

# نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،  
کارخونه

رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: حسابان



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۱۵ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال حسابان ۱۵ خرداد

سال دوازدهم

ریاضی



# پاسخنامه تشریحی



۱ الف) نادرست؛ ماکزیمم تابع  $y = -4 \sin(2x) + 3$  برابر است با:

$$\max = |-4| + 3 = 4 + 3 = 7$$

(صفحة ۲۷ کتاب درسی)

ب) نادرست؛ برد تابع  $y = \tan x$  برابر  $\mathbb{R}$  و در نتیجه برد تابع  $y = 2 \tan x$  نیز برابر  $\mathbb{R}$  است.

(صفحة ۳۲ کتاب درسی)

ج) درست؛ می‌دانیم اگر  $\sin u = 0$  آنگاه  $u = k\pi$ ، پس:

$$\sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

(صفحة ۳۵ کتاب درسی)

د) نادرست؛ دوره تناوب تابع  $f(x) = a \cos(bx) + c$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است، پس:

$$f(x) = \pi \cos(4\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|4\pi|} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

(صفحة ۲۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (۵، ۵) ب) نادرست (۵، ۵) ج) درست (۵، ۵) د) نادرست (۵، ۵)

۲ الف)  $3\sqrt{2}$ ؛ مینیمم تابع  $y = a \sin(bx) + c$  برابر  $|a| + c$  است، پس:

$$y = \sqrt{a} \sin(3x) - \sqrt{2} \Rightarrow \min = -|\sqrt{a}| - \sqrt{2} = -2\sqrt{2} - \sqrt{2} = -3\sqrt{2}$$

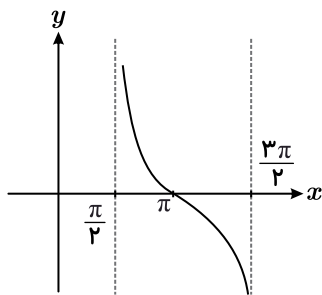
(صفحة ۲۷ کتاب درسی)

ب)  $\pm \frac{1}{3}$ ؛ دوره تناوب تابع  $f(x) = a \sin(bx) + c$  برابر  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است، پس:

$$f(x) = 3 \sin(bx) - 2 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

(صفحة ۲۷ کتاب درسی)

ج) نزولی؛ نمودار تابع  $y = -\tan x$  در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  به صورت زیر است:



مشخص است که تابع در این بازه نزولی است. (صفحة ۳۲ کتاب درسی)

د)  $x = \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2}$ ؛ جواب معادله  $\cos u = -1$  به صورت  $u = (2k-1)\pi$  است، پس:

$$\begin{aligned} \cos 2x = -1 &\Rightarrow 2x = (2k-1)\pi \\ \Rightarrow x &= \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

(صفحة ۳۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف)  $3\sqrt{2}$  (۵، ۵)

ب)  $\pm \frac{1}{3}$  (۵، ۵) (در صورتی که فقط  $\frac{1}{3}$  بنویسد ۲، ۵ نمره تعلق گیرد.)





(ج) نزولی (۵، ۵) نمره

$$(د) x = \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۵، ۵) \text{ نمره}$$

۳

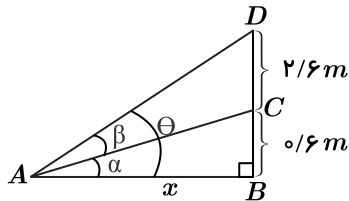
$$T = 2\pi \quad b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$$

۴

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

شکل زیر را در نظر بگیرید:

۵



$$\triangle ABC: \tan \alpha = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{0.6}{x}$$

$$\triangle ABD: \tan \theta = \frac{BD}{AB} = \frac{2.6 + 0.6}{x} = \frac{3.2}{x}$$

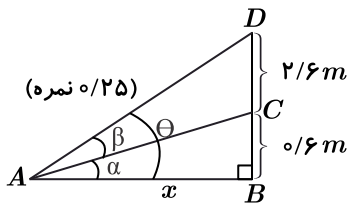
با توجه به اینکه  $\theta = \alpha + \beta$  است، داریم:

$$\beta = \theta - \alpha \Rightarrow \tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{\frac{3.2}{x} - \frac{0.6}{x}}{1 + \frac{3.2}{x} \times \frac{0.6}{x}} = \frac{\frac{2.6}{x}}{1 + \frac{1.92}{x^2}} = \frac{\frac{2.6}{x}}{\frac{x^2 + 1.92}{x^2}} = \frac{2.6x}{x^2 + 1.92}$$

(صفحة ۴۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$\tan \alpha = \frac{0.6}{x} \quad (۲۵، ۵) \text{ نمره}$$

$$\tan \theta = \frac{BD}{AB} = \frac{2.6 + 0.6}{x} = \frac{3.2}{x} \quad (۲۵، ۵) \text{ نمره}$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} \quad (۲۵، ۵) \text{ نمره}$$

$$\tan \beta = \frac{\frac{3.2}{x} - \frac{0.6}{x}}{1 + \frac{3.2}{x} \times \frac{0.6}{x}} \quad (۲۵، ۵) \text{ نمره} = \frac{2.6x}{x^2 + 1.92} \quad (۲۵، ۵) \text{ نمره}$$

۶

$$\text{می‌دانیم: } f(x) = a \cos(bx + k) + c \text{ و } g(x) = a \sin(bx + k) + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$f(x) = 3 \cos(mx - \frac{\pi}{4}) \rightarrow T = \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow m = 14$$

$$\Rightarrow g(x) = \sin(14x - x + \frac{\pi}{6}) = \sin(13x + \frac{\pi}{6}) \rightarrow T = \frac{2\pi}{13}$$

$$T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{array} \right. \rightarrow 2c = 4 \rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4$$

$$y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin \frac{\pi}{3} x + 2$$

۸) می‌دانیم در تابع  $f(x) = a \cos(bx) + c$  مقدار ماکزیمم،  $|a| + c$  و مقدار مینیمم،  $-|a| + c$  و دوره تناوب،  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  است، پس:

۷



$$f(x) = 3\pi \cos\left(\frac{2x}{3}\right) - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \max = |3\pi| - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\min = -|3\pi| - \frac{\pi}{2} = -\frac{7\pi}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{6\pi}{2} = 3\pi$$

(صفحة ۲۷ و ۳۳ کتاب درسی)  
راهنمای تصحیح:

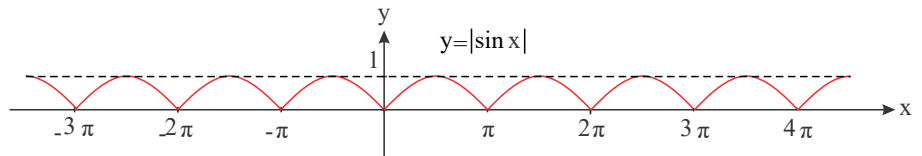
$$\max = \frac{5\pi}{2} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\min = -\frac{7\pi}{2} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$T = 3\pi \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\begin{cases} T = \pi \\ \max = 1 \\ \min = 0 \end{cases}$$

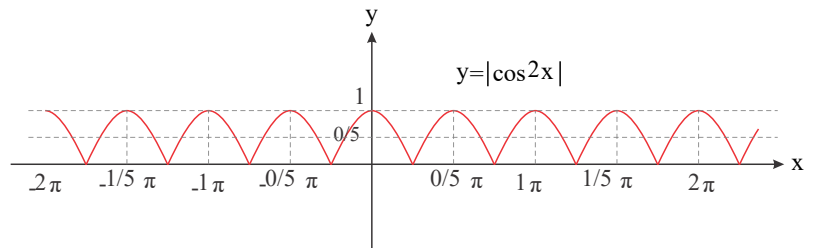
۹ الف) با رسم  $y = \sin x$  و قرینه کردن قسمت‌های زیر محور طول‌ها نسبت به این محور خواهیم داشت:



ب) کافی است نمودار  $y = \cos x$  را رسم کرده و سپس طول نقاط را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کرده  $(\cos 2x)$  و سپس نقاط با عرض منفی را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم  $|\cos 2x|$  تا به نمودار زیر برسیم:

$$x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \dots \rightarrow y = 1 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} T = \frac{\pi}{2} \\ \max = 1 \\ \min = 0 \end{cases}$$



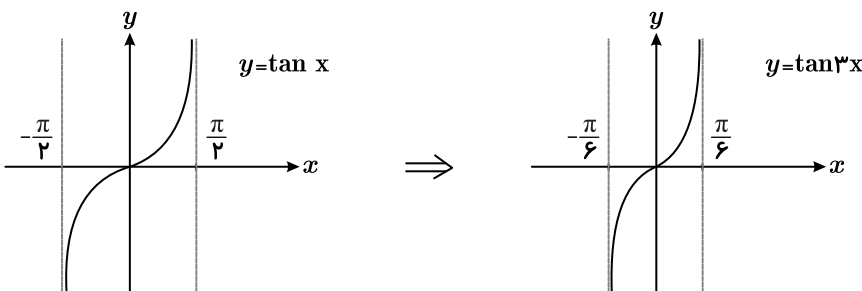
۱۰

$$y = \tan 3x \Rightarrow 3x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$\text{دامنه} = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$\text{برد} = \mathbb{R}$$

در نمودار تابع  $y = \tan x$  با تقسیم طول نقاط بر ۳، نمودار تابع  $y = \tan 3x$  حاصل می‌شود.



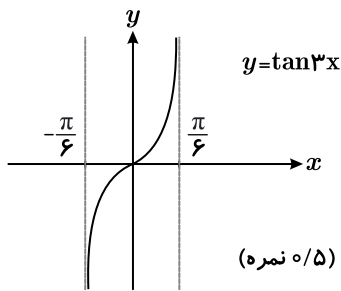
(صفحة ۳۲ کتاب درسی)  
راهنمای تصحیح:

نوتر و فاینال حسابان ۱۵ خرداد

$$3x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\text{دامنه} = \mathbb{R} - \left\{x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\text{برد} = \mathbb{R} \text{ (نمره ۲۵)}$$



۱۱

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

هریک از توابع  $y = 3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = -3 \cos(\pi x) + 1$  یا  $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$  یا  $y = -3 \cos(-\pi x) + 1$  نوشته شود، مورد قبول است.

۱۲

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

$$|a| = 2, c = 1 \Rightarrow y = -2 \cos(\pi x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = 2 \cos(\pi x) + 1$$

۱۳

نکته:  $\tan u = \tan v \Rightarrow u = k\pi + v$

$$\tan^2 x + \sqrt{3} \tan x = 0 \Rightarrow \tan x (\tan x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \tan x = 0, \tan x = -\sqrt{3}$$

$$\tan x = 0 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow \boxed{x = k\pi}$$

$$\tan x = -\sqrt{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{3}}$$

۱۴

$$\Delta x = k\pi + x \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

(جوابهایی قابل قبول هستند که باقی مانده عدد صحیح  $k$  بر ۴ برابر ۲ نباشد.)  $(k \in \mathbb{Z}, k \neq 4q + 2, q \in \mathbb{Z})$  یا اشاره شود که

$$k = 0 \rightarrow x = 0, k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

از فرمول  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$  استفاده می‌کنیم: ۱۵

$$2 \times 2 \sin x \cos x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2 \sin 2x = -\sqrt{3} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{0 < x < \pi} x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{0 < x < \pi} x = \frac{2\pi}{3}$$

(صفحه ۴۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{0 < x < \pi} x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{0 < x < \pi} x = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{نمره } ۲۵/۰)$$

۱۶

$$\cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

۱۷

$\sin x = \frac{4}{3}$  قابل قبول نیست.



$$\sqrt{\cos^2 x - 1} - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(\sqrt{\cos x - 1}) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

۱۸

$$\sqrt{\cos^2 x - 1} - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(\sqrt{\cos x - 1}) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

# نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،  
کارخونه

رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: هندسه



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۱۵ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال هندسه ۱۵ خرداد

سال دوازدهم

ریاضی



# پاسخنامه تشریحی

۱ الف) نادرست است، زیرا در دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

اگر  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$  دستگاه جواب منحصر به فرد دارد و دو خط متقاطع اند.

اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  دستگاه جواب ندارد و دو خط موازی اند و هیچ نقطه مشترکی ندارند.

اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  دستگاه بی شمار جواب دارد و دو خط موازی اند و روی هم واقع اند.

ب) درست است، زیرا:  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

(صفحه ۲۶ و ۳۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (۲۵، شماره)

ب) درست (۲۵، شماره)

۲

الف) نادرست

ب) درست

۳

الف) -۸

۴)  $\frac{1}{3}$

۵ الف) دترمینان ماتریس قطری  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$  برابر است با  $abc$

ب)

$$|3A| = 3^3 |A| = 27 \times 5 = 135$$

(صفحه ۳۰، ۳۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) حاصل ضرب درایه های روی قطر اصلی (۵، شماره)

ب) ۱۳۵ (۵، شماره)

۶) گزینه ۳ یا ۲۴

۷

الف)

$$\frac{|A|}{3} = \frac{1}{3}, 3^2 ||A| = 3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) = 4$$

۸ فرض کنیم  $B = \begin{bmatrix} x & y \\ p & q \\ r & s \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$  در این صورت داریم:

$$A = B \times C \Rightarrow |A| = |BC| = \begin{vmatrix} x & y \\ p & q \\ r & s \end{vmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ p & q & 0 \\ r & s & 0 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ p & q & 0 \\ r & s & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \times 0 = 0$$

۹

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 1 & 5 \\ -1 & 2 \\ 2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 13 + 6 = 19$$

۱



$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 6, \quad - \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = -1, \quad \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 13$$

۱۰) بنابر دستور ساروس برای ماتریس  $A$  داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{matrix}$$

$$|A| = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = 3 \times (-1) \times 2 = -6$$

$$|A \times B| + |2I_r| = |A| \times |B| + 8|I| = -24 + 8 = -16$$

$$|A| = 2, \quad |-\frac{1}{2}A^r| = (-\frac{1}{2})^r |A|^r = -2$$

$$|A| = (6 - 4 + 0) - (-6 + 0 - 2) = 10. \quad \text{یا } |A| = (2) - (-8) = 10.$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{14} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} & -\frac{3}{7} \\ -\frac{2}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow 3B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{17} & \frac{9}{17} \\ -\frac{15}{17} & -\frac{6}{17} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} + \frac{3}{17} & -\frac{3}{7} - \frac{9}{17} \\ -\frac{2}{7} + \frac{15}{17} & \frac{4}{7} + \frac{6}{17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{106}{119} & -\frac{114}{119} \\ \frac{71}{119} & \frac{110}{119} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^r = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x \\ x & x^r - 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = B^r \rightarrow \begin{bmatrix} x & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x \\ x & x^r - 1 \end{bmatrix} \rightarrow x = -1$$

$$\frac{|A+B|}{|AB|} = \frac{|A+B|}{|A||B|} = \frac{1}{|A|} \frac{|A+B|}{|B|}$$

$$= |A^{-1}| |A+B| |B^{-1}| = |A^{-1}(A+B)B^{-1}| = |(I + A^{-1}B)B^{-1}| = |B^{-1} + A^{-1}|$$

$$|A| > 0$$

$$|A| = 5|A| \times 4|A|^r - 5 \times 2|A| = 20|A|^r - 10|A| \Rightarrow 20|A|^r - 11|A| = 0 \Rightarrow |A|(20|A|^r - 11) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \text{ غلط.} \\ 20|A|^r = 11 \Rightarrow |A| = \sqrt{\frac{11}{20}} |A| = -\sqrt{\frac{11}{20}} \text{ غلط} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5\sqrt{\frac{11}{20}} & 2\sqrt{\frac{11}{20}} \\ 5 & \frac{11}{5} \end{bmatrix} \quad |A| = \sqrt{\frac{11}{20}}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{11}} \times \begin{bmatrix} \frac{11}{5} & -2\sqrt{\frac{11}{20}} \\ -5 & 5\sqrt{\frac{11}{20}} \end{bmatrix} A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} \frac{11}{5} & -2\sqrt{\frac{11}{20}} \\ -5 & 5\sqrt{\frac{11}{20}} \end{bmatrix}$$

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه داریم:

۱۱)

۱۲)

۱۳)

۱۴)

۱۵)

۱۶)

۱۷)



فرض کنیم  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، وارون ماتریس  $A$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$|A - 2I| = 2 \times 1 - 1 \times 0 = 2 \rightarrow (A - 2I)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۸

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & 17 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$$

(صفحه ۲۵، ۲۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$A = \overbrace{\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1}}^{(5, \text{نمره})} \times \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}^{(5, \text{نمره})} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & 17 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \quad (5, \text{نمره})$$

به راه حلی که ماتریس  $A$  را  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  فرض می‌کند و با حل دستگاه  $a, b, c, d$  را به دست می‌آورد نمره کامل تعلق گیرد.

روش اول (۱۹)

$$\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \begin{cases} 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ 4m - 4 = 4 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \\ m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases} \Rightarrow m = 2 \text{ قابل قبول است}$$

۲۰

$$\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow (m-3)(m+1) - 12 \neq 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 \neq 0$$

$$\Rightarrow (m-5)(m+3) \neq 0 \rightarrow m \neq 5, m \neq -3$$

$$m \in \mathbb{R} - \{5, -3\}$$

# نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



نوتروفیل،

کارخونه  
رتبه برترسازی!

پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: گسسته



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۱۵ خرداد



دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال گسسته ۱۵ خرداد

سال دوازدهم  
ریاضی



# پاسخنامه تشریحی



۱

الف

نادرست

ب

درست

۲

الف

نادرست

ب

درست

۳

الف

۴

ب

b

۴

الف

عدد a شمارنده عدد b است.

ب

۲m

۵

گزینه ج یا ۴

۶

می دانیم:

۷

۸

$$\left. \begin{aligned} 11 \mid 11a - 11b \\ 11 \mid 2(2a - 3b) \Rightarrow 11 \mid 4a - 6b \end{aligned} \right\} \rightarrow 11 \mid (11a - 11b) - (4a - 6b) \rightarrow 11 \mid 7a - 5b$$

$$\left. \begin{aligned} 5 \mid 4k + 1 \Rightarrow 25 \mid 16k^2 + 8k + 1 \\ 5 \mid 4k + 1 \Rightarrow 25 \mid 20k + 5 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 25 \mid 16k^2 + 28k + 6$$

$$\left. \begin{aligned} a \mid 6k + 2 \xrightarrow{\times 4} a \mid 24k + 8 \\ a \mid 8k + 6 \xrightarrow{\times 3} a \mid 24k + 18 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\{-\}} a \mid 10 \rightarrow a = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10 \xrightarrow{a > 1} a = 2, 5, 10$$

برای a سه مقدار بزرگتر از ۱ وجود دارد.

(صفحه ۱۱ و ۱۲ و ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\left. \begin{aligned} a \mid 6k + 2 \xrightarrow{\times 4} a \mid 24k + 8 \text{ (نمره ۲۵)} \\ a \mid 8k + 6 \xrightarrow{\times 3} a \mid 24k + 18 \text{ (نمره ۲۵)} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\{-\}} a \mid 10 \text{ (نمره ۲۵)} \rightarrow a = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10 \xrightarrow{a > 1} a = 2, 5, 10 \text{ (نمره ۵)}$$

$$9 \left\{ \begin{aligned} 2a \mid 5m - 2 \xrightarrow{\times 3} 2a \mid 15m - 6 \\ 2a \mid 3m - 4 \xrightarrow{\times 5} 2a \mid 15m - 20 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} 2a \mid 14 \rightarrow a \mid 7 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 7$$

۱۰ روش اول:

$$\left. \begin{aligned} 3a \mid 4k + 2 \Rightarrow 3a \mid 20k + 10 \\ 3a \mid 5k + 1 \Rightarrow 3a \mid 20k + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3a \mid (20k + 10) - (20k + 4) \Rightarrow 3a \mid 6 \Rightarrow a \mid 2 \Rightarrow a = 2$$

روش دوم:

$$\left. \begin{aligned} 3a \mid 4k + 2 \Rightarrow 4k \equiv -2 \pmod{3a} \Rightarrow 20k \equiv -10 \pmod{3a} \\ 3a \mid 5k + 1 \Rightarrow 5k \equiv -1 \pmod{3a} \Rightarrow 20k \equiv -4 \pmod{3a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 \equiv 0 \pmod{3a} \Rightarrow 2 \equiv 0 \pmod{a} \Rightarrow a = 2$$

روش سوم:

$$\left. \begin{aligned} 3a \mid 4k + 2 \Rightarrow 4k + 2 = 3aq_1 \xrightarrow{\times 5} 20k + 10 = 3aq_2 \\ 3a \mid 5k + 1 \Rightarrow 5k + 1 = 3aq_3 \xrightarrow{\times 4} 20k + 4 = 3aq_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 = 3aq_5 \Rightarrow 2 = aq_5 \Rightarrow a = 2$$

۱۱ قرار دهید  $d \mid (a, b)$ ,  $(ac, b) = d'$ , در این صورت داریم:

$$(a, b) = d \rightarrow \left\{ \begin{aligned} d \mid a \rightarrow d \mid ac \\ d \mid b \end{aligned} \right. \xrightarrow{(ac, b) = d'} d \leq d'$$





چون  $(ac, b) = d' | ac, d' | b$  و چون  $(c, b) = 1$  و با توجه به اینکه  $c$  نسبت به هر مقسوم علیه  $b$  از جمله  $d'$  اول است بنابراین  $(c, d') = 1$  حال داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} d' | ac \xrightarrow{(c, d')=1} d' | a \xrightarrow{(a, b)=d} d' \leq d \\ d' | b \end{array} \right.$$

از  $d = d'$  نتیجه می گیریم  $d \leq d', d' \leq d$

۱۲ فرض کنیم  $(a, b) = d$  بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d | a \\ d | b \end{array} \right\} \rightarrow d | ax + by \rightarrow d | 1$$

بنابراین  $d = 1$

۱۳ درستی  $(a^2 + b, ab) = 1$  را اثبات می کنیم و برای  $(a^2 + b, a^2 - b) = 1$  مثال نقض می آوریم:

فرض کنید  $(a^2 + b, ab) = d$  آنگاه:

$$\left. \begin{array}{l} d | ab \\ d | a^2 + b \xrightarrow{\times a} d | a^2 + ab \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} d | -ab \\ d | a^2 + ab \end{array} \right. \rightarrow d | a^2$$

$$\left. \begin{array}{l} d | a^2 b^2 + b^2 \\ d | a^2 b^2 \end{array} \right\} \rightarrow d | b^2$$

$$d | (a^2, b^2) \rightarrow d | 1 \rightarrow d = 1$$

و اگر قرار دهید  $a = 3, b = 5, c = 5$  مثال نقضی برای  $(a^2 + b, a^2 - b) = 1$  بدست می آید.

۱۴

$$a = bq + r, 0 \leq r < b \Rightarrow a - bq = r \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n | a \\ n | b \end{array} \right. \Rightarrow n | a - bq \Rightarrow n | r$$

۱۵ راه اول:  $ab$  فرد است لذا هر دو عدد  $a, b$  فرد می باشند.

$$\left. \begin{array}{l} a = 2k + 1 \\ b = 2k' + 1 \end{array} \right\} \rightarrow a^2 + b^2 - 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 - 5 = 4k(k+1) + 4k'(k'+1) - 3 = 4q'' - 3 = 4q'' - 3 + 8 - 8 = 4t + 5 \rightarrow r = 5$$

راه دوم:  $ab$  فرد است لذا هر دو عدد  $a, b$  فرد می باشند.

$$\left. \begin{array}{l} a = 2k + 1 \\ b = 2k' + 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} a^2 \equiv 1 \\ b^2 \equiv 1 \end{array} \right\} \rightarrow a^2 + b^2 \equiv 2 \rightarrow a^2 + b^2 - 5 \equiv -3 \equiv 5 \rightarrow r = 5$$

۱۶ هر گاه  $p$  را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$p = 6k \quad (1), \quad p = 6k + 1 \quad (2), \quad p = 6k + 2 = 2(3k + 1) \quad (3)$$

$$p = 6k + 3 = 3(2k + 1) \quad (4), \quad p = 6k + 4 = 2(3k + 2) \quad (5), \quad p = 6k + 5 \quad (6)$$

$p$  در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است که با اول بودن  $p$  تناقض دارد. بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶)،  $p$  می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود.

۱۷ طبق فرض می توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} a = 7k + 5 \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{\times 8} 8a = 56k + 40 \\ a = 8k' + 7 \quad (k' \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{\times 7} 7a = 56k' + 49 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow a = 56k - 56k' - 9 \Rightarrow a = 56(k - k') - 9 \Rightarrow a = 56k'' - 9$$

$$\Rightarrow a = 56(\underbrace{k'' - 1}_q) + 56 - 9 \Rightarrow a = 56q + 47$$

بنابراین باقی مانده تقسیم  $a$  بر ۵۶ برابر ۴۷ است.

۱۸

$$(n+1)^3 - n^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1 = \underbrace{3n(n+1)}_{3k} + 1 = 6k + 1$$

حال  $n$  می تواند زوج یا فرد باشد. در هر دو صورت حاصل  $(n+1)^3 - n^3$  عددی فرد می شود؛ پس حکم برقرار است.

۱۹ هر عدد صحیح در تقسیم بر ۳ به یکی از صورت های  $3k, 3k+1$  یا  $3k+2$  خواهد بود.

اگر  $a = 3k$  حکم برقرار است.

اگر  $a = 3k+1 \rightarrow a+2 = 3k+3 = 3(k+1)$  حکم برقرار است.

اگر  $a = 3k+2 \rightarrow a+4 = 3k+6 = 3(k+2)$  حکم برقرار است.

(صفحه ۱۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

هر عدد صحیح در تقسیم بر ۳ به یکی از صورت های  $3k, 3k+1$  یا  $3k+2$  (۵، شماره) خواهد بود.



اگر  $a = 3k$  (نمره ۲۵) حکم برقرار است.

اگر  $a = 3k + 1 \rightarrow a + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1)$  (نمره ۵) حکم برقرار است.

اگر  $a = 3k + 2 \rightarrow a + 4 = 3k + 6 = 3(k + 2)$  (نمره ۵) حکم برقرار است.

۲۰

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1)n(n + 1)$$

$$۱) n = 3k \rightarrow (3k - 1)(3k)(3k + 1) = \underbrace{3k(9k^2 - 1)}_q = 3q$$

$$۲) n = 3k + 1 \rightarrow (3k)(3k + 1)(3k + 2) = \underbrace{3k(3k + 1)(3k + 2)}_{q'} = 3q'$$

$$۳) n = 3k + 2 \rightarrow (3k + 1)(3k + 2)(3k + 3) = \underbrace{3(3k + 1)(3k + 2)(k + 1)}_{q''} = 3q''$$

(صفحة ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1)n(n + 1)$$

$$۱) n = 3k \rightarrow (3k - 1)(3k)(3k + 1) = \underbrace{3k(9k^2 - 1)}_q = 3q \text{ (نمره ۵)}$$

$$۲) n = 3k + 1 \rightarrow (3k)(3k + 1)(3k + 2) = \underbrace{3k(3k + 1)(3k + 2)}_{q'} = 3q' \text{ (نمره ۵)}$$

$$۳) n = 3k + 2 \rightarrow (3k + 1)(3k + 2)(3k + 3) = \underbrace{3(3k + 1)(3k + 2)(k + 1)}_{q''} = 3q'' \text{ (نمره ۵)}$$

# نهتره فابریل

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: فیزیک



پایه: دوازدهم ریاضی



تاریخ آزمون: ۱۵ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریل



مشاوره کنکور نوتروفیل

# نوتروفاینال فیزیک ریاضی ۱۵ خرداد

سال دوازدهم  
ریاضی



# پاسخنامه تشریحی



۱ الف) برای اعمال نیرو بین دو جسم، لزوماً نیازی به تماس بین آنها نیست؛ مانند نیروی الکتریکی. (ب) طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای کنش و واکنش، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند. (ج) نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم است. (و) هر چقدر فنری انعطاف پذیرتر باشد، ثابت  $k$  کوچک‌تری دارد. (صفحه ۳۴، ۳۶ و ۳۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:

الف) لازم نیست (۲۵، ۲۵، ۲۵) ب) هم‌راستا (۲۵، ۲۵) ج) عمودی سطح (۲۵، ۲۵) د) انعطاف پذیرتر (۲۵، ۲۵)

۲ الف) درست؛ بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی یا همان نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت، از رابطه  $f_{s,max} = \mu_s F_N$  به دست می‌آید. (صفحه ۳۹ کتاب درسی) (ب) نادرست؛ نیروهای گرانشی بین دو جسم، عمل و عکس‌العمل و از نظر اندازه برابر هستند. دلیل حرکت نکردن زمین، جرم بسیار زیاد آن است. (صفحه ۳۲ کتاب درسی)

(ج) نادرست؛ رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه جسم به صورت  $K = \frac{p^2}{2m}$  است و با توجه به اینکه تکانه کامیون و خودروی سواری یکسان و جرم کامیون بیشتر از خودرو است، انرژی جنبشی خودرو بیشتر از کامیون خواهد بود. (صفحه ۴۵ کتاب درسی) (د) نادرست؛ شرط رسیدن چتر باز به تندی حدی، برابر شدن نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا است ( $mg = f_D$ ). بنابراین در لحظه رسیدن چتر باز به تندی حدی، نیروی خالصی به او وارد نمی‌شود. (صفحه ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:

الف) درست (۲۵، ۲۵، ۲۵) ب) نادرست (۲۵، ۲۵) ج) نادرست (۲۵، ۲۵) د) نادرست (۲۵، ۲۵)

۳ الف) طبق قانون اول نیوتون، هرگاه برابند نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، جسم وضعیت حرکت خود را حفظ می‌کند؛ یعنی اگر جسم ساکن باشد، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(ب) طبق رابطه نیروی اصطکاک جنبشی ( $f_{s,max} = \mu_k F_N$ )، این نیرو با نیروی عمودی سطح رابطه مستقیم دارد. (ج) اگر کابل آسانسور پاره شود، آسانسور با شتابی برابر با شتاب گرانش زمین ( $g$ ) به سمت پایین سقوط می‌کند. (د) نیروی اصطکاک، نیروی مقاومی است که به علت وجود ناصافی و ناهمواری بین سطح و جسم ایجاد می‌شود و در نقطه تماس، در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.

(صفحه ۲۹، ۳۶، ۳۹ و ۴۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(هر مورد ۲۵، ۲۵)

الف) سرعت (ب) نیروی عمودی سطح (ج) شتاب گرانش زمین (د) خلاف جهت

۴ اگر بردار  $\vec{F}_v$  را به صورت  $\vec{F}_v = F_{vx}\vec{i} + F_{vy}\vec{j}$  بنویسیم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

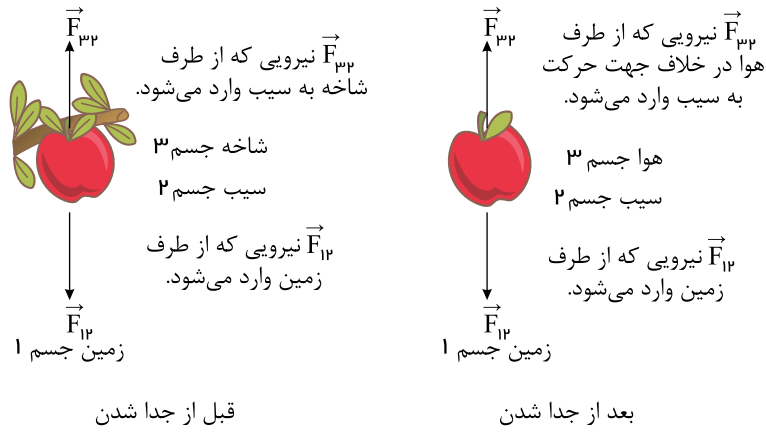
$$\begin{aligned} \vec{F}_{net} = m\vec{a} &\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_v + \vec{F}_r = m\vec{a} \\ \Rightarrow (-15\vec{i} + 8\vec{j}) + (F_{vx}\vec{i} + F_{vy}\vec{j}) + (-21\vec{i} + 19\vec{j}) &= 10 \times (-4\vec{i} + 3\vec{j}) \\ \Rightarrow (-36 + F_{vx})\vec{i} + (27 + F_{vy})\vec{j} &= -40\vec{i} + 30\vec{j} \end{aligned}$$

ضرایب  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  را در دو طرف معادله با هم برابر قرار می‌دهیم.

$$-36 + F_{vx} = -40 \Rightarrow F_{vx} = -4N$$

$$27 + F_{vy} = 30 \Rightarrow F_{vy} = 3N \Rightarrow \vec{F}_v = (-4\vec{i} + 3\vec{j})N$$

الف) ۵



واکنش	کنش
نیروی که از طرف سیب به زمین وارد می‌شود.	نیروی که از طرف زمین به سیب وارد می‌شود.
نیروی که از طرف سیب به شاخه وارد می‌شود.	نیروی که از طرف شاخه به سیب وارد می‌شود.

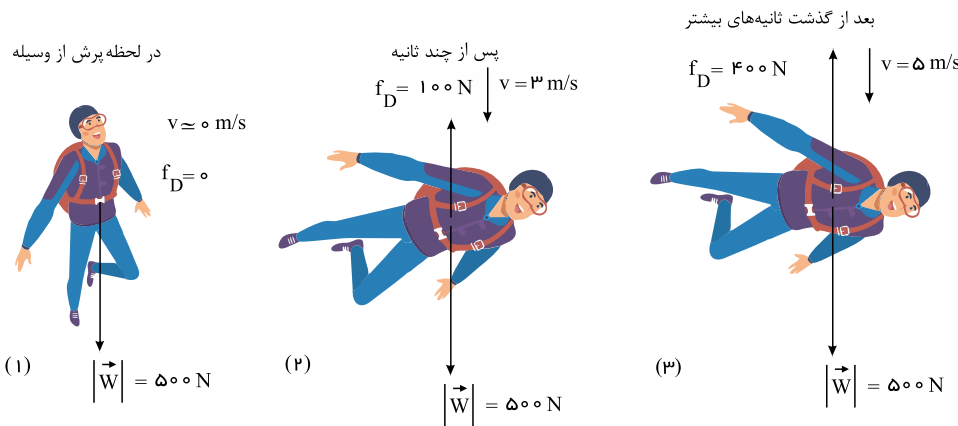
قبل از جدا شدن

واکنش	کنش
نیروی که از طرف سیب به زمین وارد می‌شود.	نیروی که از طرف زمین به سیب وارد می‌شود.
نیروی که از طرف سیب به هوا وارد می‌شود.	نیروی که از طرف هوا به سیب وارد می‌شود.

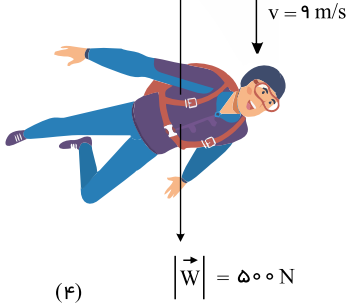
بعد از جدا شدن

(ب)

۶ فرض می‌کنیم شخصی به وزن  $500\text{ N}$  از وسیله به بیرون می‌پرد. بعد از پریدن چتر باز، تندی اولیه آن بسیار ناچیز است و به تدریج تندی و مقاومت هوا افزایش می‌یابد. اگر جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

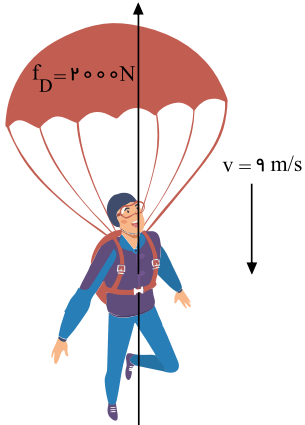


پس از مدتی، مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شده و نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر می‌شود و چتر باز با تندی ثابتی (تندی حدی) به طرف زمین حرکت می‌کند.



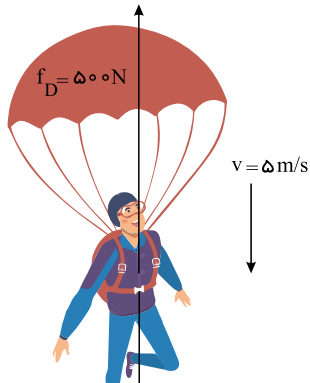


لحظه باز کردن چتر



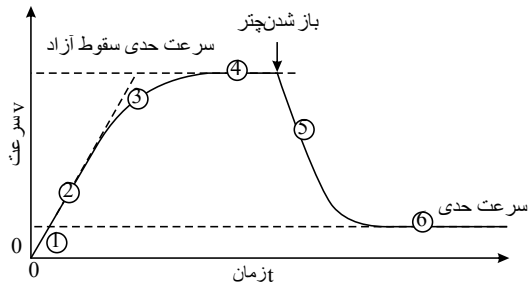
(5)  $|\vec{W}| = 500 \text{ N}$

چند ثانیه بعد از باز کردن چتر

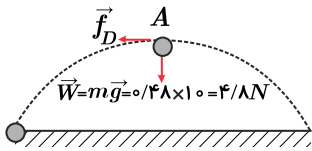


(6)  $|\vec{W}| = 500 \text{ N}$

در نهایت نیروی مقاومت هوا کاهش یافته و برابر نیروی وزن خواهد شد و جسم با تندی کمی کمتر به زمین می‌رسد.



Y در نقطه A (نقطه اوج) دو نیروی عمود بر هم وزن (W) و مقاومت هوا (f\_D) بر جسم وارد می‌شوند:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow \sqrt{(mg)^2 + f_D^2} = ma \rightarrow \sqrt{(4.8)^2 + f_D^2} = 0.48 \times 12.5$$
$$\rightarrow 23.04 + f_D^2 = 36 \rightarrow f_D^2 = 12.96 \Rightarrow f_D = 3.6 \text{ N}$$

(صفحه ۳۲ و ۳۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$F_{net} = ma \text{ (نمره ۰,۲۵)} \rightarrow \sqrt{(mg)^2 + f_D^2} = ma \text{ (نمره ۰,۲۵)}$$
$$\rightarrow \sqrt{(4.8)^2 + f_D^2} = 0.48 \times 12.5 \text{ (نمره ۰,۲۵)} \rightarrow f_D = \sqrt{12.96} = 3.6 \text{ N (نمره ۰,۲۵)}$$



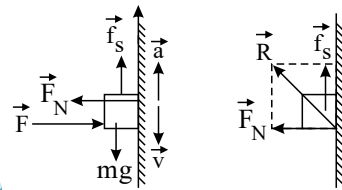
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \quad ۴۰۰ = \mu_s \times ۱۰۰۰ \quad \mu_s = ۰,۴$$

$$F - \mu_k F_N = ma \quad ۴۴۰ - (۰,۳ \times ۱۰۰۰) = ۱۰۰a \quad a = ۱,۴ m/s^2$$

$$F_N - W = 0 \rightarrow F_N = W = mg = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰ N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow f_{s,max} = ۰,۵ \times ۲۰۰ = ۱۰۰ N$$

$$T < f_{s,max} \rightarrow T - f_s = 0 \Rightarrow f_s = ۸۰ N$$



۱۱ جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانه حرکت قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی،  $f_s$  است نه  $f_{s,max}$ )

$$x \text{ برایند نیروها در راستای } x: F_N = F = ۱۲۰ N$$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین است، جهت  $v$  به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت  $a$  و  $v$  برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت  $a$  به سمت بالا است:

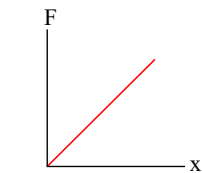
$$y \text{ برایند نیروها در راستای } y: f_s - mg = ma$$

$$f_s = m(g + a) = ۴(۱۰ + ۲,۵) = ۵۰ N$$

نیروی برایندی که دیواره آسانسور به جسم وارد می‌کند را واکنش سطح می‌نامیم و با  $R$  نشان داده و برابر است با:

$$R = \sqrt{(F_N)^2 + (f_s)^2} = \sqrt{(۱۲۰)^2 + (۵۰)^2} = ۱۳۰ N$$

دقت کنید که در صورت سؤال راجع به نیرویی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند، پرسیده است که در واقع عکس‌العمل  $R$  است که طبق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با  $R$  است.



طبق رابطه محاسبه بزرگی نیروی فنر  $F = kx$ ، شیب نمودار با ثابت فنر برابر است. شیب نمودار مشخص‌کننده ثابت فنر است.  $F = kx$

۱۳ در بازه زمانی صفر تا ۵ ثانیه، آسانسور ساکن است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$mg = F_e \Rightarrow mg = kx \Rightarrow x = \frac{mg}{k} = \frac{۴۰}{۲۰ \times ۱۰^2} = ۲ \times ۱۰^{-2} m = ۲ cm$$

در بازه زمانی ۵ تا ۹ ثانیه داریم:

$$a = \frac{۴ - ۰}{۹ - ۵} = ۱ m/s^2$$

$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) = ۴(۱۱) = ۴۴ N$$

$$\Rightarrow kx = ۴۴ \Rightarrow x = \frac{۴۴}{۲۰ \times ۱۰^2} = ۲,۲ \times ۱۰^{-2} m = ۲,۲ cm$$

در بازه زمانی ۹ تا ۱۴ ثانیه آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند. در این صورت داریم:

$$F_e = mg \Rightarrow kx = mg \Rightarrow x = \frac{mg}{k} \Rightarrow x = \frac{۴۰}{۲۰ \times ۱۰^2} m = ۲ cm$$

در بازه زمانی ۱۴ تا ۱۸ ثانیه داریم:

$$|a| = \left| \frac{۰ - ۴}{۱۸ - ۱۴} \right| = ۱ m/s^2$$

$$F_e - mg = m(-a) \Rightarrow F_e = m(g - a) = ۴(۱۰ - ۱) = ۳۶$$

$$\Rightarrow kx = ۳۶ \Rightarrow x = \frac{۳۶}{۲۰ \times ۱۰^2} m = ۱,۸ cm$$

در این حالت، فرد باید طناب را محکم بچسبد و طناب را به پایین بکشد تا عکس‌العمل این نیرو بتواند بر نیروی وزن فرد غلبه کرده و معلق بماند؛ پس:



$$T = mg \Rightarrow T = 700 \text{ N}$$

یعنی طناب به شخص نیروی  $700 \text{ N}$  وارد می‌کند.

**ب** در این وضعیت، شتاب حرکت شخص، صفر است. اگرچه حرکت می‌کند اما با سرعت ثابت در حرکت است؛ پس جمع نیروهای وارد بر شخص یعنی نیروی طناب و وزن برابر صفر است.

$$T - mg = 0 \Rightarrow T = mg = 700 \text{ N}$$

**پ** در این حالت فرد باید با نیروی بزرگ‌تری طناب را بکشد تا طناب نیرویی بزرگ‌تر از وزن به شخص اعمال کند تا بند باز رو به بالا شتاب بگیرد:

$$\begin{aligned} F_{net} &= ma \Rightarrow T - mg = ma \\ \Rightarrow T - 700 \text{ N} &= (70 \text{ kg}) \left( 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \\ \Rightarrow T &= 700 \text{ N} + 35 \text{ N} = 735 \text{ N} \end{aligned}$$

۱۵

$$|F_{av}| = \left| \frac{m\Delta v}{\Delta t} \right| \Rightarrow |F_{av}| = |2 \times \frac{(-12 - 15)}{0,3}| = 180 \text{ N}$$

۱۶

انرژی جنبشی با مجذور تکانه متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. یعنی:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \left. \vphantom{K} \right\} \begin{aligned} p &= mv \\ \Rightarrow K &= \frac{1}{2}(mv) \frac{(mv)}{m} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \end{aligned}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{p_A^2}{2m_A}}{\frac{p_B^2}{2m_B}} \Rightarrow 1 = \frac{\frac{p_A^2}{2m_A}}{\frac{16p^2}{2m_B}} \Rightarrow 1 = \frac{m_B}{4m_A} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 4 \Rightarrow \frac{F_{NB}}{F_{NA}} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{g}{g} = 4$$

**۱۷** مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان با تغییرات تکانه برابر است. تا لحظه  $t = 15 \text{ s}$  داریم:

الف)

$$\Delta p = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta p = (5 \times 10) + (5 \times 20) = 150 \text{ kgm/s}$$

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow 150 = 20\Delta v \Rightarrow \Delta v = 7,5 \text{ m/s} \Rightarrow v_2 - v_1 = 7,5 \xrightarrow{v_1=0} v_2 = 7,5 \text{ m/s}$$

ب) در پنج ثانیه چهارم شتاب حرکت ثابت است. با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{20}{20} = 1 \text{ m/s}^2$$

**۱۸** سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییرات تکانه است. داریم:

$$\Delta p = S \Rightarrow \Delta p = \left( \frac{0,6 + 0,4}{2} \right) \times 300 = 150 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{150}{(0,8 - 0,2)} \Rightarrow F_{av} = 250 \text{ N}$$

# نهتره فابریک

آزمون شبیه ساز نهایی ویژه تیم نوتروفیل



پاسخنامه



نوع دفترچه:



نام درس: شیمی



پایه: دوازدهم تجربی



تاریخ آزمون: ۱۵ خرداد



نوتروفیل،

کارخونه

رتبه برترسازی!

دانش آموز نوتروفیلی،

در زمان آزمون تمرکزت رو قفل کن، هوشت رو آزاد کن و به آینده‌ای که لایقش فکر کن!

تومیتونی! 🍷



@notruphil



@notruphil



www.notruphil.com



نهتره فابریک



مشاوره کنکور نوتروفیل

نوتروفاینال شیمی ۱۵ خرداد

سال دوازدهم



# پاسخنامه تشریحی

۱

الف  $NaHCO_3$

۲

الف

سدیم هیدروژن کربنات ( $NaHCO_3$ ) یکی از مواد مؤثر موجود در ضداسیدهاست که با اسید معده واکنش می‌دهد و سبب کاهش اسیدیته آن می‌شود. بنابراین، این ترکیب بازی

بوده و کاغذ  $pH$  را آبی می‌کند.

۳

الف

ثابت تعادل

۴  $3.7 \times 10^{-3}$ ، جذب،  $3.7$

۵

الف

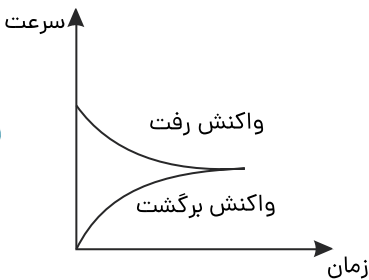
نادرست؛ ثابت می‌ماند

۶

الف) میزان یونش یک اسید به عواملی چون درجه یونش، غلظت اولیه اسید و دما بستگی دارد.

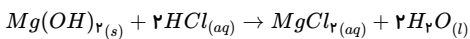
ب) در واکنش‌های برگشت‌پذیر، در ابتدای واکنش سرعت واکنش رفت، از واکنش برگشت، بیشتر است. اما با گذشت زمان از سرعت واکنش رفت کاسته شده و بر سرعت واکنش برگشت افزوده می‌شود.

این عمل تا جایی رخ می‌دهد که سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با یکدیگر برابر بشوند. (برگشت  $R$  = رفت  $R$ )



ج) از بین دو اسید با غلظت یکسان اسیدی که  $Ka$  کمتری دارد، کمتر یونش می‌یابد و در نتیجه غلظت اسید باقی‌مانده‌اش از اسید دیگر که  $Ka$  بیشتری دارد، بیشتر می‌باشد.

د) واکنش خنثی شدن، واکنش بین یک اسید و یک باز می‌باشد.



۶ = مجموع ضرایب

(صفحه ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۳۲ کتاب درسی)

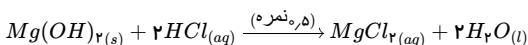
راهنمای تصحیح:

آ) نادرست (۲۵، نمره): دو عامل درجه یونش و غلظت اولیه اسید از جمله عوامل تأثیرگذار در میزان اسیدی بودن (غلظت  $H_3O^+$ ) محلول هستند. (۲۵، نمره)

ب) درست (۲۵، نمره)

ج) درست (۲۵، نمره)

د) نادرست (۲۵، نمره)



۶ = مجموع ضرایب (۲۵، نمره)

نوتر و فینال شیمی ۱۵ خرداد

۷

الف

محلول  $HB$

ب

راه حل اول:

$$[H^+] = [A^-] = \frac{2 \times 0.3 \text{ mol}}{1 L} = 0.6 \text{ molL}^{-1}, [HA] = \frac{3 \times 0.3 \text{ mol}}{1 L} = 0.9 \text{ molL}^{-1}$$

$$K_a = \frac{0.6 \times 0.6}{0.9} = 0.4$$



$$[H^+] = [A^-], \quad K_a = \frac{(\frac{2 \times 0.3 \text{ mol}}{1L})^2}{\frac{3 \times 0.3 \text{ mol}}{1L}} = 0.4$$

نمودار ۲

الف ۸

$$\text{درجه یونش } (\alpha) = \frac{\text{غلظت اسید یونیدشده}}{\text{غلظت اسید اولیه}} = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{0.16}{0.16 + 0.24} = 0.4$$

(ب) در شرایط یکسان، هرچه اسید قوی تر باشد، سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود.

$$K_{a(HA)} = \frac{0.25 \times 0.25}{0.75} \approx 0.08 \frac{\text{mol}}{L} \quad K_{a(HX)} = \frac{0.16 \times 0.16}{0.24} \approx 0.10 \frac{\text{mol}}{L}$$

سرعت واکنش فلز منیزیم با اسید  $HX$  بیشتر خواهد بود.

(صفحة ۱۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف

$$\text{درجه یونش } (\alpha) = \frac{\text{غلظت اسید یونیدشده}}{\text{غلظت اسید اولیه}} = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{0.16}{0.16 + 0.24} = 0.4 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ب) در شرایط یکسان، هرچه اسید قوی تر باشد، سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود. (نمره ۰.۲۵)

$$K_{a(HA)} = \frac{0.25 \times 0.25}{0.75} \approx 0.08 \frac{\text{mol}}{L} \quad K_{a(HX)} = \frac{0.16 \times 0.16}{0.24} \approx 0.10 \frac{\text{mol}}{L}$$

سرعت واکنش فلز منیزیم با اسید  $HX$  بیشتر خواهد بود. (نمره ۰.۲۵)

۹ ⇒ اسید ضعیف است.

۱۰

الف

 $HNO_3$  - زیرا ثابت یونش یا  $K_a$  بزرگ تری دارد یا یونش آن بیشتر است.

ب

۱۱) اسید  $HX$  به میزان جزئی به  $H^+$  و  $X^-$  تفکیک می شود. غلظت تعادلی این دو یون برابر است و غلظت تعادلی  $HX$  برابر  $0.04M$  است. مطابق رابطه ثابت تعادل داریم:

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{[H^+]^2}{0.04} = 4 \times 10^{-6} \rightarrow [H^+]^2 = 1.6 \times 10^{-7} = 1.6 \times 10^{-8}$$

$$[H^+] = 4 \times 10^{-4} M$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{4 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{-2}$$

۱۲) عبارت اول نشان می دهد که  $A$  ثابت یونش بزرگ تری نسبت به دو ماده دیگر دارد، زیرا الکترولیت قوی تری است. مطابق عبارت دوم، فقط ترکیب های  $A$  و  $B$  خاصیت اسیدی دارند زیرااسیدها در واکنش با فلز منیزیم، گاز هیدروژن تولید می کنند. عبارت سوم نشان می دهد ترکیب  $C$  مشابه صابون، یک باز است.الف) ثابت یونش:  $B < A$  (ب) غلظت یون هیدروکسید:  $A < C$ پ)  $pH$  سه محلول:  $A < B < C$  (زیرا  $A$  اسید قوی تری است).

۱۳) الف

$$\left. \begin{aligned} [OH^-] &= 10^{-7} \times 10^4 = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L} \\ [H^+] &= \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11} \frac{\text{mol}}{L} \end{aligned} \right\} \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{10^{-11}}{10^{-3}} = 10^{-8}$$

(ب) از آنجایی که با افزودن این اکسید به آب غلظت یون هیدروکسید افزایش یافته است، این اکسید یک اکسید فلزی بوده که محلول آن خاصیت بازی دارد. پس ترکیب مورد نظر  $Na_2O$  است.

۱۴

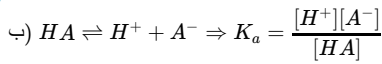
$$[H^+] = 0.01 \frac{\text{mol}}{L} \times \frac{2}{100} = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L} \quad [OH^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-11}} = 4 \times 10^6$$

$$\text{الف) } pH = 8.15 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-8.15} = 10^{-9} \times 10^{0.85} = 7 \times 10^{-9}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 7 \times 10^{-9} \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{1}{7} \times 10^{-5}$$

(صفحة ۲۸ کتاب درسی)



$$pH = ۲٫۵۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲٫۵۲} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰٫۴۸} = ۳ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L} \xrightarrow{\text{از طرفی}} [H^+] = [A^-]$$

$$\Rightarrow ۱٫۸ \times ۱۰^{-۵} = \frac{(۳ \times ۱۰^{-۳})(۳ \times ۱۰^{-۳})}{[HA]} \Rightarrow [HA] = \frac{۹ \times ۱۰^{-۶}}{۱٫۸ \times ۱۰^{-۵}} = ۰٫۵ \frac{\text{mol}}{L}$$

(صفحة ۲۳ کتاب درسی)

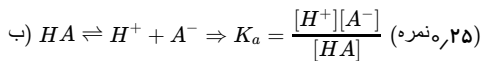
راهنمای تصحیح:

$$\text{الف) } pH = ۸٫۱۵ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} (\text{نمره } ۲۵) \Rightarrow ۱۰^{-۸٫۱۵} = ۱۰^{-۹} \times ۱۰^{۰٫۸۵}$$

$$= ۷ \times ۱۰^{-۹} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} (\text{نمره } ۲۵) \Rightarrow ۷ \times ۱۰^{-۹} \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{۱}{۷} \times ۱۰^{-۵} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$



$$pH = ۲٫۵۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲٫۵۲} (\text{نمره } ۲۵) = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰٫۴۸} = ۳ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفی}} [H^+] = [A^-] \Rightarrow ۱٫۸ \times ۱۰^{-۵} = \frac{(۳ \times ۱۰^{-۳})(۳ \times ۱۰^{-۳})}{[HA]}$$

$$\Rightarrow [HA] = \frac{۹ \times ۱۰^{-۶}}{۱٫۸ \times ۱۰^{-۵}} = ۰٫۵ \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

۱۶

$$[H^+] = ۱۰^{-۲٫۷} \Rightarrow [H^+] = ۲ \times ۱۰^{-۳}$$

$$[HCOO^-] = [H^+] = ۲ \times ۱۰^{-۳}$$

$$K_a = \frac{[H^+][HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$K_a = \frac{(۲ \times ۱۰^{-۳})^۲}{۰٫۰۲۲} \Rightarrow K_a = ۱٫۸ \times ۱۰^{-۴}$$

۱۷ الف) یکی از عوامل مؤثر بر یونش، افزایش دما است. با افزایش دما  $\alpha$  بزرگ تر شده و غلظت  $[H^+]$  محلول اسید زیادتر می شود و  $pH$  کاهش می یابد.

ب)

$$pH_1 = ۲٫۳ \rightarrow [H^+]_1 = ۱۰^{-۲٫۳} = ۵ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$[H^+]_1 = Ma \rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۳} = M \times ۰٫۱ \rightarrow M = ۵ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$a_2 = a_1 + ۰٫۲ a_1 \Rightarrow a_2 = ۰٫۱ + ۰٫۲ \times ۰٫۱ = ۰٫۱۲$$

$$[H^+]_2 = Ma = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۰٫۱۲ = ۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$pH = -\log[H^+] \rightarrow pH_2 = -\log ۶ \times ۱۰^{-۳} = -۰٫۷۸ + ۳ = ۲٫۲۲$$

(صفحة ۲۵ و ۲۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) سبب کاهش  $pH$  می شود. (۲۵، نمره)

ب)

$$\text{ب) } pH_1 = ۲٫۳ \rightarrow [H^+]_1 = ۱۰^{-۲٫۳} = ۵ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

$$[H^+]_1 = Ma \rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۳} = M \times ۰٫۱ \rightarrow M = ۵ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

$$a_2 = a_1 + ۰٫۲ a_1 \Rightarrow a_2 = ۰٫۱ + ۰٫۲ \times ۰٫۱ = ۰٫۱۲ (\text{نمره } ۵)$$

$$[H^+]_2 = Ma = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۰٫۱۲ = ۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{L} (\text{نمره } ۲۵)$$

$$pH = -\log[H^+] \rightarrow pH_2 = -\log ۶ \times ۱۰^{-۳} = -۰٫۷۸ + ۳ = ۲٫۲۲ (\text{نمره } ۵)$$

۱۸

الف) کاهش

ب) ۰٫۰۴ مول بر لیتر

پ)



$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{0,04} = 2,5 \times 10^{-13} \frac{mol}{L}$$

$$2,5 \times 10^{-13} \frac{mol}{L} \times 0,1L = 2,5 \times 10^{-14} mol$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow$$

$$? mol OH^- = 1 \times 10^{-2} g \times \frac{1 mol NaOH}{40 g NaOH} \times \frac{1 mol OH^-}{1 mol NaOH} = 0,25 \times 10^{-2} mol OH^-$$

$$M_{OH^-} = \frac{25 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-3}} = 1 \times 10^{-3} \frac{mol}{L}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11}$$

$$pH = -\log[H^+]$$

$$\Rightarrow pH = -\log 10^{-11} = 11$$

(صفحة ۳۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow$$

$$? mol OH^- = 1 \times 10^{-2} g \times \frac{1 mol NaOH}{40 g NaOH} (نمره ۲۵) \times \frac{1 mol OH^-}{1 mol NaOH} (نمره ۲۵)$$

$$= 0,25 \times 10^{-2} mol OH^- (نمره ۲۵)$$

$$M_{OH^-} = \frac{25 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-3}} (نمره ۲۵) = 1 \times 10^{-3} \frac{mol}{L} (نمره ۲۵)$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11} (نمره ۲۵)$$

$$pH = -\log[H^+] (نمره ۲۵)$$

$$\Rightarrow pH = -\log 10^{-11} = 11 (نمره ۲۵)$$

(الف ۲۰)

$$[NaOH] = \frac{0,25 mol}{0,1L} = 0,25 \frac{mol}{L} \rightarrow [NaOH] = [OH^-] = 0,25 \frac{mol}{L}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{0,25} = 4 \times 10^{-14} \frac{mol}{L} \rightarrow pH = -\log 4 \times 10^{-14} = -2 \log 2 \times 10^{-14}$$

$$= 14 - 2(0,3) = 13,4$$

(ب) چربی؛ زیرا چربی‌ها (یا اسید چرب یا استرهای سنگین) می‌توانند با باز واکنش دهند و صابون تشکیل دهند؛ یا چربی‌ها دارای اسید چرب هستند و با باز خنثی می‌شوند.

(۲۱)

$$[H^+] = 10^{-2,7} = 2 \times 10^{-3} \frac{mol}{L} H^+ \quad [HCl] = [H^+]$$

$$5L \times \frac{2 \times 10^{-3} mol HCl}{1L} \times \frac{1 mol Na_2CO_3}{2 mol HCl} = 0,005 mol Na_2CO_3$$

راه حل اول: (۲۲)

$$pH = 3,7 \rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,7} = 2 \times 10^{-4}$$

$$a = \frac{2,5}{100} = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{2 \times 10^{-4}}{[HX]} \Rightarrow [HX] = 8 \times 10^{-3}$$

$$2L HX \times \frac{8 \times 10^{-3} mol HX}{1L HX} \times \frac{1 mol NaOH}{1 mol HX} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} = 0,64 g NaOH$$

راه حل دوم:

$$pH = 3,7 \rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,7} = 2 \times 10^{-4}$$

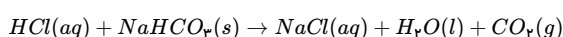
$$a = \frac{2,5}{100} = \frac{[H^+]}{[HX]} = \frac{2 \times 10^{-4}}{[HX]} \Rightarrow [HX] = 8 \times 10^{-3}$$

$$[HX] = 8 \times 10^{-3} = \frac{mol HX}{2L} \Rightarrow mol HX = 16 \times 10^{-3}$$

$$16 \times 10^{-3} \times \frac{1 mol NaOH}{1 mol HX} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} = 0,64 g NaOH$$

(الف) سدیم هیدروژن کربنات و هیدروکلریک اسید واکنش خنثی شدن را انجام می‌دهند:

(۲۳)



باید بدانید که واکنش اسیدها با نمک‌های کربنات به صورت زیر انجام می‌گیرد.



آب +  $CO_2$  + نمک  $\rightarrow$  نمک‌های کربنات + اسیدها

(ب) گاز کربن دی‌اکسید ( $CO_2$ ) یک اکسید نافلز است و در اثر واکنش با آب، کربنیک اسید تولید می‌کند. به طوری که محلول آن در آب، خاصیت اسیدی دارد و کاغذ  $pH$  را به رنگ قرمز تغییر رنگ می‌دهد.

(ج)

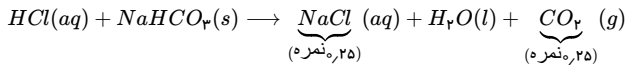
$$x \text{ mol HCl} = 0,84 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 0,01 \text{ mol HCl}$$

$$M_{HCl} = \frac{0,01 \text{ mol}}{0,01 \text{ L}} = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(صفحه ۳۱ و ۳۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف)



(ب) کربن دی‌اکسید یک اکسید اسیدی است و با حل شدن در آب غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهد و رنگ کاغذ  $pH$  سرخ می‌شود. (۵ نمره)

(ج)

$$\text{mol HCl} = 0,84 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \quad (25, \text{نمره})$$

$$= 0,01 \text{ mol HCl} \quad (25, \text{نمره}) \quad M_{HCl} = \frac{0,01 \text{ mol}}{0,01 \text{ L}} = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad (25, \text{نمره})$$

(۲۴) ابتدا تعداد مول  $H^+$  و  $OH^-$  را به دست می‌آوریم.

$$OH^- \text{ مول} : 0,8 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol NaOH}} = 0,02 \text{ mol OH}^-$$

$$H^+ \text{ مول} : [H^+] = [HCl] = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow H^+ = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,1 \text{ L} = 0,01 \text{ mol}$$

$$[OH^-] \text{ نهایی} = \frac{\text{تعداد مول } H^+ \text{ اولیه} - \text{تعداد مول } OH^- \text{ اولیه}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر}} = \frac{0,02 - 0,01}{0,1} = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-13} = 13$$

(صفحه ۳۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$OH^- \text{ مول} : 0,8 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol NaOH}} = 0,02 \text{ mol OH}^- \quad (25, \text{نمره})$$

$$H^+ \text{ مول} : [H^+] = [HCl] = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow H^+ = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,1 \text{ L} = 0,01 \text{ mol} \quad (25, \text{نمره})$$

$$[OH^-] \text{ نهایی} = \frac{\text{تعداد مول } H^+ \text{ اولیه} - \text{تعداد مول } OH^- \text{ اولیه}}{\text{حجم محلول بر حسب لیتر}} = \frac{0,02 - 0,01}{0,1} = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad (25, \text{نمره})$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \quad (25, \text{نمره}) \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-13} = 13 \quad (25, \text{نمره})$$