

نوٲرو ڪراٺچ

الگو و دنبالہ و مجموعہ - ارشته تجربی



یہ گاز بڑنی، یہ فصل کنکور می پرہ!

 notruphil  notruphil

 www.notruphil.com



کارخونه رتبه برتر سازی، نوٲرو فیل!



نوטר وفیل خونه رتبه برترها

قبولی های کنکور ۱۴۰۳



رتبه ۲



محمدعلی موسی پور

تک رقمی نوטר وفیل

رتبه ۶۸



منیره زمانی

رتبه ۴۸



محمدحسین هاشمی

دو رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۱۹۵



سید حسین تقوی

رتبه ۱۳۴



امیرمحمد ملکشاهی

رتبه ۱۱۲



امیرمحمد شریفی کلوری

سه رقمی و چهار رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۵۷۵



هانیه گنجعلی

رتبه ۵۰۹



علیرضا شهنساری

رتبه ۴۲۸



مهدیه اسدی ارزنده

رتبه ۳۵۷



فاطمه مروت بلسی

رتبه ۶۶۸



فائزه حیدری دهکردی

رتبه ۶۳۹



هلیا رضایی

رتبه ۶۲۷



فریما آقاپور

رتبه ۶۰۳



ریحانه فلاح امینی

رتبه ۸۸۱



حلما ناصری

رتبه ۸۰۵



لعیا زنگنه قاسم آبادی

رتبه ۷۹۳



سارینا تقی زاده

رتبه ۶۷۴



علی اسدی

رتبه ۱۰۲۰



مهسا پیری

رتبه ۱۰۲۰



سارا دهقان

رتبه ۹۹۵



جواد فلاحتی

رتبه ۹۱۴



کیانا شیرین فر

رتبه ۱۱۲۵



سمیرا تباوار

رتبه ۱۱۱۱



رضا نصیری مدیسه

رتبه ۱۰۴۹



محمد خرم آبادی

رتبه ۱۰۲۴



ژینو نادری

رتبه ۱۲۶۷



مهدی آزادبخت

رتبه ۱۲۲۵



سید مهدی حیات غیبی

رتبه ۱۲۲۵



مهدی فیض زاده

رتبه ۱۲۰۴



یکتا سلیمانی پور

رتبه ۱۴۰۹



غزل قبادی

رتبه ۱۳۱۶



یسری ابوالمحمدی مله

رتبه ۱۳۰۶



مهتاب کامل

رتبه ۱۲۷۲



نرگس جوانی

رتبه ۱۵۹۸



محمد رضا دادپور

رتبه ۱۵۸۷



مهدی تیموری

رتبه ۱۴۳۹



ریحانه جعفری خیرخواه

رتبه ۱۴۱۶



زینب پارسا صفت

رتبه ۱۷۲۹



علی عزیززاده

رتبه ۱۷۲۹



علیرضا انصاری

رتبه ۱۶۶۹



مائده سادات حسینی

رتبه ۱۶۱۹



مehشید خانی

رتبه ۱۷۸۲



یاسین رئیسی زیدآبادی

رتبه ۱۷۷۶



علی عرب خانی

رتبه ۱۷۴۲



الهه فکاری



مشاوره کنکور نوتروفیل

سوالات الگو و دنباله و مجموعه

کنکور - نوتروفیل بهار ۱۴۰۴

مناسب تمام کنکوری های

رشته تجربی



۱ اگر مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in N \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{\lambda} \mid x \in N \right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۶ $A \cup B$ (۴) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۲) $A - B$ (۱)

۲ اگر A مجموعه اعداد اول و B مجموعه اعداد طبیعی فرد باشند. کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۶ $A - B$ (۴) $B - A$ (۳) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۱)

۳ اگر A مجموعه اعداد طبیعی فرد و B مجموعه اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیر تهی است؟

مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۱ $A - (A \cup B)$ (۴) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۲) $A - B$ (۱)

۴ اگر A مجموعه اعداد طبیعی که بر ۶ بخش پذیرند، B مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی کمتر از ۴۰ که بخش پذیر بر ۳ باشند. مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۵ 7 (۴) 6 (۳) 5 (۲) 4 (۱)

۵ اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

مرجع: خارج از کشور-۱۳۹۲ $(A - B) - A$ (۴) $A - B$ (۳) $B - A$ (۲) $A \cap B$ (۱)

۶ اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۱ $B = \emptyset$ (۴) $B = U$ (۳) $A = \emptyset$ (۲) $A = B$ (۱)

۷ اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آنها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید، کدام است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۴ 26 (۴) 24 (۳) 23 (۲) 22 (۱)

۸ مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B ، کدام است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۲ 45 (۴) 42 (۳) 41 (۲) 40 (۱)

۹ اگر $A \cap B = \emptyset$ و $A \cap C = \emptyset$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۲ $A \cap (B - C) \neq \emptyset$ (۴) $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ (۳) $B \cap C \neq \emptyset$ (۲) $B \cap C = \emptyset$ (۱)

۱۰ اگر $A = \{2, 3, 6, 7, 8\}$ و $B = \{2, 4, 5, 6\}$ باشند، مجموعه $(A \cup B) - [A - (A \cap B)]$ چند عضو دارد؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۳ 5 (۴) 4 (۳) 3 (۲) 2 (۱)

۱۱ اگر $n(A \cup B) = 57$ و $n(A \cap B) = 3$ و $n(A - B) = 4$ و $n(B - A) = 3$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۳ 48 (۴) 45 (۳) 36 (۲) 33 (۱)

۱۲ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۲ 3 (۴) 4 (۳) 6 (۲) 8 (۱)

۱۳ در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می‌کنند.)

مرجع: سراسری-۱۴۰۲ 270 (۴) 235 (۳) 135 (۲) 100 (۱)

۱۴ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 5$ و تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر ۱۱ باشد، کمترین مقدار ممکن برای m کدام است؟

مرجع: خارج از کشور-۱۴۰۲ 9 (۴) 8 (۳) 7 (۲) 6 (۱)





۱۵ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟

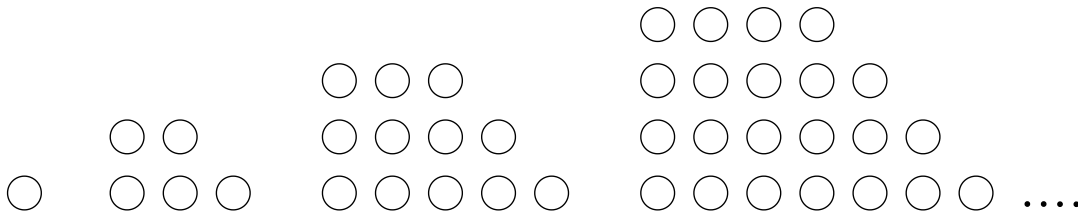
مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)



۱۶ اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$ در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

۱۶۵۱ (۴)

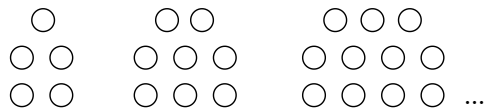
۱۶۳۹ (۳)

۱۵۸۹ (۲)

۱۵۶۳ (۱)

۱۷ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸



۴۰ (۴)

۳۸ (۳)

۳۶ (۲)

۳۴ (۱)

۱۸ در یک دنباله‌ی اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، حاصل $a_8 - a_7$ ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۵

۶۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۸ (۲)

۳۲ (۱)

۱۹ اگر ۵ و ۸ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

۱,۴ (۴)

۲,۴ (۳)

۹,۶ (۲)

۱۱,۶ (۱)

۲۰ فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $1 + \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = 1$ برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله نودو هشتم دنباله کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

$\frac{2m-k}{k-m}$ (۴)

$\frac{k-m}{k-2m}$ (۳)

$\frac{k-2m}{k-m}$ (۲)

$\frac{k-m}{2m-k}$ (۱)

۲۱ اعداد ۱۴ و $17\frac{2}{3}$ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگ‌ترین درجه جمله عمومی، برابر $\frac{1}{7}$ ،

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

۵ (۴)

۴,۶ (۳)

۲,۴ (۲)

۲ (۱)

۲۲ دنباله بازگشتی $2 - \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله اول دنباله، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۱۹۷ (۴)

-۱۹۷ (۳)

-۱۹۹ (۲)

-۲۰۱ (۱)

۲۳ اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم،

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

کدام است؟

۲۴۲,۵ (۴)

۲۴۲ (۳)

۲۴۰,۵ (۲)

۲۴۰ (۱)

۲۴ دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & n = 3k \\ -2k + 4 & n = 3k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله ۱۹

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

باشد، حاصل عبارت $a_7 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

-۲ (۱)





۲۵ دنباله $a_n = \begin{cases} 3^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله ۱۹ باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سی‌ام دنباله، کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۱. $\frac{-43}{6}$ ۲. -7 ۳. 505 ۴. 1024

۲۶ در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۱. $7,5$ ۲. 8 ۳. $8,5$ ۴. 9

۲۷ در دو دنباله حسابی $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۱. 58 ۲. 59 ۳. 60 ۴. 61

۲۸ در دنباله‌های حسابی $2, 9, 16, 23, \dots$ و $12, 17, 22, 27, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ موجود است؟

۱. 5 ۲. 6 ۳. 7 ۴. 8

۲۹ اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$. در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

۱. 71 ۲. 72 ۳. 73 ۴. 74

۳۰ اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد، $\dots, (7, 9, 11), (3, 5), (1)$ جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟

۱. 415 ۲. 419 ۳. 421 ۴. 423

۳۱ اعداد $1 - 5p, 4 - 3p, 3p + 4, 2p + 3$ سه جمله متوالی یک دنباله عددی هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۱. 4 ۲. 5 ۳. 6 ۴. 7

۳۲ جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

۱. $\frac{6}{5}$ ۲. $\frac{8}{5}$ ۳. 3 ۴. 4

۳۳ در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_p^2 = 5a_p a + 3a_p a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d ، کدام می‌تواند باشد؟

۱. 1 ۲. $1,5$ ۳. $3,5$ ۴. 4

۳۴ با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله m ام دو دنباله کدام است؟

۱. 4 ۲. 8 ۳. 2 ۴. 6

۳۵ در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله‌ای هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله حسابی، صفر است؟

۱. 9 ۲. 10 ۳. 11 ۴. 12

۳۶ در یک دنباله هندسی صعودی سه مقدار، «جمله دوم»، «دو برابر جمله پنجم» و «جمله هشتم» می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند؛ در بین این سه عدد بزرگ‌ترین مقدار چند برابر کوچک‌ترین مقدار است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۲

۱. $2 + \sqrt{3}$ ۲. $5 + 2\sqrt{3}$ ۳. $5 + 4\sqrt{3}$ ۴. $7 + 4\sqrt{3}$



مرجع: سراسری - ۱۳۸۷

۳۷ * اعداد $2^a, 2^b, 2^c$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$1,5 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$2,5 \quad (1)$$

۳۸ * در یک دنباله عددی، جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی صعودی اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{6}{5} \quad (1)$$

۳۹ * اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟ (جملات دنباله متمایز هستند).

مرجع: سراسری - ۱۳۸۱

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

۴۰ * جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدرنسبت دنباله هندسی، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۴۱ * اگر $52 = \frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}$ باشد مقدار x کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴۲ * جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۲

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

۴۳ * یک دانش آموز مربع هایی رسم می کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم شده قبلی است. محیط این مربع ها، تشکیل یک دنباله هندسی می دهند. قدر نسبت این دنباله، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

$$12 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۴۴ * اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول) برابر بزرگ ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}, \dots$ میانه عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

$$12288,5 \quad (4)$$

$$12289,5 \quad (3)$$

$$6145,5 \quad (2)$$

$$6144,5 \quad (1)$$

۴۵ * دنباله های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله ها می توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۴۶ * اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ ترین عضو دسته قبل است، یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

$$6144,5 \quad (4)$$

$$4608,5 \quad (3)$$

$$3072,5 \quad (2)$$

$$2304,5 \quad (1)$$

۴۷ * در یک دنباله هندسی، با جمله اول a ، تساوی $\frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a^2} = 2$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کدام می تواند باشد؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$



۴۸ اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r + d$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

۴۹ در یک دنباله هندسی، جمله اول مربع جمله دوم و جمله چهارم برابر ۵ است. جمله اول کدام است؟

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۵۰ در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{3}$ کمتر است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۵۱ از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۶ متر توپی را به زمین پرتاب می‌کنیم. توپ پس از هر بار برخورد به زمین با اندازه ۸٪ ارتفاع قبلی از زمین به صورت قائم بلند می‌شود. پس از صد بار برخورد به زمین در مجموع توپ تقریباً چند متر بالا و پایین رفته است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵ ☐



پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳ ابتدا اعضای دو مجموعه را مشخص می‌کنیم:

$$A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in N \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \dots \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{x}{8} \mid x \in N \right\} = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots \right\}$$

تمام اعضای مجموعه A کوچکتر یا مساوی یک هستند ولی در مجموعه B فقط ۸ عضو این ویژگی را دارند پس اشتراک این دو مجموعه قطعاً محدود است.

$$A \cap B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots \right\} \cap \left\{ \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{8} \right\}$$

۴۱-۱۳-۴۶

۲ گزینه ۴ مجموعه‌های A و B را با اعضایشان مشخص می‌کنیم و با توجه به آنها داریم:

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\} \quad \text{مجموعه اعداد اول}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} \quad \text{مجموعه اعداد طبیعی فرد}$$

غیر از عدد ۲ که زوج است تمام اعداد اول، فرد هستند پس غیر از عدد ۲ تمام اعضای مجموعه A در مجموعه B وجود دارند بنابراین: $A - B = \{2\}$ است که متناهی می‌باشد.

۴۱-۳۱-۲۸

۳ گزینه ۲

مجموعه A به صورت $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ و مجموعه B به صورت $B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$ است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

نامتناهی و غیرتهی $A - B = \{1, 9, 25, \dots\}$ گزینه اول

متناهی و غیرتهی $B - A = \{2\}$ گزینه دوم

نامتناهی و غیرتهی $A \cap B = \{3, 5, 7, \dots\}$ گزینه سوم

نامتناهی و غیرتهی $A - (A \cup B) = \emptyset$ گزینه چهارم

چون $A \subset (A \cup B)$ است، بنابراین مجموعه $A - (A \cup B)$ تهی است.

۳۷-۳۷-۲۶

۴ گزینه ۲ مجموعه‌های A و B را با اعضایشان مشخص می‌کنیم:

$$A = \{6, 12, 18, \dots\}, \quad B = \{12, 15, 18, \dots, 39\}$$

$A - B$ اعضای B هستند که در A نباشند، یعنی اعضای B که بر ۶ بخش پذیر نباشند. می‌دانیم اعضای B بر ۳ بخش پذیرند، پس برای آنکه بر ۶ بخش پذیر نباشند، باید مضرب ۲ نباشند. پس کافی است اعضای فرد B را جدا کنیم:

$$B - A = \{15, 21, 27, 33, 39\} \Rightarrow 5 \text{ عضو دارد.}$$

۲۹-۳۱-۴۰

۵ گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): چون $A \cap B \subset B$ است، پس تعداد اعضای $A \cap B$ کمتر یا مساوی تعداد اعضای B اند و چون B مجموعه‌ای متناهی است، بنابراین $A \cap B$ نیز حتماً متناهی است.

گزینه (۲): $B - A \subset B$ و B مجموعه‌ای متناهی است. پس $B - A$ نیز مجموعه‌ای متناهی خواهد بود.

گزینه (۳): A نامتناهی و B متناهی است، پس در مجموعه $A - B$ از نامتناهی عضو، تعداد متناهی عضو را برمی‌داریم، در نتیجه نامتناهی عضو باقی می‌ماند. یعنی $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

گزینه (۴): $A - B \subset A$ ، پس $(A - B) - A = \emptyset$ و در نتیجه فاقد عضو است، یعنی مجموعه‌ای متناهی می‌باشد.

۴۷-۲۴-۲۹

۶ گزینه ۴ طرفین تساوی $A' \cup B = A' \cap B'$ را با B اشتراک می‌گیریم.

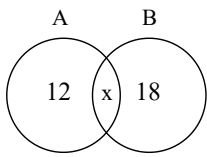
$$(A' \cup B) \cap B = (A' \cap B') \cap B \Rightarrow B = A' \cap (B' \cap B) \Rightarrow B = A' \cap \emptyset \Rightarrow B = \emptyset$$

قانون جذب

۳۵-۴۹-۱۶

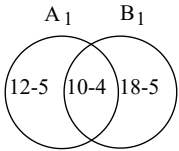
۷ گزینه ۴ با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم:





$$\rightarrow 12 + x + 18 = 40 \Rightarrow x = 40 - 30 = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

در برداشتن ۹ عضو از هر یک از مجموعه‌های A و B ، چون از مجموعه $A \cap B$ ، ۴ عضو کم می‌شود، پس ۵ عضو دیگر از $A - B$ و $B - A$ کم می‌شود:

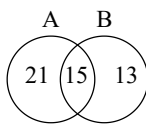


$$\Rightarrow n(A_1 \cup B_1) = (12 - 5) + (10 - 4) + (18 - 5) = 7 + 6 + 13 = 26$$

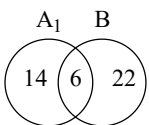
$$48 - 14 - 38$$

گزینه ۳ ✖ ۸

با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون مقابل را داریم:



حال وقتی ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، ۹ عضو از $A \cap B$ حذف می‌شود، یعنی ۹ عضو از این ۱۶ عضو با B نیز مشترک است و حذف می‌شوند. پس تنها $15 - 9 = 6$ عضو از مجموعه جدید (A_1) با B مشترک است و توجه کنید تعداد اعضای مجموعه B نباید تغییر کند.

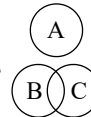


$$\rightarrow n(A_1 \cup B) = 14 + 6 + 22 = 42$$

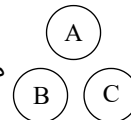
$$52 - 7 - 40$$

گزینه ۳ ✖ ۹ به بررسی هر ۴ گزینه می‌پردازیم:

گزینه اول: سه مجموعه‌ی A و B و C را به صورت



گزینه دوم: سه مجموعه‌ی A و B و C را به صورت



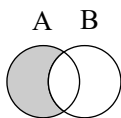
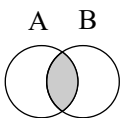
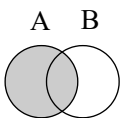
گزینه سوم درست است. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$

گزینه چهارم نادرست است. $A \cap (B - C) = A \cap (B \cap C') = \underbrace{(A \cap B)}_{\emptyset} \cap C' = \emptyset \cap C' = \emptyset \rightarrow$

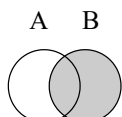
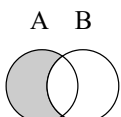
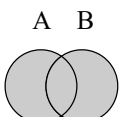
$$32 - 9 - 59$$

گزینه ۳ ✖ ۱۰

با استفاده از نمودار ون مجموعه خواسته شده در صورت سوال را مشخص می‌کنیم:



$$A - (A \cap B) = A - B$$



$$(A \cup B) - (A - B) = B$$



$$A - (A \cap B) = A - B \Rightarrow (A \cup B) - (A - (A \cap B)) = (A \cup B) - (A - B) = B$$

و مجموعه B ، دارای ۴ عضو است.

$$۳۷ - ۱۷ - ۴۶$$

گزینه ۴

$$n(A \cap B) = ۱۲k \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = ۴k \\ n(B - A) = ۳k \end{cases}$$



$$۵۷ = n(A \cup B) = ۱۹k \Rightarrow k = ۳$$

$$\Rightarrow n(A) = ۱۶k = ۱۶ \times ۳ = ۴۸$$

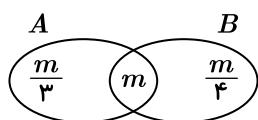
راه حل دوم:

ابتدا فرض می کنیم:

$$n(A \cap B) = m$$

$$\Rightarrow m = ۳n(A - B) = ۴n(B - A) = m$$

$$\Rightarrow n(A - B) = \frac{m}{۳} \quad \Rightarrow n(B - A) = \frac{m}{۴}$$



$$n(A \cup B) = ۵۷ \Rightarrow \frac{m}{۳} + m + \frac{m}{۴} = ۵۷ \xrightarrow{\times ۱۲} ۴m + ۱۲m + ۳m = ۱۲ \times ۵۷$$

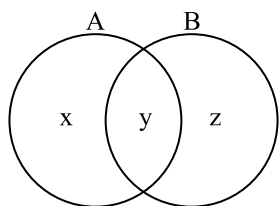
$$\Rightarrow ۱۹m = ۵۷ \times ۱۲ \Rightarrow m = \frac{۵۷ \times ۱۲}{۱۹} = ۳۶$$

$$A \text{ تعداد اعضای مجموعه } = \frac{m}{۳} + m = \frac{۳۶}{۳} + ۳۶ = ۴۸$$

بنابراین شکل زیر را می توان در نظر گرفت:

$$۲۹ - ۲۴ - ۴۷$$

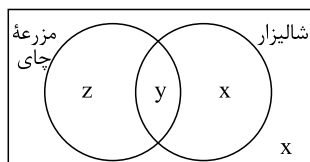
گزینه ۴



$$(x + y) - (y + z) = ۱۴ \Rightarrow x - z = ۱۴$$

$$(x + y + z) - y = x + z = ۲۰$$

$$\Rightarrow x = ۱۷, \quad z = ۳ \quad n(B - A) = Z = ۳$$



$$۷۴ - ۱۲ - ۱۴$$

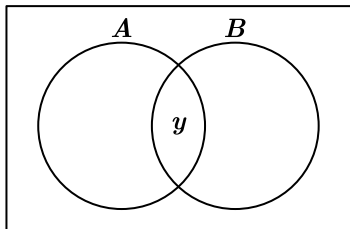
گزینه ۳

با توجه به فرض، نمودار ون زیر را به همراه معادلات مربوطه می نویسیم:

$$\begin{cases} y + z = ۳۷۰ \\ x + y = ۲۰۰ \xrightarrow{\times ۲} ۲x + ۲y = ۴۰۰ \xrightarrow{\text{تفاضل}} z - y = ۱۰۰ \\ ۲x + y + z = ۵۰۰ \\ y + z = ۳۷۰ \xrightarrow{\text{جمع}} ۲z = ۴۷۰ \Rightarrow z = ۲۳۵ \\ z - y = ۱۰۰ \end{cases}$$

$$۶۸ - ۵ - ۲۷$$

۱۴ گزینه ۳ برای آنکه تعداد عضو مجموعه A کمترین شود می‌بایست، اشتراک دو مجموعه یعنی y به حداقل یعنی صفر برسد. داریم:



$$n(A) = m, \quad n(B) = k$$

$$n(A \cup B) = 11 \Rightarrow m + k - y = 11 \xrightarrow{y=0} m + k = 11$$

$$\begin{cases} m + k = 11 \\ m - k = 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{m = 8}$$

۲۹-۳۹-۳۳

۱۵ گزینه ۱

با کمی دقت متوجه می‌شویم که تعداد نقطه‌های هر شکل برابر با $[(n+0) + (n+1) + \dots + (n+n-1)]$ می‌باشد.

۱: شکل اول , ۲+۳: شکل دوم , ۳+۴+۵: شکل سوم , ۴+۵+۶+۷: شکل چهارم , ...

پس تعداد نقطه‌ها در شکل نهم می‌شود:

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 117$$

۲۸-۲۵-۴۷

۱۶ گزینه ۳

چند دسته اول را نوشته و با جملات آخر هر دسته یک دنباله تشکیل داده و جمله چهارم دنباله را پیدا می‌کنیم:

دسته اول: $\{1\}$

دسته دوم: $\{3, 5\}$

دسته سوم: $\{7, 9, 11\}$

دسته چهارم: $\{13, 15, 17, 19\}$

بنابراین دنباله جملات آخر دسته‌ها به صورت $1, 5, 11, 19, \dots$ است که می‌توان به صورت $1, (2 \times 3) - 1, (3 \times 4) - 1, \dots$ نوشت، یعنی جمله عمومی

$$a_n = n(n+1) - 1 \text{ است، پس:}$$

$$a_{40} = 40 \times (41) - 1 = 1640 - 1 = 1639$$

۵۴-۹-۳۷

۱۷ گزینه ۳ تعداد دایره‌ها با یکدیگر تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ می‌دهند.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad 5, 8, 11, \dots \longrightarrow a_{17} = 5 + 11(3) = 5 + 33 = 38$$

۱۵-۱۹-۶۶

۱۸ گزینه ۴

$$n=2 \rightarrow a_2 = 2a_1 - 2 = 2(3) - 2 = 4$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = 2a_2 - 2 = 2(4) - 2 = 6$$

$$n=4 \rightarrow a_4 = 2a_3 - 2 = 2(6) - 2 = 10$$

$$n=5 \rightarrow a_5 = 2a_4 - 2 = 2(10) - 2 = 18$$

$$n=6 \rightarrow a_6 = 2a_5 - 2 = 2(18) - 2 = 34$$

$$n=7 \rightarrow a_7 = 2a_6 - 2 = 2(34) - 2 = 66$$

$$n=8 \rightarrow a_8 = 2a_7 - 2 = 2(66) - 2 = 130$$

$$\text{پس: } a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$$

۴۸-۹-۴۳

۱۹ گزینه ۴ با فرض $t_n = a \cdot n + b$ داریم:

$$\begin{aligned} t_0 = 8 &\Rightarrow 5a + b = 8 \\ t_{10} = 5 &\Rightarrow 10a + b = 5 \end{aligned} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -5a - b = -8 \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{5} \Rightarrow b = 8 - 5a = 8 - 5(-\frac{3}{5}) \Rightarrow b = 8 + 3 = 11 \Rightarrow t_n = -\frac{3}{5}n + 11$$

$$t_{16} = -\frac{3}{5} \times 16 + 11 = \frac{-48 + 55}{5} = \frac{7}{5} = 1,4$$

۴۱-۱۱-۴۸

۲۰ گزینه ۱

با استفاده از جمله عمومی دنباله و جمله صدم که برابر با $\frac{k}{m}$ است، جمله ۹۹ و به همین ترتیب جمله ۹۸ را بر حسب m و k به دست می‌آوریم:

$$a_{100} = \frac{1}{a_{99}} + 1 \quad \frac{k}{m} = \frac{1}{a_{99}} + 1 \Rightarrow \frac{1}{a_{99}} = \frac{k}{m} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_{99}} = \frac{k-m}{m} \Rightarrow a_{99} = \frac{m}{k-m}$$



$$a_{q_9} = \frac{1}{a_{q_8}} + 1 \Rightarrow \frac{m}{k-m} = \frac{1}{a_{q_8}} + 1 \Rightarrow \frac{1}{a_{q_8}} = \frac{m}{k-m} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_{q_8}} = \frac{2m-k}{k-m} \Rightarrow a_{q_8} = \frac{k-m}{2m-k}$$

۶۷-۷-۲۷

۲۱ گزینه ۴ با فرض $t_n = a \cdot n^2 + b \cdot n + c$ داریم:

$$t_5 = 14, t_7 = 17, a = \frac{1}{5}(-t_5) = -\frac{14}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$t_n = -\frac{1}{5}n^2 + bn + c$$

$$t_5 = -\frac{1}{5} \times 25 + 5b + c = 14 \Rightarrow 5b + c = 19$$

$$t_7 = -\frac{1}{5} \times 49 + 7b + c = 17,2 \Rightarrow -9,8 + 7b + c = 17,2 \Rightarrow 7b + c = 27$$

$$\begin{cases} 5b + c = 19 \\ 7b + c = 27 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -5b - c = -19 \\ 7b + c = 27 \end{cases} \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$5 \times 4 + c = 19 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow t_n = -\frac{1}{5}n^2 + 4n - 1$$

$$t_{15} = \frac{-\frac{1}{5} \times 15^2 + 4 \times 15 - 1}{-\frac{1}{5} + 4 - 1} = \frac{-45 + 60 - 1}{-\frac{1}{5} + 3} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$$

۷۸-۴-۱۸

۲۲ جملات دنباله را می‌نویسیم: گزینه ۲

$$\{a_n\}: \frac{1}{-1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}$$

بنابراین جمله n ام دنباله برابر $a_n = \frac{2n-1}{2n-3}$ است. در این دنباله داریم:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{100} = \frac{1}{-1} \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{199}{197} = -199$$

۷۲-۶-۲۲

۲۳ چون اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که کوچک‌ترین عضو هر دسته $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است؛ پس به‌صورت زیر خواهند بود:

$$\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7, \dots, 12\}, \{13, 14, 15, \dots, 39\}$$

$$\{40, 41, 42, \dots, 120\}, \{121, 122, 123, \dots, 363\}$$

میانگین اعضای دسته پنجم برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{121 + 363}{2} = \frac{484}{2} = 242$$

توجه شود که اعضای دسته یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۱ هستند؛ پس میانگین کل جملات با میانگین جملات اول و آخر برابر هستند.

۷۰-۵-۲۵

۲۴ ابتدا به کمک مجموع ۱۰ جمله اول، a را می‌یابیم: گزینه ۱

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 19 \Rightarrow 1 + 4 + 1 + a + 2 + 2 + 1 + a + 4 + 0 + 2 + a + 8 = 19 \Rightarrow 3a + 25 = 19 \Rightarrow a = -2$$

$$a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29} = \left(\left[\frac{2}{2}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{5}{3}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{8}{4}\right] + a\right) + \dots + \left(\left[\frac{29}{11}\right] + a\right) = 1 + 1 + \underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{18 \text{ تا } a} + 10a = 18 - 20 = -2$$

۲۱-۶۰-۱۹

۲۵ مطابق مفروضات مسئله $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = a_{10}$ ، بنابراین:

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a_0 + a_2 + a_5 + a_8) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_3 + a_6 + a_9) = (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + \left(\left[\frac{9}{4}\right] + a\right)$$

$$+ \left(\left[\frac{5}{3}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{8}{4}\right] + a\right) = 15 + 6 + (4 + 3a) = 25 + 3a$$

پس:

$$25 + 3a = 19 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2$$

جملات ۲۹ام و ۳۰ام دنباله به ازای $n = 28$ و $n = 29$ به‌دست می‌آیند، سپس:

$$\frac{1}{2}(a_{28} + a_{29}) = \frac{1}{2}(-2(9) + 4 + [\frac{29}{11}] - 2) = \frac{1}{2}(-18 + 4 + 2 - 2) = -7$$

۸۶-۷-۷

گزینه ۲ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15 \\ a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 30 \end{cases}$$

$$(-5) \times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10(\frac{1}{2}) = 8$$

۵۷-۱۴-۲۹

جملات مشترک دو دنباله عددی، یک دنباله عددی است که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت های دو دنباله اصلی است. گزینه ۳

۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ...

۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ...

دنباله اعضای مشترک ۱۷, ۳۲, ۴۷, ...

$$a_n = 17 + (n-1) \times 15 = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15}$$

$$\rightarrow 7 \leq n \leq 66 \rightarrow \text{تعداد جملات} = 66 - 7 + 1 = 60$$

۵۸-۱۵-۲۷

قدرنسبت جملات مشترک دو دنباله برابر با ک.م.م قدرنسبت های ۲ دنباله اصلی است. با ادامه دادن دنباله ها، جمله اول مشترک را به دست آورده و جمله عمومی جملات مشترک را می نویسیم: گزینه ۲

۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, ۳۷, ... ۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, ۳۷, ...

$$\begin{cases} a_1 = 37 \\ d = [5, 7] = 35 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 35n + 2$$

$$a_n < 300 \Rightarrow 35n + 2 < 300 \Rightarrow n < 8.57 \Rightarrow n \leq 8$$

اما ۲ جمله مشترک دورقی

$$\rightarrow \text{تعداد جملات مشترک سه رقمی} = 8 - 2 = 6$$

دارد (۳۷, ۷۲)

۵۹-۱۶-۲۵

آخرین عدد دسته هشتم، $8^2 = 64$ است بنابراین دسته نهم از ۶۵ شروع می شود. گزینه ۳

$$\{65, \dots, 81\} \rightarrow b, a \text{ واسطه حسابی بین دو عدد } a, b = \frac{a+b}{2} \rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{65+81}{2} = \frac{146}{2} = 73$$

۳۶-۲۸-۳۶

می دانیم ضابطه اعداد طبیعی فرد به صورت $n = 2k - 1$ است که در آن $k \in \mathbb{N}$ می باشد. گزینه ۲

تعداد اعداد به کار رفته از دسته اول تا آخرین جمله دسته بیستم برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

پس آخرین جمله دسته بیستم، برابر با ۲۱۰ امین عدد طبیعی فرد است که این عدد برابر خواهد بود با:

$$n = 2 \times 210 - 1 = 419$$

۵۳-۹-۳۸

گزینه ۴

$$2b = a + c$$

اگر a و b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند آنگاه:

$$2(3p + 4) = (2p + 3) + (5p - 1) \Rightarrow 6p + 8 = 7p + 2 \Rightarrow p = 6$$

$$\Rightarrow p = 6 \Rightarrow a_1 = 15, a_2 = 22, a_3 = 29 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 7$$

۴۴-۹-۴۶

می دانیم الگوی خطی همان دنباله حسابی است. پس در این سؤال دو دنباله حسابی داریم که اولی را به صورت a_n و قدرنسبت d و دومی را به صورت b_n و قدرنسبت d' در نظر می گیریم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a_4 = b_2 \\ a_8 = b_4 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{a_4 - a_8}^{4d} = \overbrace{b_2 - b_4}^{2d'} (*)$$

$$b_{10} = 0 \Rightarrow b_{15} = b_{10} + 5d' = 0 + 5d' \xrightarrow{(*)} b_{15} = 4d$$



۷۸-۷-۱۶

گزینه ۱ ۳۳

$$6(a+d)^2 = 5a(a+2d) + 3a(a+d) \Rightarrow 2a^2 + ad - 6d^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{-d \pm \sqrt{49d^2}}{4} = \frac{-d \pm 7d}{4} = \begin{cases} a = -2d \\ a = \frac{3}{2}d \end{cases} \Rightarrow \frac{a_2}{d} = \frac{a+3d}{d} = \begin{cases} 1 \\ 4.5 \end{cases}$$

۸۰-۸-۱۲

چون به جملات مقدار ثابت ۴ افزوده می‌شود. لذا اختلاف جملات m ام این دو دنباله عدد ۴ است. گزینه ۱ ۳۴

۲۸-۴۰-۳۲

گزینه ۳ ۳۵

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d ، جمله m از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌آید و اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $b^2 = ac$ است.

$$a_3, a_4, a_5 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} (a_1 + 2d)(a_1 + 4d) = (a_1 + 3d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 6a_1d + 8d^2 = a_1^2 + 6a_1d + 9d^2 \Rightarrow 8d^2 = 9d^2 \Rightarrow d^2 = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\Rightarrow 2 \circ d^2 + 2a_1d = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } 2d} 1 \circ d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

دقت کنید چون جملات دنباله حسابی متمایز هستند، پس $d \neq 0$ و می‌توانیم بر $2d$ تقسیم کنیم.

۶۳-۱۳-۲۴

گزینه ۴ ۳۶

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه $a + c = 2b$ است. همچنین در یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت r ، جمله m از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ به دست می‌آید.

$$a_2, 2a_5, a_8 \Rightarrow a_1 r, 2a_1 r^5, a_1 r^8 \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} a_1 r + a_1 r^8 = 4a_1 r^5 \xrightarrow{\div a_1 r} 1 + r^7 = 4r^4 \Rightarrow r^7 - 4r^4 + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{r^3=A} A^2 - 4A + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 = 12 \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} = r^3 \\ A = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} = r^3 \end{cases}$$

اگر فرض کنیم دنباله، صعودی است، جمله هشتم بزرگ‌ترین جمله است.

$$\frac{a_8}{a_2} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r} = r^6 = (r^3)^2 = (2 + \sqrt{3})^2 = 4 + 3 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

۷۲-۱۱-۱۷

گزینه ۱ ۳۷

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آنگاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه هندسی است.

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b=5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2.5$$

۵۵-۱۶-۲۸

گزینه ۴ ۳۸

روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$q = \text{قدر نسبت دنباله هندسی} = \frac{k-m}{m-n}$$

بنابراین:

$$q = \frac{11-5}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنباله حسابی می‌باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow \text{جمله متوالی تصاعد هندسی} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11} \\ \Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d \\ \Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q(\text{قدر نسبت تصاعد هندسی}) = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۶۲-۱۰-۲۸

گزینه ۴ ۳۹

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه: $b^2 = a \cdot c$

روش اول:

$$a + 3d, a + 5d, a + 11d \Rightarrow (a + 5d)^2 = (a + 3d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 10ad + 25d^2 = a^2 + 14ad + 33d^2$$

$$\Rightarrow -4ad = 8d^2 \xrightarrow[\text{جملات دنباله متمایزند}]{d \neq 0} -4a = 8d \Rightarrow a = -2d \Rightarrow q = \frac{a+5d}{a+3d} \Rightarrow q = \frac{3d}{d} = 3$$

روش دوم: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n}$$

بنابراین:

$$q = \frac{12-6}{6-4} = \frac{6}{2} = 3$$

۳۲-۱۲-۵۶

گزینه ۴

روش اول: در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید و اگر a, b, c جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند $ac = b^2$ است.

$$a_3, a_7, a_{16} \xrightarrow[\text{دنباله هندسی}]{} a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 15d \Rightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 15d) = (a_1 + 6d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 15a_1d + 2a_1d + 30d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 36d^2$$

$$\Rightarrow 6d^2 - 5a_1d = 0 \Rightarrow d(6d - 5a_1) = 0 \Rightarrow 5a_1 = 6d \Rightarrow a_1 = \frac{6}{5}d$$

$$\text{جملات: } \frac{6}{5}d + 2d, \frac{6}{5}d + 6d, \frac{6}{5}d + 15d \rightarrow \frac{16}{5}d, \frac{36}{5}d, \frac{81}{5}d \rightarrow q_{\text{هندسی}} = \frac{\frac{36}{5}d}{\frac{16}{5}d} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

روش دوم: اگر a_m, a_n, a_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می دهند آن گاه $q_{\text{هندسی}} = \frac{p-n}{n-m}$ است.

$$a_3, a_7, a_{16} \rightarrow q_{\text{هندسی}} = \frac{16-7}{7-3} = \frac{9}{4}$$

۳۱-۱۱-۵۷

گزینه ۲ از فاکتورگیری استفاده می کنیم.

$$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+1+2+4+8)} = 52$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x \times \frac{364}{\frac{63}{4}} = 52 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{63 \times 52}{364 \times 4}$$

$$\xrightarrow{364=52 \times 7} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

۲۷-۳۱-۴۲

گزینه ۴

روش اول:

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید و اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه $b^2 = ac$ است.

$$a_7, a_8, a_{17} \Rightarrow a_1 + d, a_1 + 4d, a_1 + 11d \xrightarrow[\text{دنباله ی هندسی}]{} (a_1 + 4d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 11d^2 \Rightarrow 4a_1d = 5d^2 \Rightarrow d = \frac{4}{5}a_1$$

$$a_1 + d, a_1 + 4d, a_1 + 11d \xrightarrow{d=\frac{4}{5}a_1} \frac{9}{5}a_1, \frac{21}{5}a_1, \frac{49}{5}a_1$$

$$q = \frac{\frac{21}{5}a_1}{\frac{9}{5}a_1} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

روش دوم: اگر $a_m, a_n, a_p, \dots$ جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می دهند قدرنسبت دنباله هندسی از رابطه $q = \frac{p-n}{n-m}$ به دست می آید.

$$q = \frac{p-n}{n-m} \Rightarrow q = \frac{17-8}{8-7} = \frac{9}{1} = 9$$

۳۲-۴-۶۳



گزینه ۱ ۴۳ اگر ضلع مربعها را a_n ، مساحتها را s_n و محیطها را p_n نشان دهیم، داریم:

$$s_n = a_n^2, p_n = 4a_n \Rightarrow a_n = \frac{1}{4}p_n \Rightarrow s_n = \left(\frac{1}{4}p_n\right)^2 = \frac{1}{16}p_n^2$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{s_n}{s_{n-1}} = 9 \Rightarrow \frac{\frac{1}{16}p_n^2}{\frac{1}{16}p_{n-1}^2} = 9 \Rightarrow \frac{p_n^2}{p_{n-1}^2} = 9 \Rightarrow \frac{p_n}{p_{n-1}} = 3$$

بنابراین قدر نسبت دنباله محیطها برابر ۳ است.

۳۱-۲۲-۴۷

گزینه ۱ ۴۴ عدد آخر دسته‌ها دنباله هندسی با جمله عمومی 2^n است. بنابراین اعداد دسته سیزدهم به صورت زیر هستند.

$$\{2^{12} + 1, 2^{12} + 2, \dots, 2^{12}\}$$

$$2^{13} - (2^{12} + 1) + 1 = 2^{13} - 2^{12} = 4096$$

چون تعداد اعداد زوج است. میانه این اعداد، میانگین دو عدد وسط است و میانگین دو عدد وسط با میانگین اعداد اول و آخر دسته برابر، پس:

$$\text{میانه} : \frac{2^{12} + 1 + 2^{13}}{2} = \frac{4096 + 1 + 8192}{2} = \frac{12289}{2} = 6144.5$$

۸۰-۵-۱۵

گزینه ۴ ۴۵ چون q و t_1 اعداد طبیعی هستند و دنباله دارای ۵ جمله است قطعاً جملات دنباله افزایشی هستند و جمله پنجم $t_5 = t_1 q^4$ بزرگ‌ترین جمله دنباله است. بنابراین

نمی‌تواند بزرگ‌تر از ۳ باشد زیرا:

$$q \geq 4 \Rightarrow q^4 \geq 4^4 \Rightarrow q^4 \geq 256 \Rightarrow t_5 \geq 256$$

$$q = 2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow \text{دنباله} : 1, 2, 4, 8, 16 \\ t_1 = 2 \Rightarrow \text{دنباله} : 2, 4, 8, 16, 32 \\ t_1 = 3 \Rightarrow \text{دنباله} : 3, 6, 12, 24, 48 \\ t_1 = 4 \Rightarrow \text{دنباله} : 4, 8, 16, 32, 64 \\ t_1 = 5 \Rightarrow \text{دنباله} : 5, 10, 20, 40, 80 \\ t_1 = 6 \Rightarrow \text{دنباله} : 6, 12, 24, 48, 96 \end{cases}$$

$$q = 3 \Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow \text{دنباله} : 1, 3, 9, 27, 81$$

۷ دنباله با شرایط گفته شده وجود دارد.

۷۹-۸-۱۴

گزینه ۳ ۴۶

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$$

اگر دقت کنید، عضوهای آخر دسته‌ها به جز دسته اول یک دنباله هندسی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲ تشکیل می‌دهند.

$$\text{دنباله اعضای آخر دسته‌ها به جز دسته اول} : \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_n = 3 \times 2^{n-2} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\text{عضو آخر دسته دوازدهم} = t_{12} = 3 \times 2^{10} = 3 \times 1024 = 3072$$

$$\text{عضو آخر دسته سیزدهم} = t_{13} = 3 \times 2^{11} = 3 \times 2048 = 6144$$

$$\text{دسته سیزدهم} : \{3072, \dots, 6144\}$$

$$\text{تعداد} = 6144 - 3072 + 1 = 3072$$

چون تعداد اعضا عددی زوج است، میانگین تمام اعضا همان میانگین دو عدد وسط است و میانگین اعداد اول و آخر دسته برابر است، پس داریم:

$$\frac{3072 + 6144}{2} = 4608$$

۳۵-۴۷-۱۸

گزینه ۴ ۴۷

$$\frac{a_p}{a_q} + \frac{a_r}{a^2} = 2 \Rightarrow \frac{aq^p}{a^3q^p} + \frac{aq}{a^2} = 2 \Rightarrow \left(\frac{q}{a}\right)^p + \left(\frac{q}{a}\right) - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{q}{a} = 1 \Rightarrow \frac{a}{q} = 1 \\ \frac{q}{a} = -2 \Rightarrow \frac{a}{q} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{a^2}{a_p} = ? \rightarrow \frac{a^2}{a_p} = \frac{a^2}{aq} = \frac{a}{q} = ?$$

با توجه به دو جواب به دست آمده، فقط گزینه ۴ صحیح است.

۴۲-۲۰-۳۸

۴۸ - گزینه ۲ طبق فرض داریم:

دنباله هندسی جدید: $\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}, \dots$ دنباله هندسی قدیم: $a, ar, ar^2, \dots$

$$\xrightarrow{\text{شرط دنباله هندسی}} \frac{a}{2} + \frac{ar^2}{2} = 2\left(\frac{ar}{2}\right) \xrightarrow{\div \frac{a}{2}} 1 + r^2 = 2r \Rightarrow \underbrace{r^2 - 2r + 1}_{(r-1)^2} = 0 \Rightarrow r = 1$$

پس تمام جملات دنباله حاصل با هم برابر است و دنباله فوق، ثابت است و در نتیجه قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر $d = 0$ است.

$$\Rightarrow r + d = 1 + 0 = 1$$

۴۳ - ۲۱ - ۳۶

۴۹ - گزینه ۱

$$a_7 = \pm \sqrt{a_1}, a_7 = 5$$

$$a_1 \cdot a_7 = a_4^2 = a_1 \Rightarrow a_7 = 1, a_7 = 5 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow a_7 = \frac{1}{5}, a_1 = \frac{1}{25}$$

۳۳ - ۱۲ - ۵۵

۵۰ - گزینه ۴

$$a_7 = \sqrt{a_7} \Rightarrow a_1 q^6 \Rightarrow \sqrt{a_1 q^6} \Rightarrow a_1^2 q^6 = a_1 q^6 \Rightarrow a_1 q = 1$$

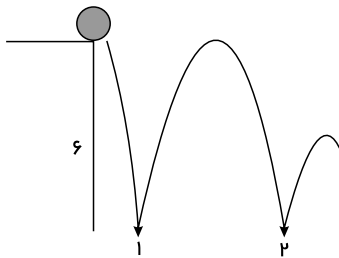
$$a_5 = 27 \Rightarrow a_1 q^4 = 27 \xrightarrow{a_1 q = 1} q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$$

$$a_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

۳۴ - ۵ - ۶۱

۵۱ - گزینه ۱

ابتدا توپ ۶ متر طی می‌کند تا به زمین برسد از این‌جا به بعد هر قدر به سمت بالا حرکت کند به همان میزان باید برگردد.



پس می‌توانیم فقط مسافت‌های طی شده به سمت بالا را محاسبه کنیم و در آخر در عدد ۲ ضرب کنیم، یعنی:

(مسافت‌های به سمت بالا) $2 + 6$: مسافت کل

$$a_1 = \frac{1}{10} \times 6 \text{ بعد از برخورد اول}$$

$$a_2 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times 6 \text{ بعد از برخورد دوم}$$

واضح است یک دنباله هندسی از اعداد با $q = \frac{1}{10}$ و $a_1 = \frac{1}{10} \times 6$ داریم و باید مجموع صد جمله اول آن را بیابیم. طبق نکته حد مجموع چون قدرنسبت کوچک‌تر از واحد است، هرچه به توان برسد کوچک‌تر می‌شود.

$$S_n = \frac{q(1 - q^n)}{1 - q} \xrightarrow{q^n \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$\text{مسافت طی شده : و در نهایت} \quad 6 + 2\left(\frac{\frac{6}{10} \times 6}{1 - \frac{1}{10}}\right) = 54$$

۳۱ - ۴۰ - ۲۹



پاسخنامه کلیدی



۱	۲	۱۲	۴	۲۳	۲	۳۴	۱	۴۵	۴
۲	۴	۱۳	۳	۲۴	۱	۳۵	۳	۴۶	۳
۳	۲	۱۴	۳	۲۵	۲	۳۶	۴	۴۷	۴
۴	۲	۱۵	۱	۲۶	۲	۳۷	۱	۴۸	۲
۵	۳	۱۶	۳	۲۷	۳	۳۸	۴	۴۹	۱
۶	۴	۱۷	۳	۲۸	۲	۳۹	۴	۵۰	۴
۷	۴	۱۸	۴	۲۹	۳	۴۰	۴	۵۱	۱
۸	۳	۱۹	۴	۳۰	۲	۴۱	۲		
۹	۳	۲۰	۱	۳۱	۴	۴۲	۴		
۱۰	۳	۲۱	۴	۳۲	۴	۴۳	۱		
۱۱	۴	۲۲	۲	۳۳	۱	۴۴	۱		