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۳) ماتریس قطری، ماتریسی است مربعی که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشد.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -8 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 4 \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \quad n = m = 2$$

۱۵) ماتریس‌های A و B تعویض پذیرند، پس:

$$\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4x + 3y & 3x + 4y \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 6 & 4y - 3 \\ 3x + 8 & 3y - 4 \end{bmatrix}$$

$$3x + 8 = 5 \Rightarrow x = -1, \quad 3y - 4 = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\begin{bmatrix} x & 2 & -y \\ x & 2 & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} \stackrel{x=-1, y=2}{=} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -2 + 4 - 2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 = \begin{bmatrix} x - 3 & 12 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x - 21 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{20} = \begin{bmatrix} 1 & 40 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 18 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

۹

الف

درست

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸



$$mA^r + nA + rI = \bar{O} \rightarrow \begin{bmatrix} 31m & 18m \\ 12m & 7m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5n & 3n \\ 2n & n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} = \bar{O}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 31m + 5n + r & 18m + 3n \\ 12m + 2n & 7m + n + r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} 18m + 3n = 0 \\ 12m + 2n = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 6m + n = 0 \Rightarrow n = -6m$$

با جایگذاری $n = -6m$ در درایه‌های دیگر نتیجه می‌گیریم $r = -m$ ؛ پس با فرض $m = 1$ مقادیر $n = -6$ و $r = -1$ به دست می‌آیند.

۱۹

$$A + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow a - b = 2 - 1 = 1$$

$$(A + I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow a - b = 5 - 4 = 1$$

$$(A + I)^3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow a - b = 14 - 13 = 1$$

همانطور که می‌بینید در تمام توان‌ها $a - b = 1$ می‌باشد.

۲۰

الف

درست

$$(A + I)^r = A^r + rA + I \stackrel{A^r=A}{=} I + rA$$

۲۱

الف

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$$

۲۲

الف

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$a_{ij} = \frac{2i}{j-1} \Rightarrow a_{22} = \frac{2 \times 2}{2-1} = 4$$

۲۳

الف

۲۴

الف

$$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: گسسته



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۸ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه
رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال گسسته ۸ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی



پاسخنامه تشریحی

۱

الف

گنگ

۲

الف

درست

$$2k \times (2k + 2) + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2$$

ب

نادرست

با در نظر گرفتن صفر به عنوان عدد گویا و انتخاب هر عدد گنگی، حاصل ضرب صفر است که گویا می شود.

۳

الف

نادرست

۴

الف

درست

۵ گزینه ۲

۶

هر یک از گزینه های زیر را بررسی می کنیم:

گزینه ۱، نادرست است؛ زیرا از $x^f = y^f \Rightarrow |x| = |y|$ لزوماً نمی توان به $x = y$ رسید؛ $x = y$ یا $x = -y$

گزینه ۲، نادرست است؛ زیرا در عبارت همواره درست $(x - y)^f \geq 0$ مقدار $x - y$ می توان مثبت، منفی یا صفر باشد؛ پس یا $x > y$ یا $x < y$ یا $x = y$

گزینه ۳، نادرست است؛ زیرا نامساوی $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ به ازای هر دو عدد نامنفی x و y برقرار است. در حالی که با شرط $x < y < 0$ هر دو عدد x و y منفی هستند.

گزینه ۴، درست است؛ زیرا عبارت $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ به ازای اعداد حقیقی و هم علامت x و y برقرار است و برعکس.

(صفحه ۶ تا ۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

گزینه ۴، (۵، ۵ نمره)

۷

الف) اثبات این گزاره به صورت زیر است:

اگر $2n - 1 \in \mathbb{Z}$ که $n \in \mathbb{Z}$ عدد فرد دلخواهی باشد، آنگاه داریم:

$$(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1 = 2q + 1 \Rightarrow \text{فرد است.}$$

$$(2n + 1)^3 = 8n^3 + 12n^2 + 6n + 1 = 2(4n^3 + 6n^2 + 3n) + 1 = 2q + 1 \Rightarrow \text{فرد است.}$$

ب) فرض کنیم $n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5$ ($n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$) عدد طبیعی متوالی باشند، داریم:

$$\text{عدد وسطی} = \frac{5n + 15}{5} = n + 3 \Rightarrow \text{میانگین اعداد}$$

بنابراین حکم برقرار است.

۸

روش اول:

$$5ab \Rightarrow ab \text{ فرد} \Rightarrow a, b \text{ هر دو فرد} \Rightarrow (2k + 1)^2 + (2k' + 1)^2 =$$

$$4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left(\underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right)$$

$$a^2 + b^2 = 2q$$

روش دوم: مربع هر عدد فرد به صورت $4k + 1$ است، وقتی $5ab$ فرد است، بنابراین a و b هر دو فرد هستند؛ بنابراین:

$$a^2 + b^2 = (4k + 1) + (4k' + 1) = 2 \left(\underbrace{2k + 2k' + 1}_q \right) = 2q$$

روش سوم: وقتی $5ab$ فرد است، نتیجه می گیریم که a, b هر دو فرد هستند. در نتیجه توان دوم آنها یعنی a^2, b^2 هر دو فرد هستند. از آنجا که مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است؛ بنابراین

$a^2 + b^2$ عددی زوج است.



۹ الف) گزاره درست است زیرا دو عدد فرد a و a' را در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$a = 2k + 1, \quad a' = 2k' + 1 \quad (k, k' \in \mathbb{Z})$$

$$a + a' = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2(k + k' + 1) = 2k'' \Rightarrow \text{عدد زوج است.}$$

ب) گزاره نادرست است.

از مثال نقض استفاده می‌کنیم. اگر $n = 4$ قرار دهیم؛ داریم:

$$2^n - 1 \stackrel{n=4}{=} 2^4 - 1 = 15 = 3 \times 5 \Rightarrow \text{اول نیست.}$$

۱۰ فرض کنیم هیچ‌یک از اعداد x, y گنگ نباشند در اینصورت گویا هستند. می‌دانیم حاصلضرب هر دو عدد گویا عددی گویا است پس xy گویا است که تناقض است بنابراین حداقل یکی از اعداد x و y گنگ است.

۱۱ فرض کنید a کوچکترین عدد حقیقی مثبت باشد چون $a > 0$ پس $\frac{a}{2} < a$ یعنی عدد حقیقی مثبتی کوچکتر از a وجود دارد پس a کوچکترین عدد حقیقی مثبت نیست از این تناقض نتیجه می‌گیریم کوچکترین عدد حقیقی مثبت وجود ندارد.

۱۲ به روش برهان خلف ثابت می‌کنیم:

فرض می‌کنیم ab عددی فرد باشد آنگاه هر دو عدد b, a فرد هستند در نتیجه $a + b$ عددی زوج می‌شود (زیرا مجموع دو عدد فرد عددی زوج است) حال که به تناقض رسیدیم می‌توان درستی حکم را نیجه گرفت.

۱۳ اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است.

از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است.

$$\text{می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: } (\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta \in \mathbb{Q}$$

اما با توجه به فرض مسئله β گنگ است.

با توجه به تناقض ایجادشده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۱۴

الف

نادرست

ب

نادرست

۱۵ اگر $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج نباشند (فرض خلف)، پس عددی فرد است،

پس هر سه عامل $(a_1 - b_1)$ و $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ هم باید فرد باشند،

در نتیجه مجموع آنها باید فرد باشد،

اما با توجه به فرض مسئله: مجموع این سه عبارت برابر صفر است که عددی زوج است،

با توجه به تناقض ایجادشده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۱۶ برهان خلف: فرض می‌کنیم عدد $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی فرد باشد، پس هر یک از اعداد $(a_1 - b_1)$ و $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ نیز فرد هستند و در نتیجه مجموع آنها نیز باید فرد باشد، در حالی که زوج است، زیرا:

$$a_1 - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0$$

از این تناقض نتیجه می‌گیریم که فرض خلف باطل و حکم درست است.

(صفحة ۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

برهان خلف: فرض می‌کنیم عدد $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی فرد باشد، (نمره ۲٫۵) پس هر یک از اعداد $(a_1 - b_1)$ و $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ نیز فرد هستند (نمره ۰٫۲۵) و

در نتیجه مجموع آنها نیز باید فرد باشد (نمره ۰٫۲۵) در حالی که زوج است؛ زیرا:

$$a_1 - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0 \quad (\text{نمره } ۰٫۲۵)$$

از این تناقض نتیجه می‌شود که فرض خلف باطل و حکم درست است. (نمره ۰٫۲۵)

۱۷

باقی‌مانده هر عدد بر ۴ به یکی از صورت‌های زیر است:

$$p = 4k \quad (1), \quad p = 4k + 1 \quad (2), \quad p = 4k + 2 \quad (3), \quad p = 4k + 3 \quad (4)$$

در حالت (۱) و (۳)، عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود.



$$\frac{x^r}{y} + \frac{y^r}{x} \geq x + y \iff x^r + y^r \geq xy(x + y)$$

$$\iff (x + y)(x^r - xy + y^r) \geq xy(x + y)$$

$$\stackrel{\div(x+y)}{\iff} x^r - xy + y^r \geq xy$$

$$\iff x^r - 2xy + y^r \geq 0$$

$$\iff (x - y)^r \geq 0 \text{ همیشه درست}$$

(صفحة ۷ و ۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\frac{x^r}{y} + \frac{y^r}{x} \geq x + y \iff x^r + y^r \geq xy(x + y) \text{ (نمره ۰,۲۵)}$$

$$\iff (x + y)(x^r - xy + y^r) \geq xy(x + y) \text{ (نمره ۰,۲۵)}$$

$$\stackrel{\div(x+y)}{\iff} x^r - xy + y^r \geq xy \text{ (نمره ۰,۲۵)}$$

$$\iff x^r - 2xy + y^r \geq 0 \text{ (نمره ۰,۲۵)}$$

$$\iff (x - y)^r \geq 0 \text{ (نمره ۰,۲۵) همیشه درست}$$

۱۹

$$2x^r + 2y^r + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \iff (x^r - 2x + 1) + (y^r - 2y + 1) + (x^r - 2xy + y^r) \geq 0$$

$$\iff (x - 1)^r + (y - 1)^r + (x - y)^r \geq 0$$

$$\iff (x - 1)^r \geq 0, \quad (y - 1)^r \geq 0, \quad (x - y)^r \geq 0$$

۲۰

$$x^r + y^r + z^r \geq xy + yz + xz \iff 2x^r + 2y^r + 2z^r \geq 2xy + 2yz + 2xz \iff (x^r + y^r - 2xy) + (y^r + z^r - 2yz) + (x^r + z^r - 2xz) \geq 0$$

$$\iff (x - y)^r + (y - z)^r + (x - z)^r \geq 0$$

چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است.

نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: فیزیک



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۸ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال فیزیک ریاضی ۸ خرداد

سال دوازدهم
ریاضی



پاسخنامه تشریحی

۱ الف) بردار جابه‌جایی؛ با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ بردار سرعت متوسط همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است.

ب) کوچک‌تر؛ از آنجایی که مسافت همواره از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر یا با آن مساوی است، بنابراین تندی متوسط نیز همواره از اندازه سرعت متوسط بزرگ‌تر یا با آن مساوی است.

ج) تغییر سرعت

د) در خلاف جهت

(صفحه‌های ۴ و ۲۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) بردار جابه‌جایی (۰٫۲۵ نمره)

ب) کوچک‌تر (۰٫۲۵ نمره)

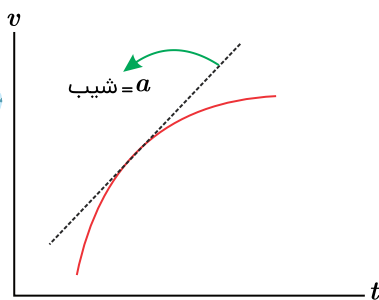
ج) تغییر سرعت (۰٫۲۵ نمره)

د) در خلاف جهت (۰٫۲۵ نمره)

۲

الف) مطابق شکل، شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان بیانگر شتاب لحظه‌ای است.

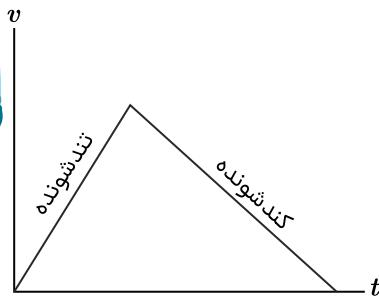
ب) سرعت متوسط برابر با نسبت جابه‌جایی به زمان حرکت است و در هر بازه زمانی، امکان صفر شدن جابه‌جایی وجود دارد؛ در حالی که تندی متوسط برابر با نسبت مسافت به زمان حرکت است و پس از شروع حرکت، مسافت طی شده حتماً مخالف صفر است. در نتیجه سرعت متوسط می‌تواند برابر با صفر شود.



ج) مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر با جابه‌جایی متحرک است.

د) در حرکت با شتاب ثابت امکان ندارد حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده باشد؛ زیرا در این صورت باید حداقل ۲ شتاب متفاوت داشته باشیم (مانند نمودار سرعت - زمان مقابل)

(صفحه ۱۶، ۹ و ۲۰ کتاب درسی)



راهنمای تصحیح:

الف) شتاب لحظه‌ای (۰٫۲۵ نمره) ب) سرعت (۰٫۲۵ نمره) ج) جابه‌جایی (۰٫۲۵ نمره) د) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۰٫۲۵ نمره)

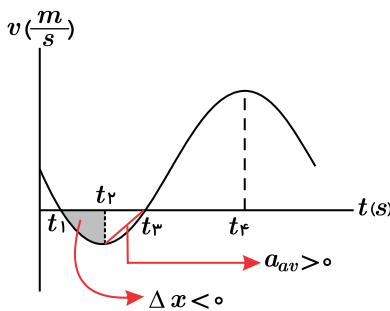
۳ الف) درست ب) نادرست ج) نادرست د) درست ه) نادرست

۴

الف) سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود و در این رابطه Δx یا همان جابه‌جایی، برابر با مساحت محصور بین نمودار

سرعت - زمان و محور زمان است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 نمودار زیر محور زمان قرار دارد؛ بنابراین در این بازه، جابه‌جایی متحرک و در نتیجه سرعت متوسط نیز در خلاف جهت محور x خواهد بود.

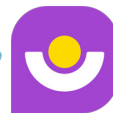
ب) در نمودار سرعت - زمان، شتاب متوسط برابر با شیب خط واصل بین دو نقطه است. در بازه زمانی t_2 تا t_3 شیب این خط و در نتیجه شتاب متوسط مثبت است.



ج) در نمودار سرعت - زمان، هر جا نمودار محور t را قطع کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین در بازه زمانی صفر تا t_4 در لحظات t_1 و t_3 متحرک تغییر جهت می‌دهد.

د) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، بیانگر شتاب لحظه‌ای است و اگر این شیب صفر شود و تغییر علامت بدهد، شتاب متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین در لحظات t_2 و t_4 (قله و دره نمودار)، شتاب تغییر جهت می‌دهد.

(صفحه ۱۱ و ۲۰ کتاب درسی)



الف) خلاف جهت (۲۵، ۰ نمره) ب) شتاب متوسط (۲۵، ۰ نمره) ج) تغییر جهت (۲۵، ۰ نمره) د) شتاب (۲۵، ۰ نمره)

۵) الف) نرده‌ای ب) بردار جابه‌جایی پ) شتاب

ت) بردار مکان ث) تندی متوسط

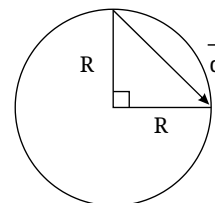
۶) الف) عقربه ثانیه‌شمار در مدت نیم دقیقه، نیم دور می‌چرخد و نوک آن به اندازه قطر دایره مسیر حرکت آن جابه‌جا می‌شود.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2R}{\Delta t} = \frac{2 \times 1,5m}{3,0s} = \frac{1}{1,0} m/s$$

ب) عقربه دقیقه‌شمار در مدت ۱۵ دقیقه، یک چهارم دور می‌چرخد و نوک آن مطابق شکل زیر جابه‌جا می‌شود:

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \times 1,5m}{15 \times 60s} = \frac{\sqrt{2}}{600} m/s$$



۷) ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک (که همان کمان طی شده است) را می‌یابیم. سپس زاویه مرکزی مربوط به این کمان (یا اینکه کمان چه کسری از محیط دایره است) را محاسبه کرده و در نهایت جابه‌جایی خودرو را محاسبه می‌کنیم و

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = s_{av} \Delta t = 15,7 \frac{m}{s} \times 3,0s = 47,1m$$

$$\frac{l}{\text{محیط}} = \frac{l}{2\pi R} = \frac{47,1m}{2 \times 3,14 \times 150} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = 2R = 2 \times 150m = 300m$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{300m}{300s} = 1,0 m/s$$

خودرو نصف محیط میدان را پیموده است، بنابراین اندازه جابه‌جایی آن برابر قطر میدان است.

۸

الف

جابه‌جایی

ب

جهت

۹

الف

ب

۱۰

الف

ب

$$x = vt + x_0 \rightarrow x = 2t$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \rightarrow S_{av} = \frac{50}{25} = 2 \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{3}a = -2 \rightarrow a = -6 m/s^2$$

$$0 = -2t^2 + 5t \quad 0 = t(-2t + 5) \quad t = 0s \quad t = 2,5s$$

۱۱) الف) (۱): مثبت است. (چون شیب خط مماس مثبت است)

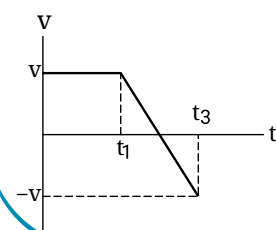
(۲): حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت کندشونده است.

(۳): علامت شتاب منفی است. (چون جهت تقعر منحنی رو به پایین است)

(۴): حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت تندشونده است.

(۵): علامت شتاب، منفی است. (چون جهت تقعر منحنی رو به پایین است)

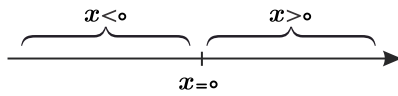
اگر به نمودار $x - t$ توجه شود، به دلیل تقارن سهمی اندازه شیب خطوط مماس در لحظات t_1 و t_3 یکی است. فقط در $t = t_1$ و $v > 0$ و در $t = t_3$ و $v < 0$ خواهد بود.





۱۲ الف) متحرک A دارای حرکت با سرعت ثابت است و در $t = 0$ در مکان مثبت قرار دارد. متحرک B با شتاب ثابت از مبدأ شروع به حرکت می‌کند. (ب) در لحظه t_1 دو خودرو به هم می‌رسند.

۱۳ الف) نمودار مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، یک سهمی است. اگر متحرک در لحظه آغاز حرکت در جهت محور x حرکت کند، شیب خط مماس بر نمودار در ابتدای حرکت مثبت خواهد بود. در لحظه تغییر جهت نیز متحرک به رأس سهمی می‌رسد. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.



(ب) شرط تغییر جهت بردار، صفر شدن اندازه بردار و تغییر علامت آن است. تنها برداری که مکان تغییر جهت مشخصی دارد، بردار مکان است که در $x = 0$ تغییر جهت می‌دهد.

(صفحه ۶ و ۱۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه (۲) (۲۵، نمره) (ب) گزینه (۳) (۲۵، نمره)

۱۴ الف) معادله حرکت با شتاب ثابت به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ است.

با توجه به نمودار رسم شده، x_0 (مکان اولیه) برابر صفر و در لحظه $t = 1s$ مکان متحرک برابر $-2m$ است. همچنین در لحظه $t = 1s$ سرعت متحرک برابر با صفر است و داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[t=-2m]{t=1s} -2 = \frac{1}{2} \times a \times 1 + v_0 \times 1 + 0 \rightarrow -2 = \frac{1}{2}a + v_0 \\ v = at + v_0 \xrightarrow[v=0]{t=1s} 0 = a \times 1 + v_0 \rightarrow a = -v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 2t^2 - 4t$$

(ب) چون شتاب حرکت ثابت و برابر با $4 \frac{m}{s^2}$ است، نمودار آن به صورت زیر خواهد بود:



(صفحه ۲۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف)

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (25, \text{نمره}) \xrightarrow[t=-2m]{t=1s} -2 = \frac{1}{2} \times a \times 1 + v_0 \times 1 + 0 \rightarrow -2 = \frac{1}{2}a + v_0 \\ v = at + v_0 \quad (25, \text{نمره}) \xrightarrow[v=0]{t=1s} 0 = a \times 1 + v_0 \rightarrow a = -v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \quad (25, \text{نمره}) \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \quad (25, \text{نمره}) \end{cases} \Rightarrow x = 2t^2 - 4t \quad (25, \text{نمره})$$



(ب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_{av} = \frac{0 - 8}{2 - 0} = -4 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + 8 \rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$x = -2t^2 + 8$$

روش اول:

۱۵
الف

ب

روش دوم:



$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \rightarrow -\lambda = \frac{v + 0}{2} \times 2 \rightarrow v = -\lambda \frac{m}{s}$$

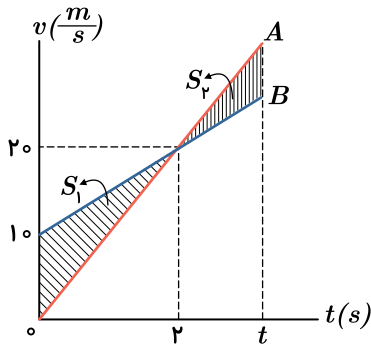
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-\lambda - 0}{2} \Rightarrow a = -\frac{\lambda}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow x = -\lambda t^2 + \lambda$$

۱۶

الف

روش اول: می‌توانیم شتاب هر یک از متحرک‌ها را به دست آوریم:



$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

چون دو متحرک در ابتدا در یک محل بودند و دوباره به هم می‌رسند، جابه‌جایی آنها برابر است:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t$$

$$\Rightarrow 5t^2 + 0 = \frac{5}{2}t^2 + 10t \Rightarrow 2,5t^2 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow t(2,5t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4s \end{cases}$$

یعنی دو متحرک بعد از ۴ ثانیه دوباره بهم می‌رسند.

روش دوم: سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است. چون در این سؤال باید جابه‌جایی دو متحرک برابر باشد، در شکل بالا، کافی است دو مثلث مشخص شده در شکل با هم برابر باشند. برای این اتفاق باید $t = 4s$ باشد.

ب

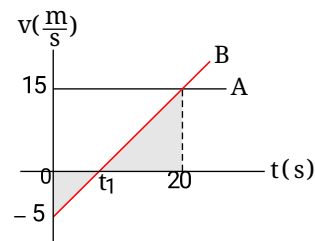
بیشترین فاصله دو متحرک، زمانی است که سرعت آنها برابر می‌شود یعنی در $t = 2s$ بیشترین فاصله را دارند. با توجه به اینکه سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی

است و هر دو در ابتدا در یک نقطه بودند، این فاصله برابر مساحت S_1 در شکل است.

$$S_1 = \frac{10 \times 2}{2} = 10m$$

یعنی بیشترین فاصله دو متحرک در این حرکت برابر ۱۰ متر است.

۱۷ در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشورخورده، لحظه t_1 را می‌یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظه t_1 به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود.)



$$\frac{15}{5} = \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5s$$

حال می‌توان ابتدا شتاب متحرک B را یافت، سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازه $5s$ تا $20s$ داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 0}{20 - 5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}t^2 + (-5)t \\ x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow \Delta x_A = 15t \end{cases}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 5t = 15t \Rightarrow 20t = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow t = 40s$$

در نتیجه بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$40 - 5 = 35s$$

۱۸ الف) ابتدا به مدت ۵ ثانیه (در بازه $0s$ تا $5s$)، شتاب متحرک $2 \frac{m}{s^2}$ است.



$$\Delta v_1 = a_1 \Delta t_1 = 2 \frac{m}{s^2} \times (5s - 0s) = 10 \frac{m}{s}$$

پس سرعت متحرک افزایش می‌یابد و از $0 \frac{m}{s}$ به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

سپس به مدت 10 ثانیه (در بازه $5s$ تا $15s$)، شتاب متحرک، صفر و سرعت متحرک، ثابت و برابر $10 \frac{m}{s}$ است.

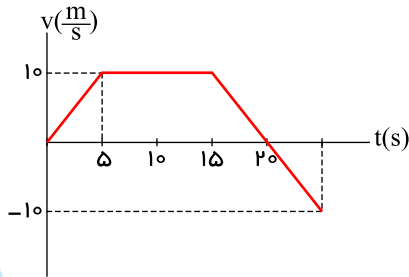
در نهایت به مدت 10 ثانیه (در بازه $15s$ تا $25s$)، شتاب متحرک $-2 \frac{m}{s^2}$ است و داریم:

$$\Delta v_2 = a_2 \Delta t_2 = -2 \frac{m}{s^2} \times (25s - 15s) = -20 \frac{m}{s}$$

بنابراین، سرعت متحرک $-20 \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و از $10 \frac{m}{s}$ به $-10 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

در این بازه زمانی و در لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود، جهت حرکت تغییر می‌کند. با توجه به مقدار شتاب $(-2 \frac{m}{s^2})$ و سرعت اولیه در این بازه $(+10 \frac{m}{s})$ ، سرعت در لحظه $20s$ صفر می‌شود.

بنابراین، نمودار سرعت زمان متحرک به شکل زیر می‌شود:



(ب)

$0s < t < 5s \Rightarrow$ تندشونده

$5s < t < 15s \Rightarrow$ یکنواخت

$15s < t < 20s \Rightarrow$ کندشونده

$20s < t < 25s \Rightarrow$ تندشونده

(پ)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-10 \frac{m}{s}) - (0 \frac{m}{s})}{25s - 0s} = \frac{-10 \frac{m}{s}}{25s} = -0.4 \frac{m}{s^2}$$

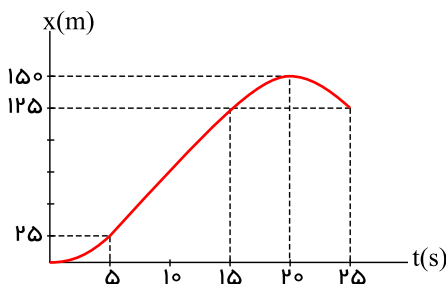
با توجه به نمودار $v-t$ این حرکت و سطح محصور بین منحنی و محور زمان، جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی مختلف را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 0s < t < 5s \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} \times 5s = 25m \\ 5s < t < 15s \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \frac{m}{s} (15s - 5s) = 100m \\ 15s < t < 20s \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} \times (20s - 15s) = 25m \\ 20s < t < 25s \Rightarrow \Delta x_4 = -\frac{1}{2} \times 10 \frac{m}{s} (25s - 20s) = -25m \end{cases}$$

(ت)

$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = +125m$$

با توجه به جابه‌جایی‌های به دست آمده، داریم:



$$s = \Delta v \rightarrow \Delta v = -2 \times (10 - 4) = -12 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{av} = \frac{-12}{10} = -1.2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_0 \Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times (-2) \times (10 - 4)^2 + 3 \times (10 - 4) = -18m$$



الف

$$\Delta x = v\Delta t \quad \Delta x = 38 \times 15 = 570 \text{ m}$$

۲۱

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad x_1 = \frac{3}{2}t^2$$

$$x_v = vt + x_0 \quad x_v = 36t \quad x_1 = x_v \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 = 36t \Rightarrow t = 24 \text{ s}$$

۲۲

$$v^2 = -2g\Delta y \quad v^2 = -2 \times 10 \times (-125) \quad v = -50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \quad v_{av} = \frac{-50}{2} \quad v_{av} = -25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

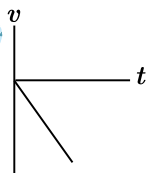
۲۳ الف

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

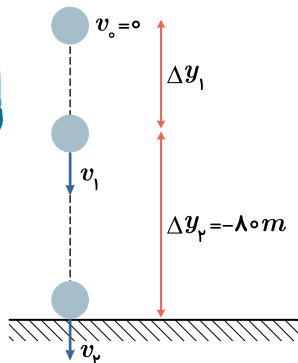
$$-31,25 = -\frac{1}{2} \times 10 t^2$$

$$t = 2,5 \text{ s}$$

ب



۲۴ حرکت گلوله مطابق شکل مقابل است. اگر فقط ۸۰ متر آخر را مورد مطالعه قرار دهیم، v_1 سرعت اولیه این مرحله است و می‌توان آن را به صورت زیر به دست آورد:



$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_1t$$

$$-80 = -5 \times 2^2 + v_1 \times 2$$

$$\Rightarrow -80 = -20 + 2v_1$$

$$-60 = 2v_1 \Rightarrow v_1 = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالا معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت را برای قسمت اول حرکت می‌نویسیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = -2g\Delta y_1 \Rightarrow (-30)^2 - 0 = -20\Delta y_1 \Rightarrow \Delta y_1 = -45 \text{ m}$$

اندازه ارتفاع h برابر مجموع اندازه‌های Δy_1 و Δy_2 است. یعنی:

$$h = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 45 + 80 = 125 \text{ m}$$

۲۵

اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و کل زمان حرکت گلوله را t ثانیه فرض کنیم، با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت گلوله، داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow \begin{cases} -h = -\frac{1}{2}gt^2 + 0 \\ -\frac{4}{9}h = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 + 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{(t-1)^2}{t^2} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

بنابراین تندی برخورد گلوله به سطح زمین برابر است با:

$$v = -gt = -10 \times 3 \Rightarrow |v| = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: شیمی



پایه: دوازدهم تجربی و ریاضی



تاریخ آزمون: ۸ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

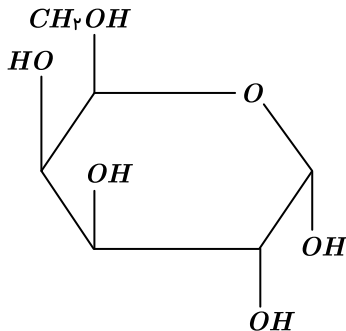
نوتروفاینال شیمی ۸ خرداد

سال دوازدهم



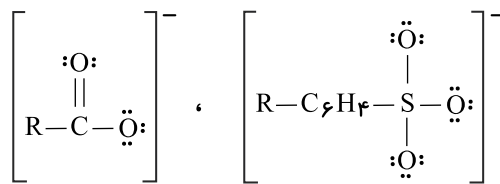
پاسخنامه تشریحی

۱ الف) عسل حاوی مولکول‌های گلوکز است که در ساختار آن ۵ گروه هیدروکسیل ($-OH$) و یک گروه اتری ($-O-$) وجود دارد.



ب) ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ محلول یون‌ها و مولکول‌ها و کلوئیدها توده‌های مولکولی و سوسپانسیون ذره‌های ریزماده است.
ج) افزون بر خاصیت پاک‌کنندگی در صابون به برخی از آنها ترکیبات گوگرددار (جهت از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی) - ترکیبات کلردار (به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی) اضافه می‌کنند.

د) فرمول مولکولی چربی که زنجیرهای هیدروکربنی موجود در ساختار آن، سیرشده هستند به صورت $C_nH_{2n-4}O_6$ است مانند چربی شتر $C_{57}H_{110}O_6$
ه) ساختار لوویس بخش آب‌دوست صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی



۹ جفت الکترون ناپیوندی دارد. ۵ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

$$\frac{9}{5} = 1,8$$

(صفحه ۵، ۶، ۷، ۱۲ و ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $C_6H_{12}O_6$ - هیدروکسیل (۵، ۵ نمره)

ب) یون‌ها یا مولکول‌ها - ذره‌های ریزماده (۵، ۵ نمره)

ج) کلردار (۲، ۵ نمره)

د) $C_nH_{2n-4}O_6$ (۲، ۵ نمره)

ه) ۱,۸ (۲، ۵ نمره)

۲

الف

همگن - ندارد

ب

خورنده - داشته باشد

۳

الف

نادرست - متفاوت است (یا برابر نیست یا رسانایی باریم کلرید کمتر از آلومینیم نیترات است یا رسانایی آلومینیم نیترات بیشتر از باریم کلرید است)

ب

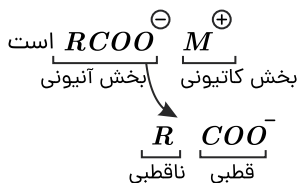
نادرست - کمتر

۴

الف) نادرست؛ وازلین ($C_{25}H_{52}$) - گریس ($C_{18}H_{38}$) هر دو آلکان‌های ناقصی نامحلول در آب و محلول در هگزان هستند.



(ب) نادرست؛ فرمول کلی صابون‌ها



(ج) درست؛ اسیدهای چرب همان کربوکسیلیک اسیدها RCOOH هستند که شمار اتم‌های کربن در آنها ۱۴ تا ۱۸ اتم است. و استرهای سنگین سه‌عاملی مثل $\text{C}_7\text{H}_5(\text{OCC}_{17}\text{H}_{35})_3$ را می‌توان نام برد.

(د) نادرست؛ نیروی جاذبه بین چرک و چربی با پارچه پلی‌استری قوی‌تر از پارچه نخی است؛ پس صابون پارچه نخی را بهتر و آسان‌تر تمیز می‌کند.

(صفحه ۴، ۶، ۸ و ۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(۲۵، نمره)

الف) نادرست (۲۵، نمره) - فرمول مولکولی وازلین $\text{C}_{28}\text{H}_{58}$ است.

(۲۵، نمره)

ب) نادرست (۲۵، نمره) - بخش قطبی قسمت آنیونی صابون دارای کربوکسیلات $-\text{COO}^-$ است.

ج) درست (۲۵، نمره)

د) نادرست (۲۵، نمره) - قدرت پاک‌کنندگی صابون در پارچه نخی بیشتر است. (۲۵، نمره)

۵

الف

نادرست؛ کمتر

ب

درست

پ

درست

۶

الف

نمک حاوی فسفات؛ زیرا با یون‌های Mg^{2+} واکنش می‌دهند یا مانع تشکیل رسوب می‌شوند.

ب

خیر؛ به دلیل وجود یون K^+ در ساختار آن که باعث می‌شود صابون مایع باشد.

۷

الف

سوسپانسیون

ب

پلی‌استر

پ

پایدار

۸

الف

درست

۹

الف

زنجر هیدروکربنی

ب

۲

پ

گروه $-\text{COO}^-$

۱۰

الف

پاک‌کننده (۱)؛ زیرا پاک‌کننده غیرصابونی بوده و در آب سخت رسوب تولید نمی‌کند.

ب

نمک‌های فسفات؛ زیرا این نمک‌ها با یون‌های منیزیم موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

پ

پاک‌کننده (۱)

ت

از مایع به جامد تبدیل می‌شود (جامد می‌شود)

۲

(۱۱) آب‌هایی که دارای مقدار قابل توجهی از یون‌های Ca^{2+} و یا Mg^{2+} هستند، با ورود صابون به محلول، این یون‌ها جانشین کاتیون صابون شده، و رسوب می‌کنند. در نتیجه از میزان



صابون محلول کم شده و کف‌کنندگی صابون کاهش می‌یابد؛ پس در ظرف (۱) مقدار کف کمتر از ظرف (۲) است.

(صفحه ۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

در ظرف (۲) (۲۵، ۲۵) - آب ظرف (۲)، آب سخت نیست و صابون در آن رسوب نمی‌کند. (۵، ۲۵) (نمره)

(الف) $RCOO^- Na^+$ صابون جامد / $RCOO^- NH_4^+$ یا $RCOO^- K^+$ صابون مایع

(ب) $Na^+ RC_7H_7SO_3^-$ فرمول کلی پاک‌کننده غیرصابونی است که با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} در آب سخت رسوب نمی‌دهند و باعث می‌شوند این پاک‌کننده‌ها در آب سخت کف کنند و خاصیت پاک‌کنندگی داشته باشند.

(ج) پاک‌کننده‌های خورنده که شامل اسید قوی (HCl) یا بازهای قوی (KOH یا $NaOH$) هستند علاوه بر برهم‌کنش با آلاینده‌ها با آنها واکنش نیز می‌دهند.

(د) زنجیر هیدروکربنی (R) و حلقه بنزنی ($-C_6H_5-$) بخش‌های ناقصی و آب‌گریز و چربی‌دوست هستند.

(صفحه ۵، ۶، ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) B یا $C_{18}H_{37}COO^- NH_4^+$ (۲۵، ۲۵) (نمره)

(ب) C یا $Na^+ SO_3^- C_7H_7 - C_{14}H_{29} - C_7H_7 - SO_3^- Na^+$ (۲۵، ۲۵) پاک‌کننده غیرصابونی با یون‌های (Mg^{2+} و Ca^{2+}) موجود در آب دریا رسوب نمی‌دهد. (۲۵، ۲۵) (نمره)

(ج) A (۲۵، ۲۵) HCl یک اسید قوی و یک پاک‌کننده خورنده است. (۲۵، ۲۵) (نمره)

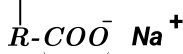
(د) $C_{14}H_{29} - C_6H_5 -$ (۲۵، ۲۵) بخش ناقصی است (۲۵، ۲۵) که آب‌گریز یا چربی‌دوست است.

(۱۳)

شکل، مراحل حل شدن چربی و پراکنده شدن آن را در آب نشان می‌دهد. صابون دارای دو جزء آنیونی و کاتیونی است. در جزء آنیون دو بخش قطبی

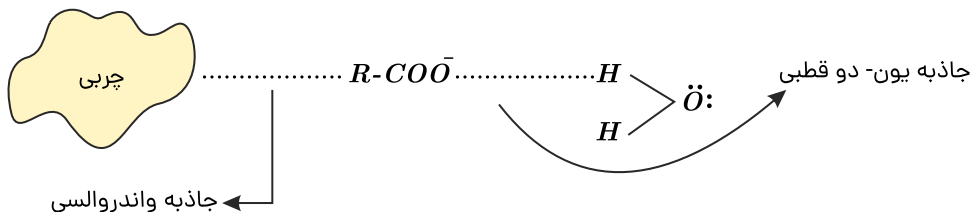
(آب‌دوست یا چربی‌گریز) و ناقصی (آب‌گریز و چربی‌دوست) وجود دارد.

چربی دوست

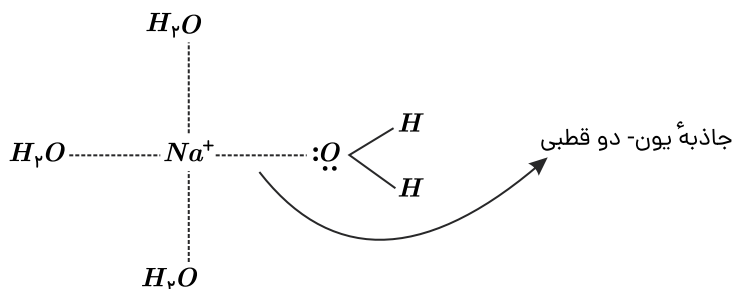


بخش کاتیونی
بخش آنیونی

چربی‌ها که دارای مولکول‌های ناقصی هستند جاذبه و اندروالسی دارند. در نتیجه با بخش ناقصی یا چربی‌دوست صابون (R) برهم‌کنش ایجاد می‌کنند. از طرف دیگر بخش قطبی صابون COO^- با مولکول‌های آب برهم‌کنش یون - دو قطبی برقرار می‌کنند. بدین ترتیب صابون به صورت پلی بین مولکول‌های آب و چربی عمل می‌کند و چربی را در آب پخش می‌کند.



همچنین کاتیون‌های سدیم Na^+ که به هنگام حل شدن صابون در آب از آن جدا شده و در آب رها می‌شوند و با مولکول‌های آب جاذبه یون - دو قطبی ایجاد می‌کنند.



(صفحه ۶، ۷ و ۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) به دلیل ناقصی بودن چربی و قطبی بودن مولکول‌های آب (۵، ۲۵) (نمره)

(ب) نیروی جاذبه (یا برهم‌کنش) و اندروالسی (۲۵، ۲۵) (نمره)

(ج) بخش قطبی صابون (۲۵، ۲۵) - بله (۲۵، ۲۵) (نمره)

(د) برهم‌کنش یون - دو قطبی (۲۵، ۲۵) (نمره)

(الف) محلول استیک اسید؛ زیرا محلول استیک اسید، الکترولیت ضعیف محسوب می‌شود. این درحالی است که محلول اتانول غیرالکترولیت است.

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

(ب) مشابه است؛ زیرا ترکیب موردنظر پاک‌کننده غیرصابونی بوده و در آب سخت (آب حاوی یون کلسیم) خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند و رسوب تشکیل نمی‌شود.



ج) این ترکیب زنجیره هیدروکربنی کوتاهی دارد؛ در نتیجه نمی‌تواند با چربی‌ها برهم‌کنش مناسبی ایجاد کند.

(صفحه ۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) محلول استیک اسید (۰٫۲۵ م)؛ زیرا محلول استیک اسید، الکترولیت ضعیف محسوب می‌شود. این درحالی است که محلول اتانول غیرالکترولیت است (۰٫۲۵ م) (ب) مشابه است (۰٫۲۵ م)؛ زیرا ترکیب موردنظر پاک‌کننده غیرصابونی بوده و در آب سخت (آب حاوی یون کلسیم) خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند و رسوب تشکیل نمی‌شود (۰٫۲۵ م) (ج) این ترکیب زنجیره هیدروکربنی کوتاهی دارد (۰٫۲۵ م)؛ در نتیجه نمی‌تواند با چربی‌ها برهم‌کنش مناسبی ایجاد کند (۰٫۲۵ م).

۱۵) میزان یون‌های آبی که دارای آب دریا است غلظت یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} آن بیشتر می‌باشد. که این موضوع را از میزان کف صابون ایجادشده می‌توان فهمید. (هر چه غلظت یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} بیشتر باشد، صابون بیشتری به صورت رسوب از محلول خارج می‌شود و کف کمتری ایجاد می‌گردد.)

(صفحه ۱۰ و ۱۱ و ۸ و ۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

نمونه Z (۰٫۲۵ م)؛ زیرا میزان کف آن کمتر است یعنی میزان یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} آن زیادتر است. (۰٫۵ م)

۱۶) الف) CH_3COOH - غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از 10^{-7} است. پس ترکیب یک اسید است اما غلظت یون هیدرونیوم از غلظت اولیه اسید کمتر بوده و اسید ضعیف است.

یا (ترکیب یک اسید ضعیف است $\Rightarrow 0.1 < 10^{-4} < 10^{-7} > 10^{-4} = [H^+]$)

یا (غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از 10^{-7} است، پس ترکیب یک اسید است و چون ماده به صورت یون - مولکولی حل شده پس یک اسید ضعیف است.

یا (غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از 10^{-7} است، پس ترکیب یک اسید است و چون بخشی از ماده A به صورت یونی و بخشی به صورت مولکولی حل شده پس یک اسید ضعیف است.

ب) $NaOH$

۱۷) الف) پاک‌کننده خوردنده؛ چون $NaOH$ از نظر شیمیایی فعال است و خاصیت خوردندگی دارد و با انجام واکنش آلاینده‌ها را از بین می‌برد.

ب) گرماده؛ چون در این واکنش در سمت راست گاز تولید می‌شود که پایدارتر از مواد واکنش‌دهنده‌های آن است پس آنتالپی واکنش منفی بوده ($\Delta H < 0$) و گرماده است.

ج) از این مخلوط برای باز کردن مجاری مسدودشده در برخی از وسایل و دستگاه‌های صنعتی (برای زدودن رسوب‌ها و چربی‌ها) استفاده می‌شود.

د) گاز H_2 یکی از فرآورده‌های این واکنش است. گاز تولیدشده با ایجاد فشار مکانیکی از لابه‌لای مواد عبور کرده و سبب جدا شدن بهتر رسوب‌ها و چربی‌ها از سطح لوله‌ها می‌شود.

(صفحه ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) پاک‌کننده خوردنده (۰٫۲۵ م)

ب) گرماده (۰٫۲۵ م)

ج) برای باز کردن لوله‌ها و مجاری‌های مسدودشده با اسیدهای چرب یا چربی (۰٫۲۵ م)

د) زیرا موادی فعال با واکنش‌پذیری زیاد هستند. (۰٫۲۵ م)

و) گاز H_2 (۰٫۲۵ م) - گاز هیدروژن سبب جرم‌گیری یا موجب فشار مکانیکی می‌شود. (۰٫۲۵ م)

۱۸) الف) یا KOH یک باز قوی است و یک پاک‌کننده خوردنده است و علاوه بر برهم‌کنش با اسید چرب، با آن واکنش نیز می‌دهد.

(صفحه ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی)

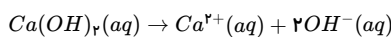
راهنمای تصحیح:

ب) یا KOH (۰٫۲۵ م) یک باز قوی است و یک پاک‌کننده خوردنده است (۰٫۲۵ م) و علاوه بر برهم‌کنش با اسید چرب (۰٫۲۵ م)، با آن واکنش نیز می‌دهد. (۰٫۲۵ م)

۱۹) الف) اسیدهای قوی در آب کامل یونش می‌یابند، درصد یونش بزرگی دارند و الکترولیت قوی هستند.

ب) تعداد اسیدهای قوی محدود است و اغلب اسیدها ضعیف هستند به همین دلیل تعداد اسیدهای قوی محدود و کم است.

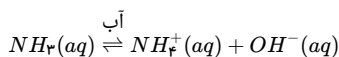
ج)



بر اثر یونش کلسیم هیدروکسید در آب به‌ازای یونش هر مول $Ca(OH)_2$ دو مول OH^- تولید می‌شود.

$$0.2 M Ca(OH)_2 \times \frac{2 \text{ mol } (OH^-)}{1 \text{ mol } Ca(OH)_2} = 0.4 M (OH^-)$$

د) واکنش یونش بازهای ضعیف تعادلی است و بر اثر یونش این بازها اندکی یون تولید می‌شود و این بازها بیشتر مولکولی حل می‌شوند.

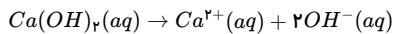


(صفحه ۱۵ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) اسیدهای قوی در آب کامل یونش می‌یابند (۰٫۲۵ م)، درصد یونش بزرگی دارند و الکترولیت قوی هستند.

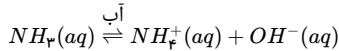
ب) تعداد اسیدهای قوی محدود است (۰٫۲۵ م) و اغلب اسیدهای موجود در مواد غذایی ضعیف هستند (۰٫۲۵ م)



بر اثر یونش کلسیم هیدروکسید در آب به ازای یونش هر مول $Ca(OH)_2$ دو مول OH^- تولید می‌شود. (نمره ۰٫۲۵)

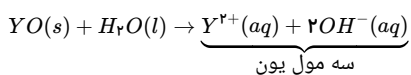
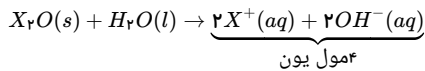
$$0,2 M Ca(OH)_2 \times \frac{2 \text{ mol } (OH^-)}{1 \text{ mol } Ca(OH)_2} (\text{نمره } 0,25) = 0,4 M (OH^-) (\text{نمره } 0,25)$$

(د) واکنش یونش بازهای ضعیف تعادلی است (نمره ۰٫۲۵) و بر اثر یونش این بازها اندکی یون تولید می‌شود و این بازها بیشتر مولکولی حل می‌شوند. (نمره ۰٫۲۵)



۲۰) اکسید فلزهای گروه اول X_2O و هیدروکسید آنها XOH است. اکسید فلزهای گروه دوم YO و هیدروکسید آنها $Y(OH)_2$ است.

اکسید فلزهای گروه اول و دوم باز قوی تولید می‌کنند.



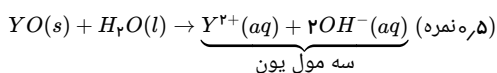
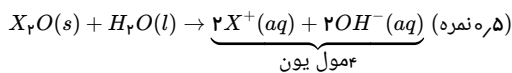
پس خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} X_2O \Rightarrow \text{اتم } 3 \\ YO \Rightarrow \text{اتم } 2 \end{array} \right\} \frac{3}{2} = 1,5$$

(صفحه ۱۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

اکسید فلزهای گروه اول و دوم باز قوی تولید می‌کنند.



پس خواهیم داشت:

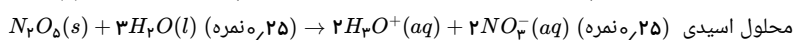
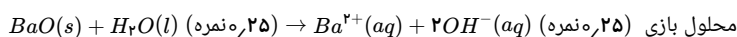
$$\left. \begin{array}{l} X_2O \Rightarrow \text{اتم } 3 \\ YO \Rightarrow \text{اتم } 2 \end{array} \right\} \frac{3}{2} = 1,5 (\text{نمره } 0,25)$$

۲۱) اغلب اکسیدهای فلزی در آب حل شده و ضمن واکنش با آب یون هیدروکسید (OH^-) تولید می‌کنند و باز به شمار می‌روند. اغلب اکسیدهای نافلزی (به جز CO و NO و N_2O) در

آب حل می‌شوند و ضمن واکنش با آب تولید یون هیدرونیوم (H^+) می‌نمایند و اسید به شمار می‌روند.

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



محلول حاصل از حل کردن BaO در آب، به علت تولید یون OH^- یک محلول بازی است (نمره ۰٫۲۵) و رنگ کاغذ pH آبی می‌شود. (نمره ۰٫۲۵)

۲۲

الف

HA

۲۳

الف

محلول (۲): زیرا گلوکز در آب به صورت مولکولی حل می‌شود (یا غیرالکترولیت است یا یون تولید نمی‌کند).

ب

آمونیاک، یک باز ضعیف است؛ زیرا رسانای الکتریکی کمی دارد و pH آن از ۷ بیشتر است.

پ

استیک اسید

۲۴

ثابت یونش بازی K_b است که هر چه K_b بزرگ‌تر باشد، باز بیشتر یونش یافته و در نتیجه غلظت یون‌ها زیاده‌تر می‌شود و رسانایی محلول افزایش می‌یابد.

(صفحه ۲۲، ۲۳، ۲۴ و ۲۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

نمودار ب (نمره ۰٫۲۵) - با افزایش ثابت تعادل بازی، غلظت یون‌ها افزایش (نمره ۰٫۲۵) و رسانایی محلول نیز افزایش می‌یابد. (نمره ۰٫۲۵)

۲۵) الف) در غلظت یکسان هر چه درجه یونش بزرگ‌تر باشد، رسانایی الکتریکی محلول بیشتر خواهد بود. در واقع هر چه غلظت یون‌ها در محلول بیشتر باشد رسانایی الکتریکی محلول



بیشتر است.

پس رسانایی الکتریکی HY از همه بیشتر و رسانایی الکتریکی HD از همه کمتر است.

(ب)

$$\% \alpha = \frac{\text{تعداد مول‌های یونش یافته}}{\text{تعداد کل مول‌ها}} \times 100$$

$$\% \alpha_{HX} = \frac{3}{3+1} \times 100 = 75\%$$

(ج)

$$\% \alpha_{Hy} = 100\%$$

$$\% \alpha_{HD} = \frac{1}{1+3} \times 100 = 25\%$$

 HY اسید قوی است و به‌طور کامل یونش یافته است؛ بنابراین درصد یونش آن از بقیه بیشتر است.

(صفحة ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) HD (نمره ۲۵) / چون کمترین میزان یونش را دارد. یا چون غلظت یون‌ها در محلول آن کمتر است. (۲۵، نمره)

(ب)

$$\% \alpha_{HX} = \frac{\text{تعداد مول‌های یونش یافته}}{\text{تعداد کل مول‌ها}} \times 100 \Rightarrow \% \alpha_{HX} = \frac{3}{3+1} \times 100 = 75\% \text{ (نمره ۲۵)} = 75\% \text{ (نمره ۲۵)}$$

ج) HY (نمره ۲۵) اسید قوی است و کامل یونش یافته است. (۲۵، نمره)

(۲۶) به‌طور کلی اسیدهای قوی، بازهای قوی و نمک‌های یونی محلول در آب، به‌طور کامل به یون‌ها تفکیک می‌شوند و رسانای خوب هستند.

اسیدها و بازهای ضعیف بیشتر به‌شکل مولکولی حل می‌شوند و به میزان اندکی در آب یونش می‌یابند و الکترولیت ضعیف و رسانای ضعیف محسوب می‌شوند. موادی نظیر الکل‌ها (اتانول و متانول)، استون و قندها که به شکل کاملاً مولکولی حل می‌شوند غیرالکترولیت و نارسانا هستند.

(صفحة ۱۸ و ۱۷ و ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

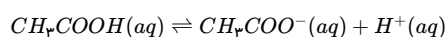
الف) محلول سدیم کلرید (نمره ۲۵) یک ترکیب یونی محلول در آب است و رسانای خوب به شمار می‌رود. (۲۵، نمره)

سولفوریک اسید (نمره ۲۵) یک اسید قوی محلول در آب است و رسانای خوب به شمار می‌رود. (۲۵، نمره)

ب) محلول اتانول (نمره ۲۵) یک ماده غیرالکترولیت و نارسانا است چون به‌طور مولکولی حل می‌شود و اصلاً تولید یون نمی‌کند.

ج) محلول آمونیاک (نمره ۲۵) یک باز ضعیف است که به میزان اندکی یونش می‌یابد و بیشتر به صورت مولکولی حل می‌شود، پس الکترولیت ضعیف بوده و رسانایی کمی دارد.

(۲۷) الف)



(ب)

$$\% \alpha_{CH_3COOH} = \frac{[H^+] + [CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]_{\text{اولیه}}} \times 100$$

$$\alpha = \frac{2,7 \times 10^{-3}}{0,2} \times 100 = 1,35\%$$

(ج)

$$[CH_3COO^-] = [H^+] = 2,7 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

راهنمای تصحیح:

الف)



(ب)

$$\% \alpha_{CH_3COOH} = \frac{[H^+] + [CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]_{\text{اولیه}}} \times 100 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\alpha = \frac{2,7 \times 10^{-3}}{0,2} \times 100 = 1,35\% \text{ (نمره ۲۵)} = 1,35\% \text{ (نمره ۲۵)}$$

(ج)

$$[CH_3COO^-] = [H^+] \text{ (نمره ۲۵)} = 2,7 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1} \text{ (نمره ۲۵)}$$

(۲۸)

$$[HX] = [H^+] \times 10^{-5} = \frac{(2 \times 10^{-4})^2}{[HX]} \Rightarrow [HX] = \frac{4 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-5}} = 2 \times 10^{-3}$$

(۲۹) الف)



$$\text{درجه یونش } (\alpha) = \frac{\text{غلظت اسید یونیده شده}}{\text{غلظت اسید اولیه}} = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{0,16}{0,16 + 0,24} = 0,4$$

(ب) در شرایط یکسان، هرچه اسید قوی تر باشد، سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود.

$$K_{a(HA)} = \frac{0,25 \times 0,25}{0,75} \approx 0,08 \frac{\text{mol}}{L} \quad K_{a(HX)} = \frac{0,16 \times 0,16}{0,24} \approx 0,10 \frac{\text{mol}}{L}$$

سرعت واکنش فلز منیزیم با اسید HX بیشتر خواهد بود.

(صفحة ۱۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف)

$$\text{درجه یونش } (\alpha) = \frac{\text{غلظت اسید یونیده شده}}{\text{غلظت اسید اولیه}} \text{ (نمره } 0,25) = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{0,16}{0,16 + 0,24} = 0,4 \text{ (نمره } 0,25)$$

(ب) در شرایط یکسان، هرچه اسید قوی تر باشد، سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود. (نمره ۰,۲۵)

$$K_{a(HA)} = \frac{0,25 \times 0,25}{0,75} \approx 0,08 \frac{\text{mol}}{L} \quad K_{a(HX)} = \frac{0,16 \times 0,16}{0,24} \approx 0,10 \frac{\text{mol}}{L}$$

سرعت واکنش فلز منیزیم با اسید HX بیشتر خواهد بود. (نمره ۰,۲۵)

۳۰

$$\% \alpha = \% 2 \rightarrow \alpha = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$[H^+] = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$[HA] \text{ اولیه} = ?$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha \text{ اولیه}$$

$$10^{-3} = M_{HA} \text{ اولیه} \cdot 0,02 \Rightarrow M_{HA} \text{ اولیه} = \frac{10^{-3}}{0,02} = 0,05 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$0,05 = \frac{n}{10 \times 10^{-3}} \Rightarrow n = 5 \times 10^{-4} \text{ mol HA}$$

$$0,025 = \frac{5 \times 10^{-4}}{V} \Rightarrow V = 0,02 L = 20 \text{ ml} \text{ حجم محلول ایجاد شده}$$

(صفحة ۱۸ و ۱۹ و ۲۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\% \alpha = \% 2$$

$$[H^+] = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$[HA] \text{ اولیه} = ?$$

$$[H^+] = M \cdot \alpha \text{ اولیه}$$

$$10^{-3} = M_{HA} \text{ اولیه} \cdot 0,02 \text{ (نمره } 0,25) \Rightarrow M_{HA} \text{ اولیه} = \frac{10^{-3}}{0,02} = 0,05 \frac{\text{mol}}{L} \text{ (نمره } 0,25)$$

$$0,05 = \frac{n}{10 \times 10^{-3}} \text{ (نمره } 0,25) \Rightarrow n = 5 \times 10^{-4} \text{ mol HA (نمره } 0,25)$$

$$0,025 = \frac{5 \times 10^{-4}}{V} \text{ (نمره } 0,25) \Rightarrow V = 0,02 L = 20 \text{ ml (نمره } 0,25) \text{ حجم محلول ایجاد شده}$$

۳۱ هر مول گاز در شرایط استاندارد (STP) حجمی برابر با ۲۲,۴ لیتر دارد، همچنین غلظت یون $H^+(aq)$ (یا یون هیدرونیوم) با غلظت اولیه اسید برابر است

$$[HCl] = [H^+]$$

چون هیدروکلریک اسید، قوی بوده و درجه یونش آن تقریباً برابر ۱ است. و به طور کامل یونش می‌یابد. همچنین HCl گازی، هیدروژن کلرید نامیده می‌شود ولی در حالت محلول، آن را هیدروکلریک اسید می‌نامند.

$$? \text{ molH}^+ = 1,12 L HCl(g) \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22,4 L HCl} \times \frac{1 \text{ molH}^+}{1 \text{ molHCl}(aq)} = 0,05 \text{ molH}^+$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0,05}{0,5} = 0,1 \frac{\text{mol}}{L}$$

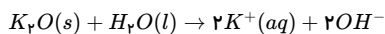
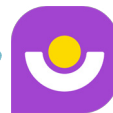
(صفحة ۲۷ و ۲۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

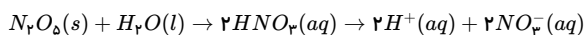
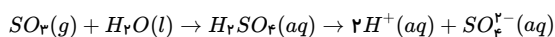
$$? \text{ molH}^+ = 1,12 L HCl(g) \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22,4 L HCl} \text{ (نمره } 0,25) \times \frac{1 \text{ molH}^+}{1 \text{ molHCl}(aq)} \text{ (نمره } 0,25) = 0,05 \text{ molH}^+$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0,05}{0,5} \text{ (نمره } 0,25) = 0,1 \frac{\text{mol}}{L} \text{ (نمره } 0,25)$$

۳۲ الف) اکسید فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی (به جز Be) در آب واکنش داده و باز تولید می‌کنند.



اغلب اکسید نافلزها با آب واکنش داده و اسید اکسیژن دار H_mXO_n تولید می کنند و در آب یونش یافته، یون هیدرونیوم تولید می کنند.



محلول ظرف (۱) خاصیت بازی و محلول ظرف (۲) خاصیت اسیدی دارد.

(ب) در ظرف (۱) محلول بازی KOH ($C = K^+$, $D = OH^-$) و در ظرف (۲) محلول اسیدی HNO_3 ($A = H^+$, $B = NO_3^-$) است.

(ج) کاغذ pH در محلول های اسیدی به رنگ قرمز درمی آید پس در محلول (۲) به رنگ قرمز دیده می شود. همچنین در محلول های بازی به رنگ آبی در می آید؛ پس در محلول (۱) کاغذ pH به رنگ آبی دیده می شود.

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) محلول (۱) باز آرنیوس (۲۵، ۰، ۲۵) و محلول (۲) اسید آرنیوس (۲۵، ۰، ۲۵) است. زیرا در محلول (۱) غلظت OH^- و در محلول (۲) غلظت یون $H_3O^+(aq)$ یا $H^+(aq)$ افزایش یافته است. (۵، ۰، ۲۵)

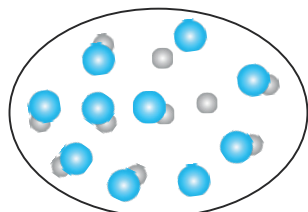
(ب) $A = H^+(aq)$, $B = NO_3^-(aq)$, $C = K^+(aq)$, $D = OH^-(aq)$ (هر مورد ۲۵، ۰، ۲۵)

(ج) کاغذ pH در محلول (۱) به رنگ آبی و در محلول (۲) به رنگ قرمز درمی آید. (۵، ۰، ۲۵)

۳۳

درجه یونش یک اسید برابر است با: $\alpha = \frac{\text{شمار مولکول های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول های حل شده}}$

در محلول ۱ مولار شمار مول های اسید برابر است با:



$$M = \frac{n}{v} \Rightarrow n = 1 \times 1 = 1 \text{ mol}$$

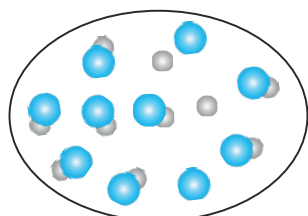
چون هر ذره هم ارز ۰،۱ مول است. پس تعداد مولکول های اسید اولیه $1 = \frac{1}{0,1}$ عدد می باشد.

$$0,2 = \frac{x}{1,0} \Rightarrow x = 2$$

با توجه به درجه یونش این اسید، تعداد ۲ ذره از ۱۰ ذره یونش می یابد و ۸ مولکول بدون یونش باقی می ماندند.

(صفحه ۱۹ کتاب درسی)

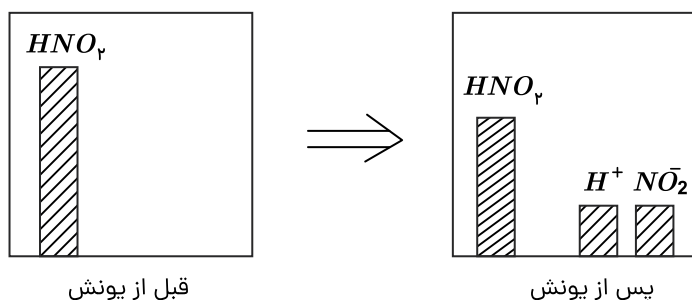
راهنمای تصحیح:



(۵، ۰، ۲۵)

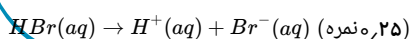
۳۴

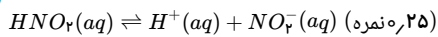
(صفحه ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)



راهنمای تصحیح:

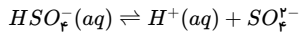
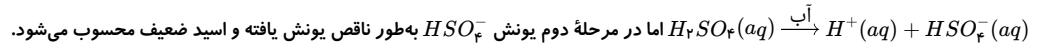
HX همان HBr یا هیدروبرمیک اسید است (۲۵، ۰، ۲۵). و می دانیم که HBr یک اسید قوی تک پروتون دار است و به طور کامل یونش (۲۵، ۰، ۲۵) می یابد و واکنش یونش نیترو اسید HNO_2 تعادلی است. (۲۵، ۰، ۲۵)





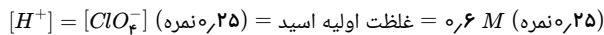
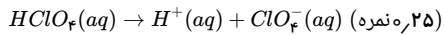
۳۵) اسیدهای قوی نظیر HCl ، HBr ، HI و HNO_3 در آب به طور کامل یونش می‌یابند و واکنش یونش آنها یک طرفه است و غلظت یون‌های هیدرونیوم ($H^+(aq)$) و آنیون اسید برابر غلظت اولیه اسید است.

نکته: سولفوریک اسید (H_2SO_4) در مرحله اول به طور کامل یونش می‌یابد و اسید قوی محسوب می‌شود.

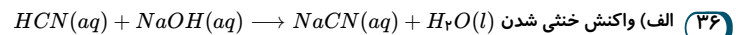


(صفحة ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$HClO_4$ چون به طور کامل یونش می‌یابد یا (واکنش یک طرفه دارند) پس غلظت هر یک از یون‌ها برابر غلظت اولیه اسید است. (نمره ۰٫۲۵)



(ب) KOH ، به دلیل اینکه KOH باز قوی است و محلول آن نسبت به NH_3 که یک باز ضعیف است، غلظت $[OH^-]$ بیشتری دارد.

(ج)

$$n_{HA} = 3g HA \times \frac{1 \text{ mol } HA}{100 g HA} = 0,03 \text{ mol}$$

$$n_{HB} = 1,5g HB \times \frac{1 \text{ mol } HB}{300 g HB} = 0,005 \text{ mol}$$

$$M = \frac{n}{V} \rightarrow [HA] = \frac{0,03}{1} = 0,03 M, [HB] = \frac{0,005}{1} = 0,005 M$$

$$pH_{HA} = pH_{HB} \Rightarrow [H^+]_{HA} = [H^+]_{HB}$$

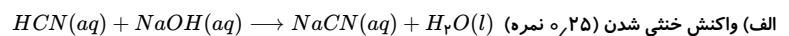
$$M_{HA}\alpha_{HA} = M_{HB}\alpha_{HB} \Rightarrow 0,03\alpha_{HA} = 0,005\alpha_{HB}$$

$$\frac{\alpha_{HB}}{\alpha_{HA}} = \frac{3 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}} = 6$$

یعنی درجه یونش HB شش برابر درجه یونش HA است؛ پس اسید HB قوی‌تر از HA است.

(صفحة ۲۸، ۲۶ و ۳۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



(ب) KOH (نمره ۰٫۲۵)

(ج)

$$n_{HA} = 3g HA \times \frac{1 \text{ mol } HA}{100 g HA} = 0,03 \text{ mol} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$$

$$n_{HB} = 1,5g HB \times \frac{1 \text{ mol } HB}{300 g HB} = 0,005 \text{ mol} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$$

$$M = \frac{n}{V} \rightarrow [HA] = \frac{0,03}{1} = 0,03 M, [HB] = \frac{0,005}{1} = 0,005 M$$

$$pH_{HA} = pH_{HB}$$

$$[H^+]_{HA} = [H^+]_{HB} \Rightarrow M_{HA}\alpha_{HA} = M_{HB}\alpha_{HB} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$$

$$\Rightarrow 0,03\alpha_{HA} = 0,005\alpha_{HB} \Rightarrow \frac{\alpha_{HB}}{\alpha_{HA}} = \frac{3 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_{HB}}{\alpha_{HA}} = 6 \Rightarrow \alpha_{HB} = 6\alpha_{HA} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$$

چون غلظت $[HB]$ کمتر است ولی pH آن با اسید HA برابر می‌باشد. (نمره ۰٫۲۵) یعنی درجه یونش اسید HB بیشتر از HA است و HB اسیدی قوی‌تر می‌باشد.

۳۷)

الف

درست