

نوتروکراچی

مثلثات - ارشتہ تجربی



یہ گاز بڑنی، یہ فصل کنکور می پرہ!

 notruphil  notruphil

 www.notruphil.com



کارخونه رتبه برتر سازی، نوتروفیل!



نوטר وفیل خونه رتبه برترها

قبولی های کنکور ۱۴۰۳



رتبه ۲



محمدعلی موسی پور

تک رقمی نوטר وفیل

رتبه ۶۸



منیره زمانی

رتبه ۴۸



محمدحسین هاشمی

دو رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۱۹۵



سید حسین تقوی

رتبه ۱۳۴



امیرمحمد ملکشاهی

رتبه ۱۱۲



امیرمحمد شریفی کلوری

سه رقمی و چهار رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۵۷۵



هانیه گنجعلی

رتبه ۵۰۹



علیرضا شهنساری

رتبه ۴۲۸



مهدیه اسدی ارزنده

رتبه ۳۵۷



فاطمه مروت بلسی

رتبه ۶۶۸



فائزه حیدری دهکردی

رتبه ۶۳۹



هلیا رضایی

رتبه ۶۲۷



فریما آقاپور

رتبه ۶۰۳



ریحانه فلاح امینی

رتبه ۸۸۱



حلما ناصری

رتبه ۸۰۵



لعیا زنگنه قاسم آبادی

رتبه ۷۹۳



سارینا تقی زاده

رتبه ۶۷۴



علی اسدی

رتبه ۱۰۲۰



مهسا پیری

رتبه ۱۰۲۰



سارا دهقان

رتبه ۹۹۵



جواد فلاحتی

رتبه ۹۱۴



کیانا شیرین فر

رتبه ۱۱۲۵



سمیرا تباوار

رتبه ۱۱۱۱



رضا نصیری مدیسه

رتبه ۱۰۴۹



محمد خرم آبادی

رتبه ۱۰۲۴



ژینو نادری

رتبه ۱۲۶۷



مهدی آزادبخت

رتبه ۱۲۲۵



سید مهدی حیات غیبی

رتبه ۱۲۲۵



مهدی فیض زاده

رتبه ۱۲۰۴



یکتا سلیمانی پور

رتبه ۱۴۰۹



غزل قبادی

رتبه ۱۳۱۶



یسری ابوالمحمدی مله

رتبه ۱۳۰۶



مهتاب کامل

رتبه ۱۲۷۲



نرگس جوانی

رتبه ۱۵۹۸



محمد رضا دادپور

رتبه ۱۵۸۷



مهدی تیموری

رتبه ۱۴۳۹



ریحانه جعفری خیرخواه

رتبه ۱۴۱۶



زینب پارسا صفت

رتبه ۱۷۲۹



علی عزیززاده

رتبه ۱۷۲۹



علیرضا انصاری

رتبه ۱۶۶۹



مائده سادات حسینی

رتبه ۱۶۱۹



مehشید خانی

رتبه ۱۷۸۲



یاسین رئیسی زیدآبادی

رتبه ۱۷۷۶



علی عرب خانی

رتبه ۱۷۴۲



الهه فکاری



مشاوره کنکور نوتروفیل

سوالات کنکور سراسری از

مثلثات نوتروفیل - بهار ۱۴۰۴

مناسب تمام کنکوری های

رشته تجربی



۱ نمودار تابع $y = 2^{\sin x}$ را ابتدا به اندازه $\frac{\pi}{3}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{4}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[0, \pi]$ کدام است؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۴ (۴)

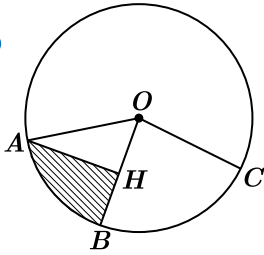
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲ مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به محیط 2π و AH عمود منصف OB است. محیط قسمت هاشور خورده چقدر است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

از محیط مثلث OAH ، بزرگتر است؟



$\frac{2\pi - 3}{6}$ (۲)

$\frac{2\pi - 1}{3}$ (۱)

$\frac{\pi - 3}{3}$ (۴)

$\frac{\pi - 1}{6}$ (۳)

۳ اندازه دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $8\sqrt{3}$ واحد است. این دو قطر با زاویه 60° درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۶

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۴۸ (۱)

۴ ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رویت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و 40° درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ $(\tan 40^\circ = 0.8)$ مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۴

۷.۲ (۴)

۷ (۳)

۶.۴ (۲)

۶ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

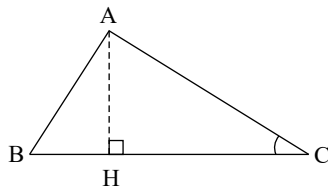
۵ در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $AC = 96$. اندازه ارتفاع AH کدام است؟

۴۸ (۱)

۵۶ (۲)

۶۴ (۳)

۷۲ (۴)



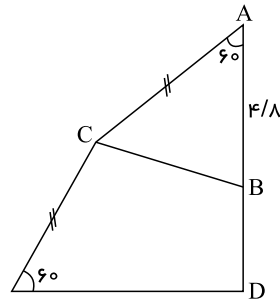
۶ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $7\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

$6\sqrt{6}$ (۱)

$3\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۴)



۷ در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB ، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

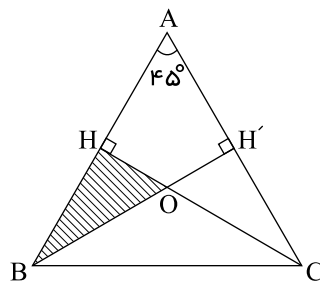
مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

$\frac{6}{2 + \sqrt{3}}$ (۱)

$\frac{8}{2 + \sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{12}{3 + 2\sqrt{2}}$ (۳)

$\frac{16}{3 + 2\sqrt{2}}$ (۴)



مرجع: سراسری - ۱۳۹۴

۸ حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

$\frac{16}{9}$ (۴)

$\frac{9}{16}$ (۳)

$-\frac{9}{16}$ (۲)

$-\frac{16}{9}$ (۱)





مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۹ حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

۱/۲ (۴)

۱/۴ (۳)

-۱/۲ (۲)

-۱/۴ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۴

۱۰ حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = 0.4$ ، کدام است؟

۵/۸ (۴)

۷/۳ (۳)

۳/۴ (۲)

-۳/۴ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۱

۱۱ اگر $\tan \theta = 0.2$ باشد مقدار $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱/۲ (۲)

-۲ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۱۲ حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

۳/۲ (۴)

۱/۲ (۳)

-۱/۲ (۲)

-۳/۲ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱۳ حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟ $\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

۱۴ اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟ $0.5\sqrt{6}$ (۴) $-0.75\sqrt{3}$ (۳) $0.75\sqrt{3}$ (۲) $-0.5\sqrt{6}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

۱۵ اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ $(-1, 2)$ (۴) $(-1, 2]$ (۳) $(-2, 1]$ (۲) $(-2, 1)$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۱۶ حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

۲/۵ (۴)

-۲/۵ (۳)

-۰/۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۱۷ خط $2mx + (m^2 - 1)y = 3$ به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x زاویه 60° می‌سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

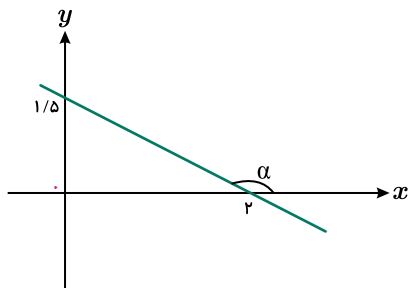
۴/√۳ (۴)

۲/√۳ (۳)

۴√۳ (۲)

۲√۳ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۱۸ در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است؟

-۴/۳ (۴)

-۳/۴ (۳)

۴/۳ (۲)

۳/۴ (۱)





مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۱۹ اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(۱) $(-1, 5)$

(۲) $(-1, 1)$

(۳) $(-1, 5]$

(۴) $(-1, 1]$

۲۰ در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) ۳

۲۱ اگر $\cot \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1-\cos^2 \alpha}}$ و $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1-\sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

(۱) چهارم

(۲) سوم

(۳) دوم

(۴) اول

۲۲ اگر $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ و $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1+\sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

(۱) چهارم

(۲) سوم

(۳) دوم

(۴) اول

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

۲۳ اگر $\tan x + \cot x = 4$ و $5\pi < x < 6\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۲۴ در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت $(\hat{B} - \hat{C})$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

(۱) ۳

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۴) $\sqrt{3}$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۵

۲۵ اگر انتهای کمان α در ناحیه اول باشد، عبارت $\sqrt{1+\cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}}$ برابر کدام است؟

(۱) $-\tan \alpha$

(۲) $-\cot \alpha$

(۳) $\tan \alpha$

(۴) $\cot \alpha$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۲۶ اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} (\frac{1}{\sin x} - \sin x)$ کدام است؟

(۱) $-\cos^2 x$

(۲) $-\cos x$

(۳) $\cos^2 x$

(۴) $\cos x$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۲۷ اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1+\tan^2 x} (2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟

(۱) $\sin x$

(۲) $\cos x$

(۳) $-\sin x$

(۴) $-\cos x$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

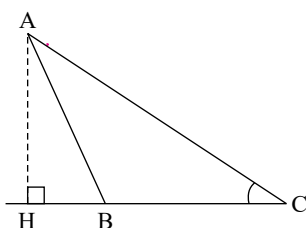
۲۸ در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$ ، اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟

(۱) $3\frac{25}{13}$

(۲) $3\frac{5}{13}$

(۳) $3\frac{6}{13}$

(۴) $3\frac{75}{13}$





مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

۳۹ اگر $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

۳۰ اگر $2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$\frac{1}{4} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3}{2} \quad \text{۱}$$

۳۱ فرض کنید زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

$$\frac{-4(2 + \sqrt{5})}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3} \quad \text{۳}$$

$$\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3} \quad \text{۱}$$

۳۲ اگر $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

$$\frac{6 - \sqrt{27}}{32} \quad \text{۴}$$

$$\frac{6 - \sqrt{27}}{16} \quad \text{۳}$$

$$\frac{6 + \sqrt{27}}{16} \quad \text{۲}$$

$$\frac{6 + \sqrt{27}}{32} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۵

۳۳ اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2})$ کدام است؟

$$2 \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{2} \quad \text{۲}$$

$$-2 \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۱

۳۴ اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

$$-4 \quad \text{۴}$$

$$-3 \quad \text{۳}$$

$$1 \quad \text{۲}$$

$$5 \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۵

۳۵ اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{8} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{3}{8} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

۳۶ اگر $\tan x = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{3}{2} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۲

۳۷ حاصل $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{1}{4} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۸۸

۳۸ اگر $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{2}{3} \quad \text{۱}$$





مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۳۹ اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

۴۸/۰ (۴)

۲۷/۰ (۳)

۵۲/۰- (۲)

۲۳/۱- (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۴۰ حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

۳/۲ (۴)

۱/۲ (۳)

۱/۲- (۲)

۳/۲- (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۸۴

۴۱ اگر $\tan 2^\circ = 0.36$ ، حاصل $\frac{\sin 16^\circ - \cos 2^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 7^\circ}$ کدام است؟

۳۱/۱۶ (۴)

۱۷/۸ (۳)

۱۵/۸ (۲)

۹/۴ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۴۲ حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

۱- (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۱

۴۳ ساده شده کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$ کدام است؟

$16 \sin^{-4} 2\theta$ (۴)

$16 \cos^{-4} 2\theta$ (۳)

$8 \sin^{-2} 2\theta$ (۲)

$8 \cos^{-2} 2\theta$ (۱)

۴۴ حاصل عبارت $\tan(30^\circ) \cos(21^\circ) + \tan(48^\circ) \sin(84^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

۱/۲- (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۴۵ اگر زاویه α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ کدام است؟

$-\frac{1056}{175}$ (۴)

$\frac{96}{175}$ (۳)

$\frac{1056}{175}$ (۲)

$-\frac{96}{175}$ (۱)

۴۶ حاصل عبارت $\tan(285^\circ) \tan(-165^\circ) - \sin(1095^\circ) \cos(255^\circ)$ کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

$-\cos^2(15^\circ)$ (۴)

$-\sin^2(15^\circ)$ (۳)

$\cos^2(15^\circ)$ (۲)

$\sin^2(15^\circ)$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۴۷ اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{36})$ کدام است؟

$\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$ (۴)

$\frac{6 + \sqrt{3}}{16}$ (۳)

$\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$ (۲)

$\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۸۲

۴۸ حاصل $\cos 165^\circ \cos 105^\circ$ کدام است؟

۱/۲ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۴- (۲)

۱/۲- (۱)

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۴۹ اگر $f(\alpha) = 4 \sin(\alpha) \cos(2\alpha) + 2 \sin(\alpha)$ باشد مقدار $f(\frac{41\pi}{9})$ کدام است؟

۱- (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$-\sqrt{3}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۷۷

۵۰ حاصل عبارت $2 \cos^2(\frac{7\pi}{4} - x) - \cos^2 x (1 + \tan^2 x)$ برابر است با:

$\cos 2x$ (۴)

$-\sin 2x$ (۳)

$-\cos 2x$ (۲)

$\sin 2x$ (۱)





مرجع: سراسری - ۱۳۸۳

۵۱ اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\cos a \cos b \cos(\frac{\pi}{2} - a) \cos(\frac{\pi}{2} - b)$ کدام است؟

$$\cos^2 2a \quad \text{۴}$$

$$\sin^2 2a \quad \text{۳}$$

$$\cos 4a \quad \text{۲}$$

$$\sin 4a \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

۵۲ اگر $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ کدام است؟

$$\frac{91}{105} \quad \text{۴}$$

$$\frac{16}{105} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{16}{105} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{91}{105} \quad \text{۱}$$

۵۳ خطوط $2x + ay = 6$ و $x + 2y = 3$ یکدیگر را در نقطه A و خط $x + y = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقدار $\cot(B - C)$ در مثلث ABC کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

$$-\frac{4}{3} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{3}{5} \quad \text{۳}$$

$$-\frac{3}{4} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{5}{3} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

۵۴ حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ ، کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad \text{۴}$$

$$2\sqrt{2} \quad \text{۳}$$

$$\sqrt{6} \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۰

۵۵ اگر $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$ باشد کم‌ترین مقدار $\frac{1 - \tan^2(45 - \alpha)}{1 + \tan^2(45 - \alpha)}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۴}$$

$$-\sqrt{2} \quad \text{۳}$$

$$1 \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۸۲

۵۶ خلاصه شده‌ی عبارت $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha)$ کدام است؟

$$0 \quad \text{۴}$$

$$\cos 2\alpha \quad \text{۳}$$

$$\sin 2\alpha \quad \text{۲}$$

$$-\sin 2\alpha \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۹

۵۷ حاصل عبارت $\sin x \cos x (1 - 2\sin^2 x)$ به ازای $x = 75^\circ$ کدام است؟

$$\frac{3}{16} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3}{8} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{8} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۴

۵۸ اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan 2x$ ، کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad \text{۴}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{۳}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{3}{2} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۵۹ اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

$$-3 \quad \text{۴}$$

$$3 \quad \text{۳}$$

$$-2 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

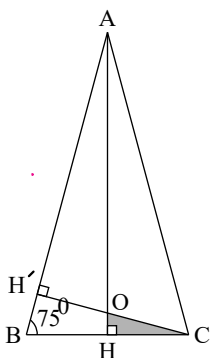
۶۰ در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad \text{۱}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}} \quad \text{۳}$$

$$\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} \quad \text{۴}$$





مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۶۱ ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ کدام است؟

۴ $2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۳ $2 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۲ $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۱ $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۹

۶۲ با فرض $f(x) = x^2 - 2$ مقدار $f(f(f(2 \cos x)))$ کدام است؟

۴ $2 \cos 8x$

۳ $2 \sin 8x$

۲ $2 \cos^4 x$

۱ $2 \sin^4 x$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۶۳ اگر $6\sqrt{5}(\sin x + \cos x) = 1$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند باشد؟

۴ ۳

۳ $\frac{1}{2}$

۲ -۲

۱ $-\frac{1}{3}$

۶۴ اگر اختلاف جواب های غیر صفر معادله $\cot\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi + 8x}{2}\right)$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ برابر α باشد، مقدار $\cos(3\alpha)$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

۴ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

۳ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۲ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

۱ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۶۵ دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ کدام است؟

۴ π

۳ ۲

۲ ۱

۱ $\frac{1}{2}$

۶۶ تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه محصور به منحنی f و محور x ها در بازه $[0, 75, 3, 25]$ ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۴ ۴

۳ $3,5$

۲ ۳

۱ ۲

۶۷ فرض کنید تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نسبت به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ متقارن باشد. کدام عبارت زیر درست است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۲ f تابعی متناوب با دوره تناوب ۳ است.

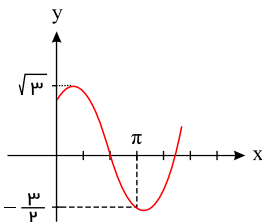
۱ f تابعی متناوب با دوره تناوب ۵ است.

۴ f تابعی متناوب با دوره تناوب ۴ است.

۳ f تابعی متناوب با دوره تناوب ۲ است.

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۶۸ شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ است. b کدام است؟



۲ $\frac{3}{2}$

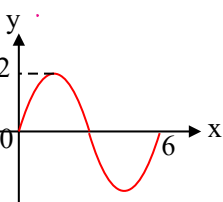
۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴ ۲

۳ $\sqrt{3}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۳

۶۹ شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



۲ $\frac{5}{3}$

۱ $\frac{4}{3}$

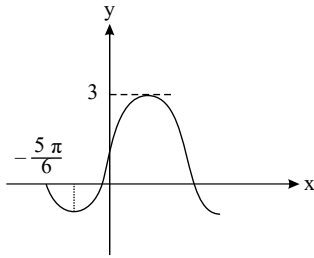
۴ $\frac{8}{3}$

۳ $\frac{7}{3}$



مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۷۰ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



۱٫۵

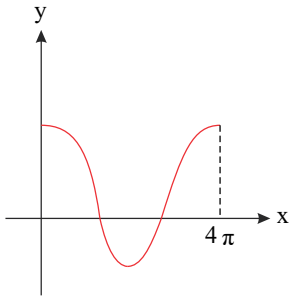
۲

۲٫۵

 $1 + \sqrt{3}$

۷۱ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ای به طول $x = \frac{16\pi}{3}$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

 $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

۱

صفر

مرجع: سراسری - ۱۳۹۱

۷۲ با کدام ضابطه $f(x)$ همواره تساوی $f(x) = |f(x)| - 1$ برقرار است؟

 $\cos 2\pi x$ $\sin 2\pi x$ $\cos \pi x$ $\sin \pi x$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۳

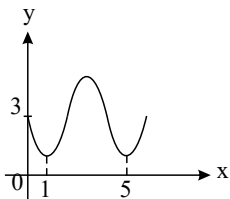
۷۳ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ کدام است؟

۲

۲٫۵

۳

۳٫۵



مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۶

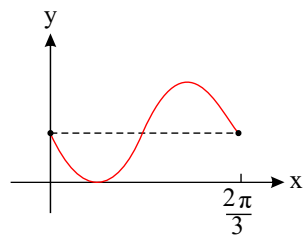
۷۴ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ کدام است؟

صفر

 $\frac{1}{2}$

۱

۲



مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۷۵ دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ کدام است؟

 π

۲

۱

 $\frac{1}{2}$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

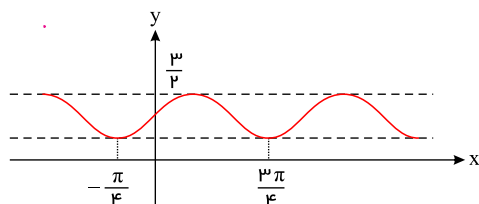
۷۶ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟

۱

 $\frac{3}{2}$

۲

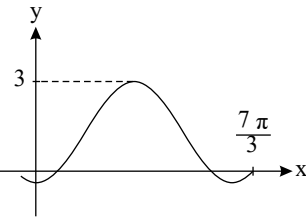
۳





مرجع: سراسری- ۱۳۹۹

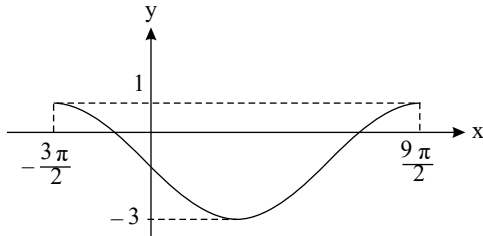
۷۷ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ است. مقدار b ، کدام است؟



- ۱ ۲
- ۲ ۱
- ۳ -۱
- ۴ -۲

مرجع: سراسری- ۱۳۹۹

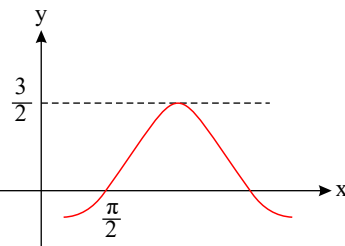
۷۸ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



- ۱ -۲
- ۲ -۳
- ۳ -۴
- ۴ -۶

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۹

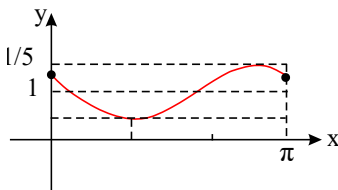
۷۹ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. مقدار a ، کدام است؟



- ۱ -۱
- ۲ -1/2
- ۳ 1/2
- ۴ ۱

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۵

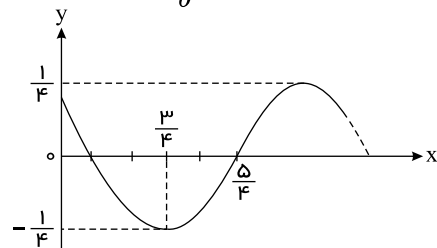
۸۰ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$ است. $a + b$ کدام است؟



- ۱ ۲
- ۲ ۴

- ۱ 1/2
- ۲ ۳/۲

۸۱ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

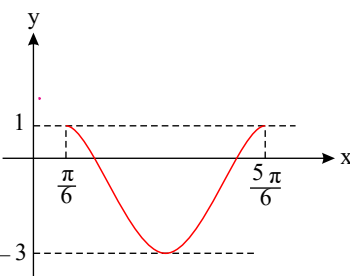


مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

- ۱ 1/16
- ۲ ۱
- ۳ 1/4π
- ۴ π

مرجع: خارج از کشور- ۱۳۹۹

۸۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه تناوب است. مقادیر b و c ، کدام‌اند؟



- ۱ $b = 3, c = -1$
- ۲ $b = 3, c = -2$
- ۳ $b = \frac{3}{2}, c = -2$
- ۴ $b = \frac{3}{2}, c = -1$





مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۷

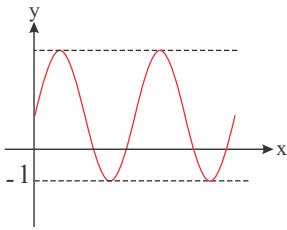
۸۳ شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است. $a + b$ کدام است؟

۱ ۳

۲ ۴

۳ ۵

۴ ۶



مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

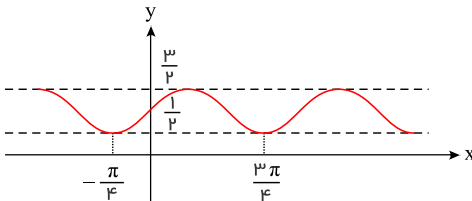
۸۴ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟

۲ ۳/۲

۴ ۳

۱ ۱

۳ ۲



مرجع: سراسری - ۱۳۹۷

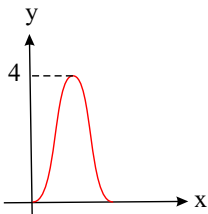
۸۵ شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2}x)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟

۲ -۱

۴ ۲

۱ -۲

۳ ۱



مرجع: سراسری - ۱۳۹۵

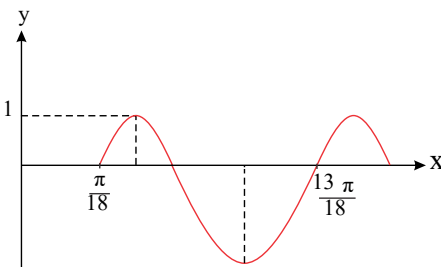
۸۶ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟

۱ 1/2

۲ ۱

۳ 3/2

۴ ۲



مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

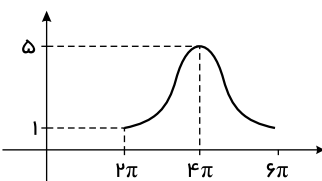
۸۷ شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟

۲ ۴

۴ ۱

۱ ۵

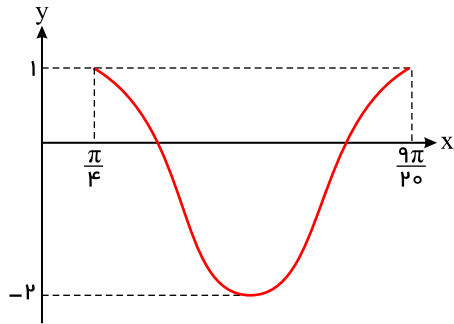
۳ ۳





مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

۸۸ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



۴ -۷٫۵

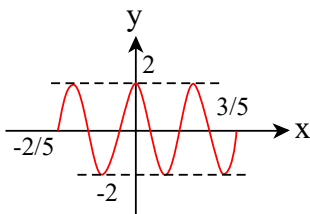
۳ ۷٫۵

۲ -۱۵

۱ ۱۵

مرجع: سراسری - ۱۳۹۲

۸۹ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi\left(\frac{1}{4} + bx\right)$ است. $a \cdot b$ کدام است؟ ($b > 0$)



۱ ۲

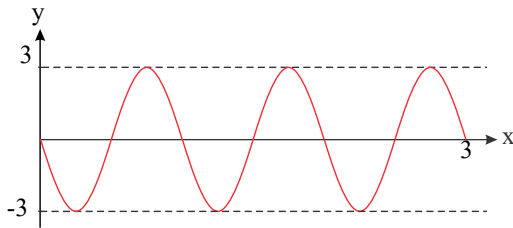
۲ ۲٫۵

۳ ۳

۴ ۳٫۵

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۲

۹۰ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a \cdot b$ کدام می‌باشد؟



۱ -۶

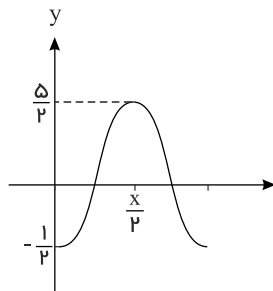
۲ -۳

۳ ۴٫۵

۴ ۶

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۹۱ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می‌دهد، مقدار ac کدام است؟



۱ -۵

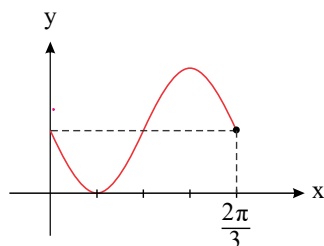
۲ -۲

۳ -۵/۲

۴ -۳/۲

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۶

۹۲ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟

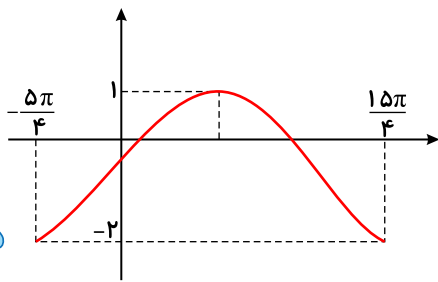


۱ صفر

۲ ۱/۲

۳ ۱

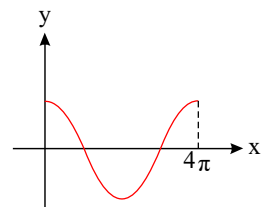
۴ ۲



۹۳ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۲

- ۱ $-\frac{3}{2}$
۲ $\frac{3}{2}$
۳ $-\frac{3}{6}$
۴ $\frac{3}{6}$

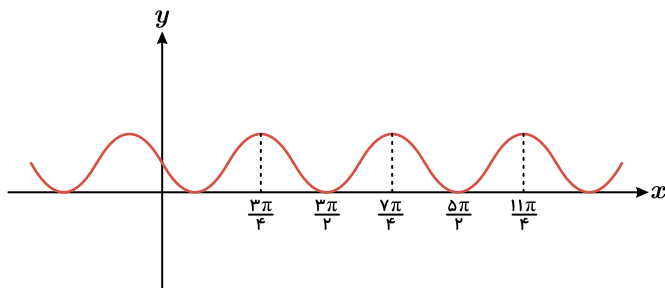
مرجع: سراسری - ۱۳۹۶



۹۴ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ کدام است؟

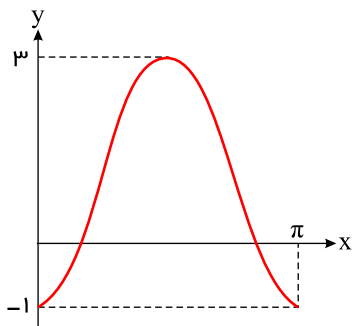
- ۱ $-\frac{1}{2}$
۲ $\frac{1}{2}$
۳ ۱
۴ صفر

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳



۹۵ شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟

- ۱ 4π
۲ 6π
۳ 3π
۴ 2π



۹۶ اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx - \frac{3\pi}{4}) \cos(cx - \frac{3\pi}{4})$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

- ۱ $\frac{\pi}{6}$
۲ $\frac{\pi}{4}$
۳ $\frac{\pi}{2}$
۴ $\frac{2\pi}{3}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

۹۷ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - 3 \sin \frac{\pi}{a} x$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است. دوره تناوب تابع $-3f(2x)$ کدام است؟

- ۱ ۱
۲ $\frac{1}{4}$
۳ π
۴ $\frac{\pi}{4}$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۹۸ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

- ۱ 3π
۲ 4π
۳ 6π
۴ 12π

مرجع: سراسری - ۱۳۹۷

۹۹ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\tan x \tan 3x = 1$ ، کدام است؟

- ۱ $x = \frac{k\pi}{4}$
۲ $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$
۳ $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$
۴ $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۱

۱۰۰ نمودار تابع $y = -4 \cos(\frac{\pi}{4} - 3\pi x)$ ، روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

- ۱ ۱
۲ ۲
۳ ۳
۴ ۴



مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

۱۰۱ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$ کدام است؟

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴)

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۲

۱۰۲ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۴

۱۰۳ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟

$x = k\pi + \frac{\pi}{8}$ (۴)

$x = k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۳)

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۲)

$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۷

۱۰۴ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$ کدام است؟

$x = \frac{(2k+1)\pi}{5}$ (۴)

$x = k\pi + \frac{\pi}{5}$ (۳)

$x = \frac{2k\pi}{5}$ (۲)

$x = \frac{k\pi}{5}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۶

۱۰۵ مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

5π (۴)

$\frac{9\pi}{2}$ (۳)

4π (۲)

$\frac{14\pi}{3}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۲

۱۰۶ مجموع تمام جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

11π (۴)

10π (۳)

9π (۲)

8π (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۵

۱۰۷ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ کدام است؟

$x = k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۴)

$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۳)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۸۷

۱۰۸ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $2\sin(\pi - x)\cos(\frac{3\pi}{2} + x) + 3\cot x \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)

$x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۲)

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۱

۱۰۹ نمودار تابع $y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$ روی بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{2}]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱۱۰ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲)

$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$ (۱)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۳

۱۱۱ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$ به کدام صورت است؟

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۳)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲)

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱)

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

۱۱۲ مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $4\sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

5π (۴)

4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)





مرجع: سراسری - ۱۳۹۱

۱۱۳ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ به کدام صورت است؟

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad \text{۴}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{۳}$$

$$x = \frac{2k\pi}{3} \quad \text{۲}$$

$$x = \frac{k\pi}{3} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۷۹

۱۱۴ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2$ به کدام صورت است؟

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad \text{۴}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad \text{۳}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{۲}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۰

۱۱۵ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3}$ کدام است؟

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad \text{۴}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad \text{۳}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{۲}$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{6} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۱۱۶ مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$4\pi \quad \text{۴}$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$3\pi \quad \text{۲}$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۸۳

۱۱۷ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$ به کدام صورت است؟

$$x = k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۳}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad \text{۲}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۰

۱۱۸ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ کدام است؟

$$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{۴}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{۲}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

۱۱۹ تعداد جواب‌های معادلهی مثلثاتی $4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$ در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، کدام است؟

$$5 \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۸۶

۱۲۰ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $2 \tan x \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است؟

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۳}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۲}$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۳

۱۲۱ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\sin 4x \cos 2x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \quad \text{۴}$$

$$\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \quad \text{۳}$$

$$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12} \quad \text{۲}$$

$$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{12} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۱

۱۲۲ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

$$x = k\pi - \frac{\pi}{6} \quad \text{۴}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{۳}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \quad \text{۲}$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \quad \text{۱}$$

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

۱۲۳ مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ در بازه $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$\frac{11\pi}{2} \quad \text{۴}$$

$$\frac{9\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$6\pi \quad \text{۲}$$

$$5\pi \quad \text{۱}$$

۱۲۴ مجموع جواب‌های معادلهی مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر کدام است؟

$$\frac{7\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{5\pi}{4} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad \text{۱}$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۵



۱۲۵ جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

$x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ (۴)
 $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۳)
 $x = \frac{2k\pi}{3}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{3}$ (۱)

۱۲۶ مجموع تمام جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x$ در بازه $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۵

$\frac{11\pi}{3}$ (۴)
 $\frac{5\pi}{2}$ (۳)
 $\frac{9\pi}{4}$ (۲)
 $\frac{7\pi}{4}$ (۱)

۱۲۷ جواب کلی معادلهٔ $2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۸۱

$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۴)
 $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۳)
 $x = 2k\pi + \pi$ (۲)
 $x = k\pi$ (۱)

۱۲۸ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2}\sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۸

3π (۴)
 2π (۳)
 $\frac{7\pi}{2}$ (۲)
 $\frac{5\pi}{2}$ (۱)

۱۲۹ جواب کلی معادلهٔ $2\sin^2 x = 3\cos x$ به کدام صورت است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۸۶

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۴)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۳)
 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)
 $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۱)

۱۳۰ جواب کلی معادلهٔ $\cos 3x + \cos x = 0$ با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۴

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)
 $x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)
 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۱)

۱۳۱ تعداد جواب‌های معادلهٔ $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

6 (۴)
 5 (۳)
 3 (۲)
 1 (۱)

۱۳۲ جواب‌های معادلهٔ $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۴)
 $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۳)
 $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۲)
 $x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۱)

۱۳۳ فرض کنید A مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$ در بازهٔ $[0, \pi]$ باشد،

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

ماکزیم عضو مجموعهٔ A ، کدام است؟

$\frac{8}{9}\pi$ (۴)
 $\frac{7}{9}\pi$ (۳)
 $\frac{6}{7}\pi$ (۲)
 $\frac{5}{7}\pi$ (۱)

۱۳۴ جواب کلی معادلهٔ $\cos^2 x + 3\sin(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$ به کدام صورت است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۸۴

$x = (2k + 1)\pi$ (۴)
 $x = k\frac{\pi}{2}$ (۳)
 $x = 2k\pi$ (۲)
 $x = k\pi$ (۱)

۱۳۵ جواب کلی معادلهٔ $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x$ به کدام صورت است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۴

$x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۴)
 $x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8}$ (۳)
 $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$ (۲)
 $x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{16}$ (۱)

۱۳۶ جواب کلی معادلهٔ $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2\cos^2 x$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۳

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)
 $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)
 $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲)
 $\frac{k\pi}{2}$ (۱)



۱۳۷ اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

- ۱ ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲ ☐ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ ☐ $\sqrt{3}$ ۴ ☐ $-\sqrt{3}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۱۳۸ مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱ ☐ $\frac{\pi}{2}$ ۲ ☐ $\frac{3\pi}{2}$ ۳ ☐ $\frac{\pi}{4}$ ۴ ☐ $\frac{5\pi}{4}$

مرجع: سراسری - ۱۳۸۷

۱۳۹ جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{2} + x) \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

- ۱ ☐ $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۲ ☐ $k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۳ ☐ $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۴ ☐ $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۱۴۰ جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$ بیان شده است، مجموعه مقادیر i کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۸۳

- ۱ ☐ $\{7, 9\}$ ۲ ☐ $\{1, 3, 5\}$ ۳ ☐ $\{1, 4, 7\}$ ۴ ☐ $\{1, 5, 9\}$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

۱۴۱ تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $8 \cos x - \tan^2 x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱ ☐ ۵ ۲ ☐ ۴ ۳ ☐ ۳ ۴ ☐ ۲

۱۴۲ نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله $\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x$ بر روی دایره‌ی مثلثاتی رأس‌های کدام چند ضلعی است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۱

- ۱ ☐ مربع ۲ ☐ مستطیل ۳ ☐ مثلث قائم الزاویه ۴ ☐ مثلث متساوی الساقین

مرجع: سراسری - ۱۳۸۶

۱۴۳ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

- ۱ ☐ $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$ ۲ ☐ $2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ۳ ☐ $k\pi + \frac{5\pi}{6}$ ۴ ☐ $k\pi + \frac{\pi}{3}$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

۱۴۴ کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های معادله $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

- ۱ ☐ 2π ۲ ☐ π ۳ ☐ $\frac{\pi}{2}$ ۴ ☐ $\frac{\pi}{3}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۱۴۵ تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $5 \sin^2(x) + 2 \cos(3x) = -2$ در فاصله $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- ۱ ☐ ۱ ۲ ☐ ۲ ۳ ☐ ۵ ۴ ☐ ۷

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۲

۱۴۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \cos 2x = \cot x (4 \sin x + \tan x)$ ، کدام می‌باشد؟

- ۱ ☐ $k\pi - \frac{\pi}{3}$ ۲ ☐ $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳ ☐ $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ۴ ☐ $2k\pi \pm \frac{2\pi}{6}$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۱۴۷ اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

- ۱ ☐ $\frac{5\pi}{6}$ ۲ ☐ $\frac{\pi}{3}$ ۳ ☐ $\frac{\pi}{6}$ ۴ ☐ $\frac{2\pi}{3}$

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۱۴۸ تعداد جواب‌های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- ۱ ☐ ۱ ۲ ☐ ۲ ۳ ☐ ۳ ۴ ☐ ۴

۱۴۹ تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\frac{1}{8} = (1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))$ ، در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

- ۱ ☐ ۷ ۲ ☐ ۱۰ ۳ ☐ ۱۲ ۴ ☐ ۱۴



مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۱۵۰. مجموعه جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin(x) \cos(2x) + \sin(x) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{7\pi}{2}$ ۴

3π ۳

$\frac{5\pi}{2}$ ۲

2π ۱

مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۳

۱۵۱. معادلهٔ مثلثاتی $2 \cos^2 x = \sin x + 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱ ۴

۲ ۳

۳ ۲

۴ ۱

مرجع: سراسری - ۱۴۰۳

۱۵۲. معادلهٔ مثلثاتی $\sin 2x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ ۴

۶ ۳

۵ ۲

۴ ۱



پاسخنامه تشریحی

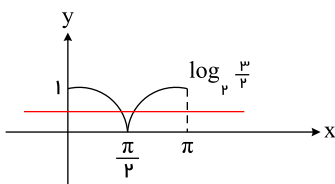
گزینه ۳

$$y = 2^{\sin x} \xrightarrow{\text{به راست}} y = 2^{\sin(x - \frac{\pi}{2})} = 2^{|\cos x|} \xrightarrow{\text{به چپ}} y = 2^{|\cos x|} \xrightarrow{y=0} 2^{|\cos x|} = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_2 \frac{3}{2} = |\cos x|$$

$\log_2 \frac{3}{2}$ در واقع عدد بین صفر تا یک است؛ زیرا:

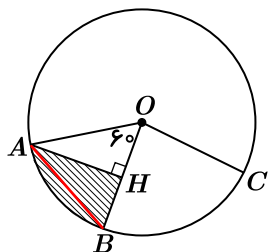
$$\underbrace{\log_2 1}_{\text{صفر}} < \log_2 \frac{3}{2} < \underbrace{\log_2 2}_1$$

حال تابع $y = |\cos x|$ و خط $y = \log_2 \frac{3}{2}$ را رسم می‌کنیم.
خط و نمودار در دو نقطه تقاطع دارند.



۴۹-۲۸-۲۳

گزینه ۴



$$P = 2\pi r \Rightarrow 2\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 1, OH = \frac{1}{2}OA \Rightarrow \angle OAH = 30^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$$

$$OA = OB = AB = 1 \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}(1) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \widehat{AB} = \frac{1}{6}(2\pi) = \frac{\pi}{3}$$

$$(\widehat{AH} + \widehat{BH} + \widehat{AB}) - (OA + OH + AH) = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

۴۵-۳۱-۲۴

گزینه ۴

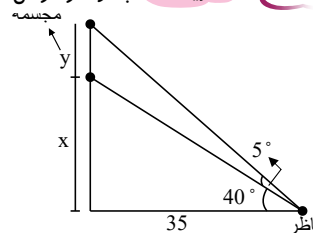
مساحت هر چهارضلعی از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویهٔ بینشان به دست می‌آید.

$$S = \frac{1}{2}(12)(8\sqrt{3})(\sin 60^\circ) = (48\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 24 \times 3 = 72$$

۵۰-۷-۴۳

گزینه ۳

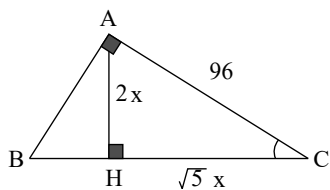
با در نظر گرفتن شکل زیر داریم:



۶۴-۵-۳۰

گزینه ۳

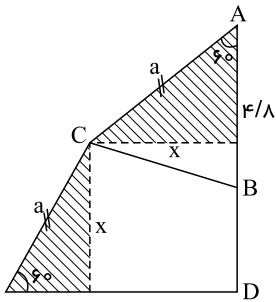
چون $\cot C = \frac{CH}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ است می‌توان $CH = \sqrt{5}x$ و $AH = 2x$ را در نظر گرفت.



$$\triangle AHC: (96)^2 = (2x)^2 + (\sqrt{5}x)^2 \rightarrow 96 \times 96 = 4x^2 + 5x^2 \rightarrow 96 \times 96 = 9x^2 \rightarrow x^2 = 32 \times 32 \rightarrow x = 32 \rightarrow AH = 2x = 64$$

۵۶-۷-۳۷

گزینه ۲ طبق مساحت سینوسی مثلث ABC داریم:



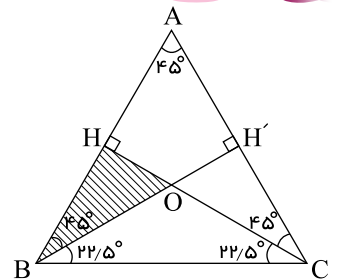
$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2} a \times 4,8 \times \sin 60^\circ \\ S_{ABC} = 7,2\sqrt{3} \text{ فرض} \end{cases} \rightarrow 1,2 a \sqrt{3} = 7,2\sqrt{3} \Rightarrow a = 6$$

دو مثلث قائم الزاویه هاشور خورده با هم هم‌نهشت‌اند و داریم $x = a \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$ پس CD قطر مربعی به ضلع $3\sqrt{3}$ است و در نتیجه:

$$CD = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6}$$

۷۴-۳-۲۳

گزینه ۴



$$\triangle AH'B : \sin 45^\circ = \frac{AH'}{AB} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH'}{8} \rightarrow AH' = 4\sqrt{2} \rightarrow AH = 4\sqrt{2} \rightarrow BH = 8 - 4\sqrt{2}$$

مثلث OHB به خاطر داشتن دو زاویه 45° متساوی‌الساقین است، پس: $OH = BH = 8 - 4\sqrt{2}$

$$S_{\triangle OBH} = \frac{BH \times OH}{2} = \frac{(8 - 4\sqrt{2})(8 - 4\sqrt{2})}{2} = \frac{(4(2 - \sqrt{2}))(4(2 - \sqrt{2}))}{2} = \frac{16(2 - \sqrt{2})^2}{2} = 8(4 + 2 - 4\sqrt{2}) = 16(3 - 2\sqrt{2})$$

این جواب در گزینه‌ها نیست پس عبارت را در مزدوجش ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$16(3 - 2\sqrt{2}) \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} = 16 \left(\frac{9 - 8}{3 + 2\sqrt{2}} \right) = \frac{16}{3 + 2\sqrt{2}}$$

۳۳-۴۸-۱۹

گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب 15° می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \cos 285^\circ &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 525^\circ &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \end{aligned}$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

صورت و مخرج را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0,28 + 1}{0,28 - 1} = \frac{1,28}{-0,72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

۵۴-۱۶-۳۰

گزینه ۳ هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی داده‌شده را حساب می‌کنیم.

$$\sin \frac{17\pi}{3} = \sin(6\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin(-\frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-\frac{17\pi}{6}) = \cos \frac{17\pi}{6} = \cos(3\pi - \frac{\pi}{6}) = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\tan \frac{19\pi}{4} = \tan(\Delta\pi - \frac{\pi}{4}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin(\frac{-11\pi}{6}) = -\sin \frac{11\pi}{6} = -\sin(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\sin(\frac{-\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

بنابراین خواسته سؤال به صورت زیر است:

$$\sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(\frac{-11\pi}{6}) = (\frac{-\sqrt{3}}{2})(\frac{-\sqrt{3}}{2}) + (-1)(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۳۹-۲۸-۳۳

گزینه ۳ ۱۰

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 20° می‌نویسیم:

$$\sin 25^\circ = \sin(27^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \sin 70^\circ = \sin(72^\circ - 2^\circ) = \sin(-2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 56^\circ = \cos(54^\circ + 2^\circ) = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ} = \frac{-\cos 2^\circ - \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 2^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 2^\circ}{-1 + \tan 2^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۵۰-۹-۴۱

گزینه ۴ ۱۱

$$\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) = \cos(\pi + \frac{\pi}{2} + \theta) = -\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -(-\sin \theta) = \sin \theta$$

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cot \theta$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{10}{2} = \frac{1}{2} + \frac{10}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

۵۲-۱۷-۳۰

زاویه‌ها را شکسته و بر حسب $\frac{\pi}{4}$ می‌نویسیم. گزینه ۲ ۱۲

$$A = \tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$$

$$\tan(\frac{11\pi}{4}) = \tan(\frac{12\pi - \pi}{4}) = \tan(3\pi - \frac{\pi}{4}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin(\frac{15\pi}{4}) = \sin(\frac{16\pi - \pi}{4}) = \sin(4\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\frac{13\pi}{4}) = \cos(\frac{12\pi + \pi}{4}) = \cos(3\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -1 + (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۳۰-۲۵-۴۵

گزینه ۲ ۱۳

$$\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3} = \tan(3\pi - \frac{\pi}{6}) \sin(4\pi - \frac{\pi}{3}) + \cos(3\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$= \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \left(-\tan\frac{\pi}{6}\right)\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) - \cos\frac{\pi}{3}$$

$$= \tan\frac{\pi}{6} \sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{6} - \frac{1}{2} = 0$$

۲۷-۳۹-۳۴

گزینه ۳ ۱۴

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3\pi < 4\pi < 4\pi \Rightarrow \frac{3}{4}\pi < x < \pi \Rightarrow \sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}\left(1 + \frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{9}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1}{-\frac{4}{9}\sqrt{3}} = \frac{-9}{4\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} = -0.75\sqrt{3}$$

۸۴-۶-۱۰

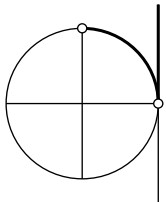
گزینه ۱ زاویه $\frac{\pi}{4} - x$ را تشکیل می‌دهیم:

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} > -x > -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{4} - x > \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

فرض می‌کنیم $\alpha = \frac{\pi}{4} - x$ داریم:

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \tan \alpha = \frac{1-m}{1+m}$$

از روی دایره مثلثاتی مقابل مشخص است که اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، آن‌گاه $\tan \alpha > 0$ پس داریم:



$$\frac{1-m}{1+m} > 0 \Rightarrow \frac{m}{1+m} \quad \begin{array}{c|c} -2 & 1 \\ \hline 1-m & 1 \\ \hline 1+m & - \end{array} \quad -2 < m < 1 \Rightarrow m \in (-2, 1)$$

۷۴-۷-۱۹

گزینه ۴ با فرض $\alpha = 68^\circ$ داریم:

$$248 = 180 + 68, \quad 158 = 90 + 68$$

$$202 = 270 - 68, \quad 292 = 360 - 68$$

$$\frac{3 \cos(\pi + \alpha) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(2\pi - \alpha)} = \frac{-3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha}{-\cos \alpha - \cos \alpha} = \frac{-5 \cos \alpha}{-2 \cos \alpha} = 2.5$$

۳۷-۲۲-۴۱

شیب خط داده‌شده به صورت $\frac{-2m}{m^2 - 1}$ می‌شود که باید برابر $\tan 60^\circ$ باشد، پس:

$$\frac{-2m}{m^2 - 1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{2\sqrt{16}}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

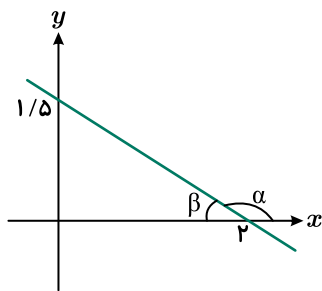
۷۱-۸-۲۱



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

می‌دانیم: گزینه ۴

۱۸



$$\begin{cases} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \tan \beta = \frac{1/5}{3/4} = \frac{4}{15} \Rightarrow \tan \alpha = -\tan \beta = -\frac{4}{15} \end{cases}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = -\frac{4}{15}$$

۳۱-۲۵-۴۳

گزینه ۲ ابتدا حدود x را می‌یابیم:

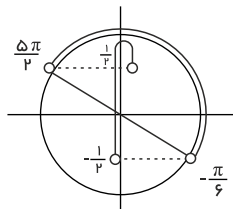
۱۹

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{\times 2} -\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6}$$

با فرض $2x = \alpha$ و استفاده از دایره مثلثاتی داریم:

$$\sin \alpha = \frac{m-1}{4}, -\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$$

طبق دایره مثلثاتی مقابل، اگر $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ ، $\sin \alpha$ از $-\frac{1}{2}$ تا 1 افزایش یافته و سپس تا $\frac{1}{2}$ کاهش می‌یابد، بنابراین در کل داریم:



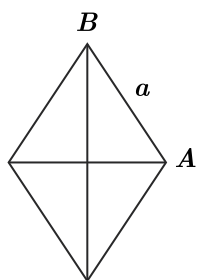
$$-\frac{1}{2} < \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \xrightarrow{\times 4} -2 < m-1 \leq 4 \xrightarrow{+1} -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$

۶۷-۱۱-۲۲

گزینه ۱ اگر طول قطرهای کوچک و بزرگ لوزی را به ترتیب x و y فرض کنیم خواهیم داشت:

۲۰

$$S = \frac{1}{2}xy \Rightarrow xy = 2S$$



اگر طول ضلع لوزی را a فرض کنیم خواهیم داشت:

$$a = \sqrt{2S} \Rightarrow a^2 = 2S$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = S$$

از طرفی مساحت لوزی برابر است با $S = a \times a \times \sin \hat{\beta}$ پس خواهیم داشت:

$$\frac{a^2}{2} = a \times a \times \sin \hat{\beta} \Rightarrow \sin \hat{\beta} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\pi}{6} \text{ یا } \frac{5\pi}{6}$$

چون مقدار مثبت $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$ مورد نظر است پس باید $\hat{A} = \frac{5\pi}{6}$ و $\hat{B} = \frac{\pi}{6}$ باشد یعنی داریم:

$$\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2}\right) = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

گزینه ۱ ۲۱

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

$$\text{طرف چپ} = \frac{1}{|\cos \alpha|} - \tan \alpha = \frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

$$-\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = -\frac{\cos \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha}} = -\frac{\cos \alpha}{|\sin \alpha|}$$

بنابراین $\cos \alpha$ باید مثبت باشد، در نتیجه α در ناحیه اول یا چهارم قرار دارد.

گزینه ۲ ۲۲

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

$$\begin{aligned} \frac{-1}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} &= \frac{1 + \sin \alpha}{-\cos \alpha} \\ \frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} &= \frac{-1}{\cot \alpha} \Rightarrow \frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \Rightarrow \sin \alpha &< 0 \end{aligned}$$

تساوی فوق زمانی برقرار است که $\cos \alpha < 0$ باشد؛ زیرا در این صورت خواهیم داشت:

گزینه ۱ ۲۳

$$\tan x + \cot x = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos x \sin x} = 2 \Rightarrow \cos x \sin x = \frac{1}{2},$$

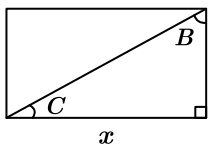
$$5\pi < 2x < 6\pi \xrightarrow{\div 2} \frac{5\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x < 0 \rightarrow \sin x - \cos x < 0 \quad (1)$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} \sin x - \cos x = -\sqrt{1 - 2 \cos x \sin x} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin x - \cos x)(\cos^2 x + \sin^2 x + \cos x \sin x) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = -\frac{2}{3} \sqrt{2}$$

گزینه ۴ ۲۴



قطر مستطیل

$$\tan \hat{B} = \frac{x}{y}, \tan \hat{C} = \frac{y}{x}$$

طبق فرض $\rightarrow$ جذر مساحت = $\frac{1}{2} \times$ قطر مستطیل

$$\sqrt{xy} = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow xy = \frac{1}{4} (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4xy \quad *$$



$$\tan(\widehat{B} - \widehat{C}) = \frac{\tan \widehat{B} - \tan \widehat{C}}{1 + \tan \widehat{B} \tan \widehat{C}} = \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x} \times \frac{x}{y}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{xy}}{2} = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4xy \Rightarrow (x + y)^2 = 4xy \Rightarrow x + y = \sqrt{4xy}$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 2xy \Rightarrow (x - y)^2 = 2xy \Rightarrow x - y = \sqrt{2xy}$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = \sqrt{2xy} \times \sqrt{4xy} = \sqrt{8xy}$$

$$\tan(\widehat{B} - \widehat{C}) = \frac{x^2 - y^2}{2xy} = \frac{\sqrt{8xy}}{2xy} = \sqrt{2}$$

۷۷-۵-۱۸

گزینه ۴

می‌دانیم: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

$$\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \xrightarrow{\text{در مزدوج مخرج ضرب و تقسیم می‌کنیم}} \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \left| \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right| = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

۷۳-۱۱-۱۶

گزینه ۱ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ می‌دانیم که $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ است، انتهای کمان در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است و داریم:

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) = \frac{\tan x}{\frac{1}{|\cos x|}} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = - \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) (\cos x) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\cos^2 x$$

۳۷-۲۳-۴۰

گزینه ۴ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ می‌دانیم که $\frac{3\pi}{2} < x < \pi$ است، انتهای کمان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است و داریم:

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} \left(2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x \right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left(2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \sin^2 x \right) = \frac{1}{|\cos x|} (1 - \sin^2 x) = \frac{-1}{\cos x} (\cos^2 x) = -\cos x$$

۴۲-۱۹-۴۰

گزینه ۴

$$1 + \cot^2 C = \frac{1}{\sin^2 C} \rightarrow 1 + \cot^2 C = \frac{169}{25} \rightarrow \cot^2 C = \frac{144}{25} \rightarrow \cot C = \frac{12}{5}$$

$$\triangle AHC : \cot C = \frac{CH}{AH} \rightarrow \frac{12}{5} = \frac{9}{AH} \rightarrow 12AH = 45 \rightarrow AH = 3,75$$

۳۷-۲۹-۳۴

گزینه ۲ با توجه به رابطه داده‌شده، مقدار کسینوس را به دست می‌آوریم:

$$\sin \alpha = 2 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 2$$

می‌دانیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

ربع سوم
 $\cos \alpha < 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

۳۲-۱۰-۵۹

گزینه ۳: طرفین $2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم و از رابطه $1 = \tan^2 x + \cos^2 x$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{2 \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 2 \tan^2 x + 1 = \frac{4}{3}(1 + \tan^2 x) \xrightarrow{\times 3} 6 \tan^2 x + 3 = 4 + 4 \tan^2 x \Rightarrow 2 \tan^2 x = 1 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

روش دوم: از روابط $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ و $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ استفاده می‌کنیم.

$$2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$$

$$2 \sin^2 x + 1 - \sin^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$2 \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow 2 - 2 \cos^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos^2 x = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

۲۹-۷-۶۴

گزینه ۳: ابتدا صورت عبارت را کمی ساده کنیم، می‌دانیم $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$ و $\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ داریم:

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm \sqrt{\frac{5}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4}$$

حاصل عبارت موردنظر برابر می‌شود با:

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{|\tan^2 \alpha - 1|} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}}{|\frac{5}{4} - 1|} = \frac{2(2 - \sqrt{5})}{3}$$

۱۸-۱۴-۶۸

گزینه ۱: روش اول:

$$f(x) = 32(\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x \cos 16x)^2$$

عبارت داخل پرانتز را در $\sin x$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$f(x) = 32 \left(\frac{\sin x \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x \cos 16x}{\sin x} \right)^2$$

$$f(x) = 32 \left(\frac{1}{\sin x} \sin 32x \right)^2 = \frac{\sin^2 32x}{32 \sin^2 x} = \frac{\sin^2 32x}{16(1 - \cos 2x)}$$

در عبارت قبلی از اتحادهای $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$ و $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ استفاده کرده‌ایم.

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sin^2 \frac{8\pi}{3}}{16(1 - \cos \frac{\pi}{6})} = \frac{\sin^2 \frac{2\pi}{3}}{16(1 - \cos \frac{\pi}{6})} = \frac{\frac{3}{4}}{16(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3}{32(2 - \sqrt{3})} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{32} = \frac{6 + \sqrt{27}}{32}$$

روش دوم: می‌توانیم $\cos 15^\circ$ را ابتدا محاسبه کرده و سپس در صورت سؤال قرار دهیم: $(\frac{\pi}{12} = 15^\circ)$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Rightarrow \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 32 \cos^2 15^\circ \cos^2 30^\circ \cos^2 60^\circ \cos^2 120^\circ \cos^2 240^\circ = 32 \times \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{4}\right) \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{32}$$

۱۳-۷-۸۰



گزینه ۱

۳۳

$$1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2}$$

$$\sin u = 2 \sin \frac{u}{2} \cos \frac{u}{2}$$

می دانیم:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

۷۶-۱۱-۱۳

گزینه ۱

۳۴

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha, \sin(3\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha, \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{\text{صورت و مخرج را بر } \cos \alpha \text{ تقسیم می کنیم}}{\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 5$$

۵۶-۱۷-۲۷

$$(\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a$$

می دانیم:

گزینه ۱

۳۵

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۶۶-۱۳-۲۱

$$\cot a - \tan a = 2 \cot 2a$$

می دانیم:

گزینه ۲

۳۶

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -\left(\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}\right) = -2 \cot x = -2\left(\frac{1}{\tan x}\right) = -2\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{2}$$

۶۵-۱۲-۲۳

گزینه ۲

۳۷

$$\sin u \cdot \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u$$

می دانیم:

$$\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} \sin\left(\frac{6\pi + \pi}{12}\right) = \sin \frac{\pi}{12} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{12}\right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$$

۶۳-۱۱-۲۶

گزینه ۲

۳۸

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

می دانیم:

$$\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$\Rightarrow -\tan \frac{\pi}{3} (-\cos x) = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{1}{3} - 1 = \frac{-1}{3}$$

۷۱-۱۲-۱۷

به کمک روابط مثلثاتی داریم:

گزینه ۳

۳۹

$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow \begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{ناحية سوم}} \cos \alpha = -\frac{3}{5} \\ \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{ناحية سوم}} \sin \alpha = -\frac{4}{5} \\ \cot \alpha = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \alpha) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\text{پس: } \sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4} = -\frac{12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{-48 + 75}{100} = \frac{27}{100} = 0,27$$

۳۷-۳۵-۲۸

گزینه ۲ ۴۰

$$\tan\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \tan(2\pi - \frac{\pi}{4}) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \sin(3\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right) = \cos(3\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{پس: } A = (-1) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۵۲-۱۸-۳۰

گزینه ۳ ۴۱

$$\frac{\sin 160^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$$

$$\frac{\div \cos 20^\circ}{\frac{\tan 20^\circ + 1}{-\tan 20^\circ + 1}} = \frac{\frac{36}{100} + 1}{-\frac{36}{100} + 1} = \frac{136}{64} = \frac{17}{8}$$

۶۵-۷-۲۸

گزینه ۲ ۴۲

$$\tan \frac{17\pi}{6} = \tan(2\pi - \frac{\pi}{6}) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \frac{11\pi}{3} = \sin(2\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{10\pi}{3} = \cos(2\pi + \frac{4\pi}{3}) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{پس: } \tan \frac{17\pi}{6} \cdot \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$



۵۲-۱۶-۳۲

گزینه ۴

می‌دانیم: $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$, $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$, $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

$$\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{(1 - \sin^2 \theta) - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}}{\underbrace{\cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}_{\sin^2 \theta}} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{(\sin \theta \cos \theta)^2} = \frac{1}{(\frac{1}{2} \sin 2\theta)^2} = \frac{16}{\sin^2 2\theta} = 16 \sin^{-2} 2\theta$$

۷۷-۶-۱۷

گزینه ۲

$$\tan 300^\circ = \tan(360^\circ - 60^\circ) = \tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos 210^\circ = \cos(270^\circ - 60^\circ) = -\sin(60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 480^\circ = \tan(360^\circ + 120^\circ) = \tan(120^\circ) = \tan(180^\circ - 60^\circ) = -\tan(60^\circ) = -\sqrt{3}$$

$$\sin 840^\circ = \sin(4 \times 360^\circ + 120^\circ) = \sin(120^\circ) = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{پس: } \tan(300^\circ) \cos(210^\circ) + \tan(480^\circ) \sin(840^\circ) = (-\sqrt{3})\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

۳۱-۳۴-۳۵

گزینه ۲

ابتدا کمی عبارت را ساده کنیم.

$$\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cot(2\alpha)}$$

دقت کنید که: $\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) = \sin 2\alpha$ و $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$

برای حل سؤال مقادیر $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ و $\cot 2\alpha$ را نیاز داریم، که آنها را محاسبه می‌کنیم.

$$1) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$2) \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع سوم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$$

$$4) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$$

$$5) \cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\frac{7}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cot(2\alpha)} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{44}{25} \times \frac{24}{24}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$

حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

۵۳-۳۱-۱۶

گزینه ۴۶

$$\tan 285^\circ = \tan(270^\circ + 15^\circ) = -\cot 15^\circ$$

$$\tan(-165^\circ) = -\tan 165^\circ = -\tan(180^\circ - 15^\circ) = \tan 15^\circ$$

$$\sin(1095^\circ) = \sin(6 \times 180^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\cos(255^\circ) = \cos(270^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{پس: } \tan(285^\circ) \cdot \tan(-165^\circ) - \sin(1095^\circ) \cos(255^\circ) &= (-\cot 15^\circ)(\tan 15^\circ) - (\sin 15^\circ)(-\sin 15^\circ) = -1 + \sin^2 15^\circ \\ &= -(1 - \sin^2 15^\circ) = -\cos^2 15^\circ \end{aligned}$$

۶۲-۱۷-۲۱

گزینه ۴۷

$$\text{می‌دانیم: } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

ضابطه تابع f را در $\sin^2 3x$ ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$f(x) = 16 \left(\frac{\frac{1}{2} \sin 6x}{\sin 3x \cos 3x \cos 6x \cos 12x \cos 24x} \right)^2$$

دقت کنید:

$$\sin 3x \cos 3x = \frac{1}{2} \sin 6x$$

$$\sin 6x \cos 6x = \frac{1}{2} \sin 12x$$

$$\sin 12x \cos 12x = \frac{1}{2} \sin 24x$$

$$\sin 24x \cos 24x = \frac{1}{2} \sin 48x$$

$$f(x) = 16 \left(\frac{\frac{1}{2} \sin 48x}{\sin 3x} \right)^2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{36}\right) = 16 \left(\frac{\sin \frac{48\pi}{36}}{16 \sin \frac{3\pi}{36}} \right)^2 = \frac{\sin^2 \frac{4\pi}{3}}{16 \sin^2 \frac{\pi}{12}}$$

$$\text{از طرفی می‌دانیم } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \text{ و } \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و البته: } \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{36}\right) = \frac{\frac{3}{4}}{16 \left(\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} \right)} = \frac{3}{16(2 - \sqrt{3})} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

۴۳-۳۶-۲۱

گزینه ۴۸

$$\text{می‌دانیم: } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\cos 165^\circ = \cos(180^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ, \quad \cos 105^\circ = \cos(90^\circ + 15^\circ) = -\sin 15^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 165^\circ \cdot \cos 105^\circ = \cos 15^\circ \sin 15^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۴۹-۱۹-۳۲

گزینه ۴۹

قبل از حل سؤال نحوه محاسبه $\sin 3\alpha$ و اتحاد مثلثاتی آن را بررسی می‌کنیم.

$$\sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha$$



$$\Rightarrow \sin 3\alpha = 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha \Rightarrow \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha \Rightarrow \sin 3\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \sin \alpha$$

حال تابع $(f\alpha)$ را ساده می‌کنیم.

$$f(\alpha) = 2 \sin \alpha \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha = 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 6 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = 2(3 \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 2 \sin 3\alpha$$

$$f\left(\frac{41\pi}{9}\right) = 2 \sin\left(\frac{41\pi}{9}\right) = 2 \sin\left(\frac{36\pi + 5\pi}{9}\right) = 2 \sin\left(4\pi + \frac{5\pi}{9}\right) = 2 \sin \frac{5\pi}{9} = 2 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{9}\right) = -2 \sin \frac{\pi}{9} = -2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

۸۴-۶-۱۰

گزینه ۳ ۵۰

$$\cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(2\pi - \alpha\right) = -\sin \alpha \text{ و } 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$2 \cos^2\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - x\right) = 1 + \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - 2x\right)$$

طبق فرمول‌های فوق داریم:

$$2 \cos^2\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - x\right) - \cos^2 x (1 + \tan^2 x) = 1 + \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - 2x\right) - \cos^2 x \times \frac{1}{\cos^2 x} = \cos\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} - 2x\right) = -\sin 2x$$

۷۶-۱۲-۱۳

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha, \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \text{ می‌دانیم } ۱ \text{ گزینه } ۵۱$$

$$2 \cos a \cos b \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = 2 \cos a \cos b \sin a \sin b$$

$$= 2(2 \sin a \cos a)(2 \sin b \cos b) = 2 \sin 2a \sin 2b$$

$$a+b=\frac{\pi}{2}$$

$$\longrightarrow 2 \sin 2a \sin 2\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = 2 \sin 2a \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2a\right) = 2 \sin 2a \cos 2a = \sin 4a$$

۷۵-۸-۱۷

گزینه ۲ ۵۲

می‌دانیم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$

از طرفی:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{64}{225} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{225}{289} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{15}{17} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{8}{17}$$

حال خواسته سؤال را محاسبه می‌کنیم.

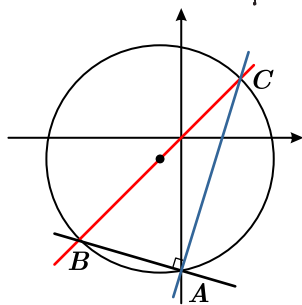
$$\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{8}{17} - \frac{15}{17}}{\frac{15}{17} - \frac{8}{17}} = \frac{\frac{8 \times 17 - 15 \times 17}{17 \times 17}}{\frac{-7}{17}} = \frac{\frac{16}{17}}{-7} = -\frac{16}{119}$$

دقت کنید اگر $\frac{\alpha}{2}$ در ربع اول باشد با توجه به مقدار $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4}$ نیز ربع اول خواهد بود و اگر $\frac{\alpha}{2}$ در ربع سوم باشد باز هم α در ربع اول خواهد بود.

۱۷-۴۹-۳۴

چون مرکز روی خط $y = -x$ است و دو خط دیگر با این خط متقاطع هستند، پس زاویه A قائمه بوده و دو خط اولیه بر هم عمود هستند و داریم:

گزینه ۲ ۵۳



$$m = -\frac{1}{2}, m' = \frac{-2}{a}, mm' = -1 \Rightarrow a = -1; \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow A(3, 0)$$

$$\begin{cases} 2y + x = 0 \\ y + x = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-3, 3); \begin{cases} 2x - y = 3 \\ y + x = 0 \end{cases} \Rightarrow C(1, -1)$$

$$AC = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}, AB = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}} = \frac{1}{3}, \tan C = 3$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{1}{3} - 3}{1 + \frac{1}{3} \times 3} = -\frac{8}{4} \Rightarrow \cot(B - C) = -\frac{3}{4}$$

۴۵-۳۳-۲۲

$$\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a; \text{ می دانیم: } \text{گزینه ۳} \quad \text{۵۴}$$

$$\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ}$$

$$\rightarrow A^2 = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

$$\rightarrow A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

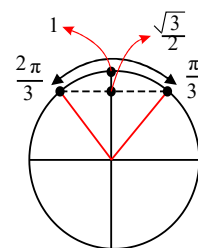
۶۱-۱۶-۲۳

گزینه ۴ ۵۵

$$\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cos 2\alpha; \text{ می دانیم:}$$

$$\frac{1 - \tan^2(45^\circ - \alpha)}{1 + \tan^2(45^\circ - \alpha)} = \cos 2(45^\circ - \alpha) = \cos(90^\circ - 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq 2\alpha \leq \frac{2\pi}{3}$$



مقدار سینوس در این بازه از $\frac{\sqrt{3}}{2}$ تا ۱ متغیر است که کمترین مقدار آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.

۷۵-۸-۱۷

گزینه ۱ ۵۶

$$\sin u \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u; \text{ می دانیم:}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha) = \cos \alpha (-\sin \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha = -2 \sin \alpha \cos \alpha = -\sin 2\alpha$$

۴۷-۲۳-۳۰

گزینه ۲ ۵۷

$$\sin u \cdot \cos u = \frac{1}{2} \sin 2u, \cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a; \text{ می دانیم:}$$

$$\sin 7.5^\circ \cos 7.5^\circ (1 - 2 \sin^2 7.5^\circ) = \frac{1}{2} \sin 15^\circ \times \cos 15^\circ = \frac{1}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{8}$$

59

٦٠

32

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \tan^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^2} = \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}}$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2}$$

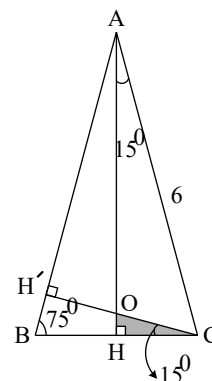
$$\Rightarrow S_{\triangle OHC} = \frac{(6 \tan 15^\circ)^2}{8} = \frac{36}{8} \times \frac{1}{(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$

* این روش فراتر از کتاب ریاضی تجربی است و مناسب دانش آموزان رشته ریاضی است.

روش دوم:

$$\triangle AHC: \sin 15^\circ = \frac{HC}{AC} \xrightarrow{AC=6} HC = 6 \sin 15^\circ$$

$$\triangle OHC: \tan 15^\circ = \frac{OH}{HC} \Rightarrow OH = HC \times \tan 15^\circ$$



$$S_{\triangle OHC} = \frac{1}{2} \times HC \times OH$$

$$\Rightarrow S_{\triangle OHC} = \frac{1}{2} \times (6 \sin 15^\circ) \times (HC \tan 15^\circ) = \frac{1}{2} \times 36 \sin^2 15^\circ \times \tan 15^\circ$$

می دانیم:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

از طرفی:

$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}} \Rightarrow \tan^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^2} \Rightarrow \tan 15^\circ = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

پس داریم:

$$S_{\triangle OHC} = 18 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{4} \right) \times \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$$

۱۵-۳۳-۵۲

راه حل اول: گزینه ۳

مخرج مشترک گرفته و ساده می کنیم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + (1 - \cos^2 \theta)}{(1 - \cos \theta) \sin \theta} = \frac{2 \sin^2 \theta}{(1 - \cos \theta) \sin \theta} = \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \times 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

راه حل دوم:



$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

۶۵-۱۱-۲۴

گزینه ۴

می‌دانیم:

$$\cos^2 u - 1 = \cos 2u$$

$$f(2 \cos x) = 2 \cos^2 x - 1 = 2(\underbrace{\cos^2 x}_{\cos 2x} - 1) = 2 \cos 2x$$

$$f(f(2 \cos 2x)) = 2 \cos^2 2x - 1 = 2(\underbrace{\cos^2 2x}_{\cos 4x} - 1) = 2 \cos 4x$$

$$f(f(f(2 \cos x))) = 2 \cos^2 4x - 1 = 2(\underbrace{\cos^2 4x}_{\cos 8x} - 1) = 2 \cos 8x$$

۷۱-۹-۲۰

گزینه ۳

$$1 \circ (\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5} \Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{1 \circ} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

طرفین تساوی فوق را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{9 \times 5}{25} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{9}{5} \Rightarrow 1 + \sin 2\alpha = \frac{9}{5} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

حال از رابطه $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5 + 5 \tan^2 \alpha = 4 \circ \tan \alpha \Rightarrow 5 \tan^2 \alpha - 4 \tan \alpha + 5 = 0 \Rightarrow 5 \tan^2 \alpha - 4 \tan \alpha + 5 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \times 5 \times 5 = 9 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4 \pm 3}{10} \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{7}{10} \\ \tan \alpha = \frac{1}{10} \end{cases}$$

۷۴-۷-۱۹

گزینه ۲

$$\cot\left(\frac{\pi + 3x}{2}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) = -\tan 3x, \quad \cos\left(\frac{\pi + 8x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) = -\sin 4x$$

$$-\tan 3x = -\sin 4x \Rightarrow \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \sin 4x \cos 3x \Rightarrow \frac{\sin 3x(1 - 2 \cos^2 3x)}{\cos 3x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \cos^2 3x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{12} \\ 3x = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x_2 = -\frac{\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow a = x_1 - x_2 = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \\ \Rightarrow \cos(3a) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

جوابی در بازه داده‌شده برای این حالت وجود ندارد.

۵۲-۳۵-۱۳

گزینه ۱ روش اول: تابع را ساده‌تر می‌کنیم.

$$f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x) = \frac{\sin \pi x}{\cos \pi x} - \frac{\cos \pi x}{\sin \pi x} = \frac{\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x}{\sin \pi x \cos \pi x}$$

$$f(x) = \frac{-(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x)}{\sin \pi x \cos \pi x} = \frac{-\cos 2\pi x}{\frac{1}{2} \sin 2\pi x} = -2 \cot 2\pi x$$

$$T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

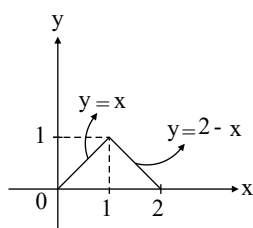
با توجه به اتحاد $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$ به راحتی حل می شود.

$$\tan(\pi x) - \cot(\pi x) = -2 \cot 2\pi x$$

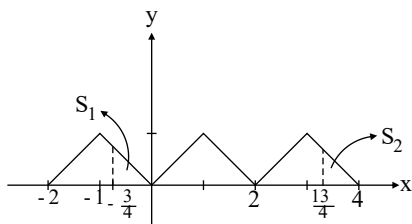
$$T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

۲۹-۴۲-۲۹

گزینه ۱ نمودار تابع داده شده را در یک دوره تناوبش رسم می کنیم.



اکنون شکل را در بازه خواسته شده یعنی $[-\frac{3}{4}, \frac{13}{4}]$ رسم می کنیم:



چون $S_1 = S_2$ است بنابراین مساحت خواسته شده دو برابر مساحت یکی از مثلث های کامل است، یعنی $2 \times (\frac{2 \times 1}{2}) = 2$.

۳۷-۳۳-۳۰

گزینه ۴ تابع زوج و فرد حذف شده!

نمودار تابع نسبت به خط $x = 1$ متقارن است؛ پس:

$$f(2-x) = f(x)$$

نمودار تابع نسبت به خط $x = 3$ متقارن است؛ پس:

$$f(6-x) = f(x)$$

در رابطه دوم به جای x قرار می دهیم: $x+4$:

$$f(6-(x+4)) = f(x+4) \Rightarrow f(2-x) = f(x+4)$$

از طرفی $f(2-x) = f(x)$ ، پس $f(x+4) = f(x)$ ؛ بنابراین $t=4$ دوره تناوب است. حال بررسی می کنیم آیا $t=2$ هم دوره تناوب است. در رابطه اول به جای x قرار می دهیم:

$$f(2-(x+2)) = f(x+2) \Rightarrow f(x+2) = f(-x)$$

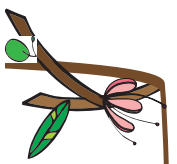
و دلیلی نداریم که $f(-x) = f(x)$ ، پس $t=4$ کوچک ترین دوره تناوب است.

۶۰-۲۱-۱۹

گزینه ۳ می دانیم در تابع $y = a \sin bx + c$ بیشترین مقدار تابع، برابر $|a| + c$ است.

$$\text{چون شکل فرمت خود سینوس است، } b > 0 \text{ است.} \quad \text{Max} = \sqrt{3} \rightarrow |b| + a = \sqrt{3} \rightarrow b + a = \sqrt{3}$$

نقطه $(\pi, -\frac{3}{2})$ در تابع صدق می کند، پس:



$$\left| \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} \rightarrow -\frac{\pi}{3} = a + b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) \rightarrow -\frac{\pi}{3} = a - b \sin \frac{\pi}{3} \rightarrow -\frac{\pi}{3} = a - \frac{\sqrt{3}}{2}b \rightarrow -\pi = 2a - \sqrt{3}b \end{array} \right.$$

$$-2 \begin{cases} b + a = \sqrt{3} \\ 2a - \sqrt{3}b = -\pi \end{cases} \rightarrow -2b - \sqrt{3}b = -2\sqrt{3} - \pi \rightarrow 2b + \sqrt{3}b = 2\sqrt{3} + \pi$$

$$\rightarrow (2 + \sqrt{3})b = 2\sqrt{3} + \pi \rightarrow b = \frac{2\sqrt{3} + \pi}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} - 6 + 6 - 3\sqrt{3}}{4 - 3} = \sqrt{3}$$

۵۱-۲۵-۲۳

۶۹ گزینه ۳ دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $\frac{2\pi}{|k|}$ می باشد.

$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

با توجه به شکل داده شده a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند و چون همه گزینه ها مثبت می باشند پس $b = \frac{1}{3}$ قابل قبول است. بیشترین مقدار این تابع از روی شکل ۲ می باشد و

بیشترین مقدار $y = a \sin(b\pi x)$ زمانی رخ می دهد که سینوس برابر ۱ باشد

$$a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \text{ است پس } a = 2$$

۳۸-۹-۵۳

۷۰ گزینه ۲

$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x) = a + b \sin x$$

نقطه $(-\frac{5\pi}{6}, 0)$ در تابع صدق می کند، پس:

$$\left| \begin{array}{l} -\frac{5\pi}{6} \rightarrow 0 = a + b \sin(-\frac{5\pi}{6}) \rightarrow 0 = a - b \sin(\frac{5\pi}{6}) \end{array} \right.$$

$$\rightarrow 0 = a - b \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \rightarrow 0 = a - b \sin(\frac{\pi}{6}) \rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \quad (I)$$

در تابع $y = a \sin bx + c$ مقدار Max تابع از رابطه $|a| + c$ به دست می آید و چون تابع داده شده فرمت سینوس را دارد $ab > 0$ است و چون $0 < y(0) < \pi$ است پس $a > 0$ و در نتیجه $b > 0$ است.

$$Max = |a| + c \rightarrow 3 = |b| + a \rightarrow 3 = b + a \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) مقادیر $a = 1$ و $b = 2$ حاصل می شوند.

$$\text{پس: } f(x) = 1 + 2 \sin x \rightarrow f(\frac{\pi}{6}) = 1 + 2(\frac{1}{2}) = 2$$

۴۹-۲۶-۲۵

۷۱ گزینه ۱ می دانیم دوره تناوب تابع $y = a \cos bx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است. از روی شکل مشخص است که دوره تناوب برابر 4π است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow 2 = \frac{1}{|m|} \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \rightarrow m = \frac{1}{2}, m = -\frac{1}{2}$$

چون $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ است فرقی نمی کند که $m = \frac{1}{2}$ یا $m = -\frac{1}{2}$ باشد.

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos(\frac{1}{2}x) \rightarrow y(\frac{16\pi}{3}) = \frac{1}{2} + 2 \cos(\frac{1}{2} \times \frac{16\pi}{3}) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3} \\ \rightarrow y(\frac{16\pi}{3}) = \frac{1}{2} + 2 \cos(2\pi + \frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۵۴-۱۲-۳۵

۷۲ گزینه ۱ اگر $[x]$ زوج باشد آنگاه:

$$(-1)^{[x]} f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \geq 0$$

اگر $[x]$ فرد باشد آنگاه:

$$(-1)^{[x]} f(x) = |f(x)| \Rightarrow -f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \leq 0$$

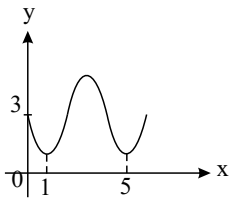
تابع $f(x) = \sin \pi x$ ویژگی‌های بالا را دارد.

۷۰-۱۳-۱۷

گزینه ۲ ۷۳

با توجه به شکل روبه‌رو به راحتی می‌توانیم که دوره تناوب اصلی تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ برابر $T = 4$ می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع

برابر ۳ است یعنی: $f(0) = 3 \rightarrow a = 3$



توجه کنید که دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|k|}$ است.

$$y = a + \sin\left(\frac{2\pi}{|k|}x\right) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای $x > 0$ تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار b منفی می‌باشد، یعنی $b = -\frac{1}{2}$ است. داریم:

$$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{25}{3}\right) = 3 + \sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right) = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - \sin\frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2.5$$

۶۶-۱۳-۲۱

گزینه ۴ ۷۴ می‌دانیم دوره تناوب تابع $y = a \sin bx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است. از روی شکل مشخص است که دوره تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = 3, m = -3$$

از طرفی تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است پس $m > 0$ است یعنی $m = 3$ قابل قبول است.

$$y = 1 - \sin 3x \rightarrow y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - \sin \frac{5\pi}{2} = 1 - \sin \frac{5\pi}{2} = 1 - \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

۵۲-۲۰-۲۸

گزینه ۱ ۷۵ می‌دانیم $\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$ است.

$$\text{پس: } f(x) = -(\cot \pi x - \tan \pi x) = -2 \cot 2\pi x = \frac{-2}{\tan 2\pi x}$$

می‌دانیم دوره تناوب $y = \tan bx$ برابر $T = \frac{\pi}{|b|}$ است بنابراین $T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$ می‌باشد.

۶۱-۱۸-۲۱

گزینه ۳ ۷۶ می‌دانیم که $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است پس $y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$ و می‌دانیم در تابع $y = a \sin bx + c$ ، دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $\text{Max} = |a| + c$ است.

$$\text{Max} = \frac{3}{2} \rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| + 1 = \frac{3}{2} \rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm 1$$

چون فاصله دو مینیمم متوالی، دوره تناوب اصلی منحنی است، پس:

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \rightarrow |b| = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

چون در شکل داده شده بعد از $x = 0$ نمودار در حال صعود است پس a, b هم‌علامتند، یعنی:

$$a = 1 \rightarrow b = 1 \rightarrow a + b = 2 \text{ یا } a = -1 \rightarrow b = -1 \rightarrow a + b = -2$$

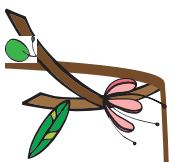
۵۹-۲۱-۲۰

گزینه ۴ ۷۷

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \rightarrow y = a + b \cos x$$

در تابع $y = a \cos bx + c$ می‌دانیم که $\text{Max} = |a| + c$ است.

$$\text{Max} = 3 \rightarrow |b| + a = 3 \xrightarrow{\text{شکل فرمت فریناکسینوس را دارد}} -b + a = 3 \text{ پس } b < 0 \text{ است}$$



$$\left| \frac{7\pi}{3} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = a + b \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) \rightarrow 0 = a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow 0 = a + b \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow 0 = a + \frac{b}{2} \rightarrow 2a + b = 0$$

$$\text{پس: } \begin{cases} -b + a = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = 1, b = -2$$

۳۰-۳۸-۳۲

۷۸ گزینه ۴ در تابع $y = a \sin bx + c$ می‌دانیم که $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ و $Min = -|a| + c$ است.

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(\frac{-3\pi}{2}\right) = 6\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} Max = 1 &\rightarrow |a| + c = 1 \\ Min = -3 &\rightarrow -|a| + c = -3 \end{aligned} \right\} \rightarrow c = -1, |a| = 2 \rightarrow a = 2, a = -2$$

چون شکل فرمت قرینه سینوس را دارد پس $ab < 0$ است بنابراین $\frac{a}{b} = -6$ است.

۳۷-۳۵-۲۸

۷۹ گزینه ۳ در تابع $y = a \sin bx + c$ مقدار ماکسیمم تابع از رابطه $Max = |a| + c$ به دست می‌آید.

$$Max = \frac{3}{2} \rightarrow |b| + a = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{شکل فرمت قرینه سینوس}} -b + a = \frac{3}{2}$$

است پس $b < 0$ است

$$\left| \frac{\pi}{2} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow 0 = a + b \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} -b + a = \frac{3}{2} \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow 3a = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -1$$

۲۱-۱۸-۶۱

۸۰ گزینه ۳ دوره تناوب تابع برابر π است.

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

ماکزیمم تابع برابر ۱٫۵ است، پس:

$$1 + |a| = 1.5 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

تابع در اطراف $x = 0$ نزولی است، پس a, b مختلف‌العلامت هستند و داریم:

$$a = \frac{1}{2}, b = -2 \Rightarrow a + b = -\frac{3}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 2 \Rightarrow a + b = \frac{3}{2}$$

۳۷-۸-۵۵

۸۱ گزینه ۱ با توجه به نمودار و اینکه $0 < c < \pi, b > 0$ مشخص است که a مثبت است.

$$\max = |a| = \frac{1}{4} \xrightarrow{a>0} a = \frac{1}{4} \rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \cos(bx + c)$$

نقطه $A\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$ در تابع صدق می‌کند:

$$\frac{1}{4} \cos\left(\frac{3}{4}b + c\right) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{3}{4}b + c\right) = -1 \Rightarrow \frac{3b}{4} + c = \pi$$

همچنین در $x = \frac{5}{4}$ مقدار تابع برابر صفر است.

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} \cos\left(\frac{5}{4}b + c\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{5}{4}b + c\right) = 0$$

با توجه به نمودار در $x = \frac{5}{4}$ دومین بار است که نمودار تابع محور x ها را قطع می‌کند، پس داریم: $\frac{5}{4}b + c = \frac{3\pi}{2}$ و حال دستگاه زیر را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} \frac{5}{4}b + c = \frac{3\pi}{2} \\ \frac{3}{4}b + c = \pi \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} \frac{5}{4}b - \frac{3}{4}b = \frac{3\pi}{2} - \pi \Rightarrow \frac{2}{4}b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \pi$$

$$\frac{5}{4}b + c = \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{b=\pi} c = \frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{a \cdot c}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

۴۵-۳۲-۲۲

۸۲ گزینه ۱ در تابع $y = a \sin bx + c$ می‌دانیم که $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ و $Min = -|a| + c$ است.

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = 3, b = -3$$

$$Max = 1 \Rightarrow |a| + c = 1$$

$$Min = -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \rightarrow c = -1, |a| = 2 \rightarrow a = 2, a = -2$$

شکل فرمت سینوس را دارد یعنی $ab > 0$ است و بدون دانستن این موضوع هم گزینه اول انتخاب می‌شد.

۳۷-۱۰-۵۴

۸۳ گزینه ۳ می‌دانیم که در تابع $y = a \cdot \sin bx$ اگر $a \cdot b > 0$ باشد، تابع در نقطه شروع $x = 0$ صعودی خواهد بود و اگر $a \cdot b < 0$ باشد، نزولی خواهد بود.

توجه:

$$y = k \cdot \sin ax \xrightarrow{\text{دوره تناوب}} T = \frac{2\pi}{|a|}$$

با توجه به شکل، منحنی دو بار تکرار شده است. پس عدد $\frac{4}{3}$ دو برابر دوره تناوب تابع است.

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

کمترین مقدار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ زمانی ایجاد می‌شود که مقدار سینوس عدد ۱ یا -۱ باشد و با توجه به شکل مقدار $\min$ عدد -۱ است. پس:

$$\min = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 2 + 3 = 5 \\ -2 - 3 = -5 \end{cases}$$

۵۶-۸-۳۵

۸۴ گزینه ۳

$$y = \sin bx \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}, \quad \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

می‌دانیم:

$$y = 1 + a \cdot \sin bx \cdot \cos bx = 1 + \frac{a}{2} \cdot \sin 2bx$$

چون فاصله دو نقطه مینیمم متوالی برابر با دوره تناوب اصلی منحنی است پس:

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$y = 1 + \frac{a}{2} \cdot \sin 2bx \xrightarrow{\text{بیشترین مقدار}} 1 + \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

تابع در اطراف $x = 0$ صعودی است، پس a و b هم‌علامتند و داریم:

$$a + b = 2 \quad \text{یا} \quad a + b = -2$$

۲۶-۴۵-۲۹

۸۵ گزینه ۱ با توجه به شکل، منحنی از $(0, 0)$ و $(2, 4)$ عبور می‌کند پس:

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) \xrightarrow{\text{تابع}} 0 &= a + b \cos(0) \Rightarrow a + b = 0 \\ (2, 4) \xrightarrow{\text{تابع}} 4 &= a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}(2)\right) = a + b \cdot \cos \pi = a - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -2$$



۴۲-۲۲-۳۶

۸۶ ✖ گزینه ۴ با توجه به رابطه $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$ داریم:

$$f(x) = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f(x) = a + 2 \sin bx$$

$$\left. \begin{aligned} T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \rightarrow b = \pm 3 \rightarrow b = 3 \text{ ق. ق.} \\ f\left(\frac{\pi}{18}\right) = 0 \Rightarrow a + 2 \sin \frac{\pi}{6} = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$$

۵۸-۸-۳۴

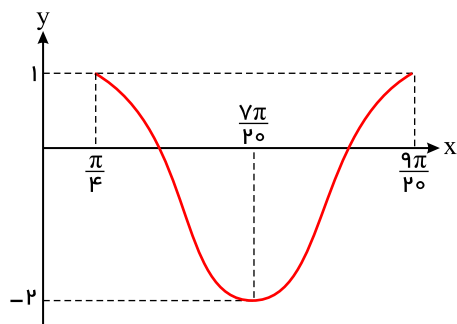
۸۷ ✖ گزینه ۳ از روی نمودار، مشخص است که ماکزیمم تابع برابر ۵ و مینیمم تابع برابر ۱ است، پس داریم:

$$y = c + a \cos bx$$

$$\left. \begin{aligned} \max = |a| + c = 5 \\ \min = -|a| + c = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

۳۶-۸-۵۷

۸۸ ✖ گزینه ۱



$$\left. \begin{aligned} T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |b| = 5 \Rightarrow b = \pm 5 \Rightarrow b = 5 \\ f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow a \cos^2\left(5 \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + c = 1 \Rightarrow a + c = 1 \\ f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -2 \Rightarrow a \cos^2\left(5 \times \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + c = -2 \Rightarrow c = -2 \\ \Rightarrow a = 3 \Rightarrow ab = 15 \end{aligned} \right\}$$

۵۹-۱۵-۲۶

۸۹ ✖ گزینه ۱ می‌دانیم که دوره تناوب تابع $y = k \cdot \cos ax$ برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos(b\pi x)$$

چون برد تابع $[-2, 2]$ است و برد تابع کسینوس $[-1, 1]$ است پس $a = 2$ است. ($a > 0$ است زیرا نمودار نسبت به محور x قرینه نشده است).

$$3T = 3.5 - (-2.5) = 6 \Rightarrow T = 2$$

از طرفی طبق شکل دوره تناوب ۲ است و داریم: $T = \frac{2\pi}{\pi b} = 2 \Rightarrow b = 1$ پس $ab = 2$ می‌باشد.

۵۱-۸-۴۱

۹۰ ✖ گزینه ۱

سه برابر دوره تناوب برابر ۳ است.

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

ماکزیمم تابع برابر ۳ است، پس:

$$|a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

تابع در اطراف $x = 0$ نزولی است، پس a و b مختلف‌العلامت هستند.

$$a = 3, b = -2 \text{ یا } a = -3, b = 2 \Rightarrow a \cdot b = -6$$

۴۲-۲۰-۳۸

۹۱ ✖ گزینه ۴ با توجه به نمودار، ماکزیمم تابع برابر $\frac{5}{2}$ و مینیمم تابع برابر $-\frac{1}{2}$ است، پس:

$$\left. \begin{aligned} c + |a| &= \frac{5}{2} \\ c - |a| &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow 1 + |a| = \frac{5}{2} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2}$$

چون نمودار در شکل برخورد با محور y ها دارای مینیمم است، پس a منفی است.

$$|a| = \frac{3}{2} \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a \cdot c = -\frac{3}{2} \times 1 = -\frac{3}{2}$$

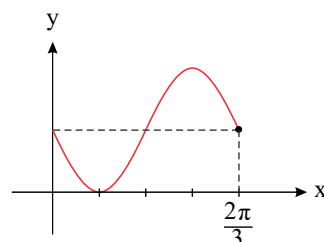
۴۱-۷-۵۱

۹۲ گزینه ۴ می‌دانیم: $y = \sin ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$

با توجه به نمودار داریم:

$$T = \frac{2\pi}{3}$$

$$y = 1 - \sin mx \rightarrow T = \frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = \pm 3$$



چون نمودار در آغاز رو به پایین حرکت می‌کند و ضریب سینوس منفی است پس باید کمان سینوس مثبت باشد پس $m > 0$ بوده و $m = +3$ قابل قبول است.

$$x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = 1 - \sin(3x) = 1 - \sin \frac{5\pi}{2} = 1 - \sin \frac{3\pi}{2} = 1 - (-1) = 2$$

۵۸-۱۴-۲۷

۹۳ گزینه ۳ از نمودار مشخص است که $a(-b) > 0 \rightarrow ab < 0$ است.

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right)) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin 2bx \Rightarrow y = -\frac{a}{2}\sin 2bx + \frac{a}{2} + c$$

$$\left\{ \begin{aligned} y_{\max} &= \left| -\frac{a}{2} \right| + \frac{a}{2} + c = 1 \\ y_{\min} &= -\left| -\frac{a}{2} \right| + \frac{a}{2} + c = -2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\times -1} \Rightarrow 2\left|\frac{a}{2}\right| = 3 \rightarrow a = \pm 3,$$

$$T = \frac{15\pi}{4} - \left(-\frac{5\pi}{4}\right) = 5\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = 5\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{5} \xrightarrow{ab < 0} ab = -\frac{3}{5} = -0.6$$

۳۵-۳۸-۲۷

۹۴ گزینه ۱ می‌دانیم: $y = \cos ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{a}$

با توجه به شکل، دوره تناوب تابع 4π است.

$$y = \frac{1}{2} + 2\cos mx \rightarrow T = \frac{2\pi}{m} = 4\pi \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{بازنویسی: } f(x) &= \frac{1}{2} + 2\cos \frac{1}{2}x \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\cos \frac{8\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2\cos\left(\frac{9\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} + 2\cos\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۴۲-۱۰-۴۲

۹۵ گزینه ۱ می‌دانیم:

$$y = a \cdot \cos bx + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

توجه: در نمودارهای متناوب، فاصله بین دو $\min$ یا دو $\max$ متوالی، یک دوره تناوب تابع است.

توجه: در نمودار تابع $y = a \cdot \sin bx + c$ اگر بلافاصله بعد از محور y ها منحنی نزولی باشد، آنگاه $a \cdot b < 0$ است.

$$\xrightarrow{\text{دوره تناوب}} T = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$$

با توجه به نمودار در برخورد با محور y ها داریم $a < 0$ پس $a = -2$ و داریم:

$$y = 2\cos\left(\frac{x}{-2}\right) \Rightarrow \begin{aligned} T' &= \frac{2\pi}{\left|-\frac{1}{2}\right|} = 4\pi \\ \text{دوره تناوب} & \end{aligned}$$



۳۷-۳۸-۲۵

گزینه ۴ ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow f(x) = a + \frac{b}{2} \sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

$$\xrightarrow{\text{طبق نمودار}} \begin{cases} a - \frac{b}{2} = 1 \\ a + \frac{b}{2} = 3 \end{cases} \rightarrow a = 1 \xrightarrow{f(0)=-1} -1 = 1 + \frac{b}{2} \Rightarrow b = -4$$

مقدار c را هم از دوره تناوب تابع به دست می‌آوریم:

$$\frac{2\pi}{|2c|} = \pi \Rightarrow |c| = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - 2 \cos 2x \xrightarrow{\text{صفه‌های } f} 1 - 2 \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} \begin{cases} 2x_1 = \frac{\pi}{3} \\ 2x_2 = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{5\pi}{6} \\ x_1 = \frac{\pi}{6} \end{cases} \rightarrow x_2 - x_1 = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

۲۹-۱۸-۵۳

گزینه ۴ دوره تناوب $f(x)$ برابر با $\frac{\pi}{2}$ است؛ بنابراین دوره تناوب $-3f(2x)$ نصف دوره تناوب $f(x)$ ، یعنی $\frac{\pi}{4}$ خواهد بود.

۲۱-۱۶-۶۳

گزینه ۳

$$f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|\frac{2}{a}|} = \frac{\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

۳۹-۶-۵۴

گزینه ۴

از رابطه $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ استفاده می‌کنیم.

$$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \rightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۱۸-۱۱-۷۱

گزینه ۳ برای آنکه تابع $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ روی بازه $[-1, 1]$ بیشترین مقدار را داشته باشد، باید حاصل $\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ کمترین مقدار، یعنی مقدار (-1) را به خود بگیرد. پس داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right) = -1 \rightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{-2k}{3} - \frac{1}{4}$$

حال برای تعیین تعداد جواب‌های این معادله در بازه $[-1, 1]$ کافی است به k اعداد صحیح را نسبت دهیم:

k	-۲	-۱	۰	۱	۲
x	$\frac{13}{12}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{19}{12}$
	غ ق ق	✓	✓	✓	غ ق ق

بنابراین معادله‌ی فوق در بازه $[-1, 1]$ دارای ۳ جواب است.

۱۳-۸-۷۸

گزینه ۳ می‌دانیم: $1 + \cos 2a = 2\cos^2 a$

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow \cos 2x + 1 + \cos 2x = 0 \rightarrow 2\cos 2x = -1 \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \cos 2x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۵۱-۳۱-۱۸

گزینه ۴

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \Rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

توجه کنید که $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

۶۷-۱۵-۱۸

گزینه ۱

می‌دانیم: $2\sin a \cos a = \sin 2a$, $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 \rightarrow 2\sin x \cos x = 1 - 2\cos^2 x$$

$$\rightarrow 2\sin x \cos x = -(2\cos^2 x - 1) \rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

طرفین را بر $\cos 2x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\rightarrow \tan 2x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

۷۱-۱۲-۱۶

گزینه ۲ کسری برابر صفر است که صورتش صفر باشد.

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 3x = -\sin 2x \rightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi - 2x \rightarrow 5x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ 3x = 2k\pi + \pi + 2x \rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

غریب (مخرج را صفر می‌کند)

۷۵-۸-۱۶

گزینه ۴ می‌دانیم: $\sin 2a = 2\sin a \cos a$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$

$$\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0 \rightarrow 2\sin x \cos x + \sin x = 0 \rightarrow \sin x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} x = 0, \pi, 2\pi \\ 2\cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=0} x = \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر 5π است.

۶۷-۱۲-۲۲



گزینه ۴ ۱۰۶

$$\text{نکته: } \sin u = \sin v \Rightarrow u = 2k\pi + v, u = 2k\pi + \pi - v$$

$$\sin 5x + \sin 4x = 1 + \underbrace{\cos \pi}_{-1} \rightarrow \sin 5x = -\sin 4x \rightarrow \sin 5x = \sin(-4x)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi - 4x \rightarrow 9x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{9} \\ 5x = 2k\pi + \pi + 4x \rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

$$x = \frac{2k\pi}{9} \rightarrow \begin{array}{c|ccccccccc} k & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 9 \\ \hline x & 0 & \frac{2\pi}{9} & \frac{4\pi}{9} & \frac{6\pi}{9} & \frac{8\pi}{9} & \dots & 2\pi \end{array}$$

$$x = 2k\pi + \pi \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = \pi$$

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{2\pi + 4\pi + 6\pi + \dots + 18\pi}{9} + \pi$$

$$= \frac{(2 + 4 + 6 + \dots + 18)\pi}{9} + \pi = \frac{90\pi}{9} + \pi = 10\pi + \pi = 11\pi$$

دقت کنید که $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ است روی همین اصل داریم:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 18 = 9(9+1) = 90$$

۷۳-۱۳-۱۴

گزینه ۱ ۱۰۷

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 0$$

$$\rightarrow 2 - 2\cos^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3+5}{4} = 2 \rightarrow \text{امکان ندارد } (-1 \leq \cos x \leq 1) \\ \cos x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۶۲-۱۶-۲۲

گزینه ۳ ۱۰۸

$$2\sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) + 3\cot x \sin(\pi + x) = 0 \Rightarrow 2\sin x \cdot \sin x + 3 \frac{\cos x}{\sin x} (-\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x - 3\cos x = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) - 3\cos x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 + 3A - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \rightarrow \begin{cases} A = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \\ A = \frac{-3-5}{4} = -2 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$A = -2 \Rightarrow \cos x = -2 \text{ امکان ندارد } (-1 \leq \cos x \leq 1)$$

۷۱-۷-۲۲

$$\text{برای پیدا کردن نقاط برخورد نمودار تابع } y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \text{ با محور } x \text{ های بازه } \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right], \text{ کافی است معادله } 3\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \text{ را روی}$$

بازه مورد نظر حل کنیم. داریم:

$$3\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{حالت خاص}} \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow -2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2}$$

حال، جواب‌های قابل قبول x را که در بازه‌ی $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ قرار دارند به دست می‌آوریم:

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\lambda} - \pi = -\frac{9\pi}{\lambda}, \quad k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{\lambda}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\lambda}, \quad k = -1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{\lambda}$$

$$k = -2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\lambda} + \pi = \frac{9\pi}{\lambda}$$

در نتیجه، پنج جواب قابل قبول وجود دارد.
۶۷-۱۶-۱۷

۱۱۰ گزینه ۲

$$\cos 3x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

توجه کنید چون $\cos x \neq 0$ است پس جواب $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ قابل قبول نمی‌باشد.
۳۷-۳۳-۳۰

۱۱۱ گزینه ۴

می‌دانیم $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$ پس:

$$\frac{\sin 3x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 1 \rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \xrightarrow{\sin x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi} \sin 3x = \sin x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi \rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

چون $x \neq k\pi$ می‌باشد پس جواب $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است.

۲۷-۱۰-۲۷

۱۱۲ گزینه ۴ می‌دانیم $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$4 \sin x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \rightarrow -4 \sin x \cos x = 1 \rightarrow -4\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 \rightarrow -2 \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow{\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}} \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases} \xrightarrow{\text{به } k \text{ عدد می‌دهیم.}} x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \xrightarrow{\text{مجموع جواب‌ها}} \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

۴۱-۳۶-۲۴

۱۱۳ گزینه ۲

می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$



$$2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ \text{یا} \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

$x = \frac{2k\pi}{3}$ جواب‌های $x = 2k\pi$ را پوشش می‌دهد.

۶۹-۱۱-۲۰

گزینه ۴ ۱۱۴

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$(1 + \tan^2 x) \cdot \cos(\pi + 2x) = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)(-\cos 2x) = 2 \Rightarrow 2 \cos^2 x = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow 1 + \cos 2x = -\cos 2x \Rightarrow 2 \cos 2x = -1 \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۷۴-۱۰-۱۷

گزینه ۳ ۱۱۵

می‌دانیم $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$ پس:

$$(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3} \Rightarrow (\sin x - \tan x) \cot x = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \sin x \cot x - \tan x \cot x = -\cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = -\cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۶۶-۴-۳۰

گزینه ۴ ۱۱۶ می‌دانیم $\sin^2 a + \cos^2 a = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a$ است.

$$1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \sin 2x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$$

۳۰-۴۰-۳۰

گزینه ۴ ۱۱۷

روش اول:

$$\frac{\cos 2x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 0 \Rightarrow \cos 2x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\text{مخرج} \neq 0 \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم: اگر به k صفر دهیم گزینه‌های ۱، ۲، ۳ جواب $x = \frac{\pi}{4}$ بدست می‌آید که غیر قابل قبول است (چون مخرج را صفر می‌کند) پس گزینه‌ی ۴ جواب صحیح است.

۷۵-۱۲-۱۲

گزینه ۱۱۸

$$\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0 \Rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۷۱-۶-۲۳

گزینه ۱۱۹ می‌دانیم که $\sin 2u = \frac{1}{2} \sin 4u$ است.

$$2 \sin 3x \cos 3x = 1 \rightarrow 2 \left(\frac{1}{2} \sin 6x\right) = 1 \rightarrow 2 \sin 6x = 1 \rightarrow \sin 6x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}} \begin{cases} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \\ 6x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \end{cases}$$

k	۰	۱
x	$\frac{\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}$	$\frac{13\pi}{36}, \frac{17\pi}{36}$

بنابراین معادله در بازه داده شده دارای ۴ جواب است.

۷۰-۱۳-۱۷

گزینه ۱۲۰ می‌دانیم: $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = 1$$

$$\xrightarrow{\text{حالت خاص}} \sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۶۰-۱۱-۲۹

گزینه ۱۲۱ نکته: $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$ و $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

طبق صورت سؤال داریم:

$$\sin 4x \cos 2x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow (2 \sin 2x \cos 2x)(\cos 2x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)\right)^2 = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)^2$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2x \cos^2 2x = \frac{1}{2}(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x})$$

$$\Rightarrow 4 \sin 2x(1 - \sin^2 2x) = 1 + \sin 2x \Rightarrow 4 \sin 2x - 4 \sin^3 2x = 1 + \sin 2x$$

$$\Rightarrow 3 \sin 2x - 4 \sin^3 2x = 1 \Rightarrow \sin 3(2x) = 1 \Rightarrow \sin 6x = 1 = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$

۷۴-۱۸-۸

گزینه ۱۲۲ می‌دانیم: $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x = k\pi + \alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۷۴-۶-۲۰

گزینه ۱۲۳

$$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \rightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \xrightarrow{\tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha} 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \rightarrow \begin{array}{c|cccc} k & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ \\ \hline x & \frac{9\pi}{8} & \frac{11\pi}{8} & \frac{13\pi}{8} & \frac{15\pi}{8} \end{array} \rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{48\pi}{8} = 6\pi$$

۳۸-۳۶-۲۶



گزینه ۱ ۱۲۴

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta \end{cases}$$

$$\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) + \left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right)$$

$$\Rightarrow 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{[0, 2\pi]} \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{24} \\ x_2 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{\lambda} = \frac{17\pi}{24} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{18\pi}{24} = \frac{3\pi}{4}$$

۸۰-۵-۱۵

گزینه ۴ ۱۲۵ روش اول:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - x + \frac{\pi}{4} \rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi + x - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$

غ ق ق (با توجه به شرط)

روش دوم: اگر $k = 0$ باشد گزینه اول و دوم $x = 0$ را می‌دهند که در معادله صدق نمی‌کند اگر $k = 1$ باشد گزینه سوم $x = \frac{\pi}{3}$ را می‌دهد که در معادله صدق نمی‌کند بنابراین گزینه

چهارم صحیح است.

۳۶-۳۸-۲۶

گزینه ۳ ۱۲۶

می‌دانیم $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ و $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$\sin 4x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$2 \sin 2x \cos 2x = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = -\cos 2x$$

$$\rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x + \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x(2 \sin 2x + 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} \left\{ \frac{11\pi}{12} \right\} \\ 2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} \left\{ \frac{7\pi}{12} \right\} \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

۸۱-۵-۱۴

گزینه ۲ ۱۲۷

$$2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - A - 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \pi \\ \cos x = -\frac{3}{2} > 1 \text{ غ ق ق } (-1 \leq \cos x \leq 1) \end{cases}$$

۵۷-۸-۳۵

گزینه ۱ ۱۲۸

می‌دانیم: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$, $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$$

به کمک اتحاد $a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ عبارت $\sin^2 x + \cos^2 x$ را تجزیه می‌کنیم.

$$(\sin x + \cos x) \cdot (\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$(\sin x + \cos x) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$(\sin x + \cos x) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) - \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 0$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) \cdot (\sin x + \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 2 \text{ غلط} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, 2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{جمع} = 0 + \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$

۳۶-۴۸-۱۶

گزینه ۴ می‌دانیم: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$2\sin^2 x = 3\cos x \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) = 3\cos x \rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 + 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \\ \rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = \frac{-3-5}{4} = -2 \text{ است. } -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ امکان ندارد زیرا} \end{cases} \end{aligned}$$

۶۶-۱۳-۲۱

گزینه ۱

$$\cos 3x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \xrightarrow{x=2k\pi-\alpha} 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

چون $\cos x \neq 0$ است پس جواب $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ قابل قبول است.

۶۶-۱۰-۲۴

گزینه ۳ می‌دانیم $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ پس داریم:

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x \cos 3x = 1 \Rightarrow \sin^2 x \cos 3x + \sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x (\cos 3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, \pi, 2\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \\ \cos 3x = -1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \end{cases}$$



معادله دوم نیز سه جواب دارد $(\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3})$ اما جواب π در هر دو معادله به دست آمد و تکراری است. پس در کل معادله فوق ۵ جواب $(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi, 2\pi, 0)$ را خواهد داشت.

۲۶-۳۴-۴۰

گزینه ۱ $x = \frac{\pi}{3}$ این تست با عددگذاری حل می‌شود. $x = 0$ در معادله صدق می‌کند $(\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} = \cos 0)$ بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند.

در معادله صدق نمی‌کند $(\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{2\pi}{3} \neq \cos \frac{2\pi}{3})$ بنابراین گزینه دوم نیز حذف می‌شود و جواب گزینه اول یعنی $x = \frac{2k\pi}{3}$ است.

۸-۱۰-۸۳

گزینه ۴

می‌دانیم:

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha)(1 + \cos 8\alpha) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 \alpha \times 2 \cos^2 2\alpha \times 2 \cos^2 4\alpha = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 2\alpha \cdot \cos^2 4\alpha = \frac{1}{8\lambda}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos 4\alpha = \pm \frac{1}{\lambda} \xrightarrow[\alpha \neq k\pi]{\times \sin \alpha} \underbrace{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}_{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos 4\alpha = \frac{1}{2} \underbrace{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha}_{\frac{1}{2} \sin 4\alpha} \cdot \cos 4\alpha = \frac{1}{4} \underbrace{\sin 4\alpha \cdot \cos 4\alpha}_{\frac{1}{2} \sin 8\alpha}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \sin 8\alpha = \pm \frac{1}{\lambda} \sin \alpha \Rightarrow \sin 8\alpha = \pm \sin \alpha$$

$$(1) \sin 8\alpha = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} 8\alpha = 2k\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{7} \Rightarrow \max: \frac{6\pi}{7} \\ 8\alpha = 2k\pi + \pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9} + \frac{\pi}{9} \Rightarrow \max: \frac{7\pi}{9} \end{cases}$$

$$(2) \sin 8\alpha = -\sin \alpha \Rightarrow \sin 8\alpha = \sin(-\alpha)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8\alpha = 2k\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9} \Rightarrow \max = \frac{8\pi}{9} \\ 8\alpha = 2k\pi + \pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{9} + \frac{\pi}{9} \Rightarrow \max = \frac{5\pi}{9} \end{cases}$$

* البته دقت کنید که $\alpha = \pi$ جواب قابل قبول برای معادله نیست. پس ماکزیمم جواب‌ها $\frac{8\pi}{9}$ است.

۱۹-۵۹-۲۲

گزینه ۴

$$\cos^2 x + 3 \sin(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0 \rightarrow \cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0 \xrightarrow{\cos x = A} A^2 + 3A + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \rightarrow \cos x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ A = -\frac{c}{a} = -2 \rightarrow \cos x = -2 \quad (-1 \leq \cos x \leq 1) \text{ امکان ندارد} \end{cases}$$

۲۰-۹-۷۱

گزینه ۲

$$\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x \rightarrow \tan(\frac{\pi}{4} - x) = \tan 3x$$

$$\rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$$

۱۶-۴-۸۰

گزینه ۲

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \text{ می‌دانیم:}$$

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} = 3 \cos^2 x \rightarrow \frac{-3 \sin^2 x + 3 \sin x}{\sin x} = 3 \cos^2 x \rightarrow \frac{\sin x(-3 \sin^2 x + 3)}{\sin x} = 3(1 - \sin^2 x) \Rightarrow -3 \sin^2 x + 3 = 3 - 3 \sin^2 x$$

$$\rightarrow -3 \sin^2 x = -1 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3} \rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} = \sin\left(\pm \frac{\pi}{6}\right)$$

طبق دایره مثلثاتی مقابل، جوابهای معادله فوق بصورت $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است.

۸۳-۷-۱۰

گزینه ۴ ۱۳۷

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} + 2x)} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2} + 2x)} = 0 \Rightarrow \frac{-\sin 2x + \cos 2x}{(\cos 2x)(-\sin 2x)} = 0 \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x(2 \sin 2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{12} \\ x_2 = \frac{5\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan(2\alpha) = \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

۸۵-۵-۹

با استفاده از رابطه $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$ عبارت $\sin(x + \frac{\pi}{4})$ را به صورت زیر نوشته و در معادله جایگزین می‌کنیم. گزینه ۲ ۱۳۸

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{2} - (x + \frac{\pi}{4})) = \cos(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$$

طبق رابطه (۱) داریم:

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} - x) = \cos(x - \frac{\pi}{4}) \quad (1)$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1 \xrightarrow{(1)} \cos^2(x - \frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \pm 1$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

۳۸-۳۶-۲۷

گزینه ۱ ۱۳۹

$$\text{می‌دانیم: } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \cos x (-\sin x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۶۷-۹-۲۵

گزینه ۴ ۱۴۰

$$\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \rightarrow 2x = 2k\pi \pm (\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



k	x
0	$\frac{\pi}{6}$
1	$\frac{5\pi}{6}$
2	$\frac{9\pi}{6}$

$\in \{1, 5, 9\}$

۶۸-۱۰-۲۱

گزینه ۴ ۱۴۱

$$\Delta \cos x - \tan^2 x = 1 \Rightarrow \Delta \cos x = 1 + \tan^2 x$$

با استفاده از رابطه $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ داریم:

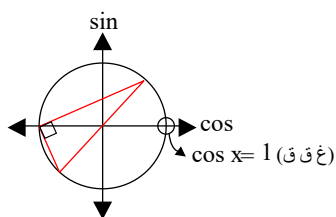
$$\Delta \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \Delta \cos^3 x = 1 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} \Delta \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\Delta} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

پس معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۲ جواب است.

۶۹-۶-۲۵

گزینه ۳ ۱۴۲ با توجه به این که $\cos x \neq 1$ (ریشه‌ی مخرج)، معادله‌ی مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x (\sin x - \cos x) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi \\ \text{یا} \\ \sin x \neq 0 \Rightarrow \cos x = \sin x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

همان طور که در دایره‌ی مثلثاتی مشاهده می‌کنید، نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی مفروض، رئوس یک مثلث قائم الزاویه هستند زیرا زاویه‌ی محاطی مقابل به قطر دارد.

۶۴-۱۳-۲۳

گزینه ۴ ۱۴۳

$$\text{می‌دانیم: } 1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

معادله را ساده می‌کنیم.

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2 \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

۷۲-۱۲-۱۶

گزینه ۲ ۱۴۴ طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{1 + \sin x} &= \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = (1 + \sin x)^2 \\ \Rightarrow 1 - \sin^2 x &= 1 + \sin^2 x + 2 \sin x \Rightarrow 2 \sin^2 x + 2 \sin x = 0 \\ \Rightarrow 2 \sin x (\sin x + 1) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ 1 + \sin x = 0 \Rightarrow \text{غ ق (چرا؟)} \end{cases} \end{aligned}$$

جواب‌های معادله به صورت $k\pi$ هستند که فاصله هر دو جواب متوالی π است.

۷۰-۱۲-۱۸

گزینه ۲ ۱۴۵ می‌دانیم که $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$ است.

$$5 \sin^2 x + 2 \cos 3x + 2 = 0 \rightarrow 5 \sin^2 x + 2(1 + \cos 3x) = 0 \rightarrow 5 \sin^2 x + 2 \cos^2 \frac{3x}{2} = 0$$

جمع دو عبارت نامنفی وقتی صفر است که تک تک آن‌ها صفر باشند و ریشه مشترک، جواب معادله است.

$$5 \sin^2 x = 0 \rightarrow \sin x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi \rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

$$2 \cos^2 \frac{3x}{2} = 0 \rightarrow \cos \frac{3x}{2} = 0 \xrightarrow{\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}} \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\rightarrow x = -\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \pi$$

بنابراین ریشه‌های مشترک π و $-\pi$ هستند. پس معادله دو جواب دارد.

۳۲-۴۹-۱۹

گزینه ۳ ۱۴۶

از رابطه $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ استفاده می‌کنیم.

$$2\cos 2x = \cot x(2\sin x + \tan x)$$

$$\Rightarrow 2(2\cos^2 x - 1) = \frac{\cos x}{\sin x} \sin x + \cot x \cdot \tan x = 2\cos x + 1$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x - 3 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16 + 48}}{4} = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{غ ق} \\ \frac{-1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

۷۶-۹-۱۵

گزینه ۴ ۱۴۷

$$\cos 2x = 3\sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1$$

$$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$\sin x = -2 \quad \text{یا} \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

k	o
x	$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

$$\text{اختلاف جواب‌ها} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

۶۹-۶-۲۵

گزینه ۲ ۱۴۸ با استفاده از رابطه $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$ داریم:

$$\sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} - (x + \frac{\pi}{6})) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3} - x) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$$

چون $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ، پس:

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos^2(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \pm 1$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{3}) = -1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3}$$

جواب‌های واقع در بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از:

$$x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{3}$$

۷۶-۸-۱۷

گزینه ۴ ۱۴۹

$$2\cos^2 \frac{\alpha}{2} \times 2\cos^2 \alpha \times 2\cos^2 2\alpha = \frac{1}{8} \Rightarrow 64\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha = 1 \Rightarrow 8\cos \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \cos 2\alpha = \pm 1$$

دو طرف را در $\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0$ ضرب می‌کنیم:

$$2(\underbrace{2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}_{\sin \alpha}) \cos \alpha \cos 2\alpha = \pm \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \underbrace{2(\sin \alpha \cos \alpha)}_{\sin 2\alpha} \cos 2\alpha = \pm \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \sin 4\alpha = \sin(\pm \frac{\alpha}{2})$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 2k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}\alpha = 2k\pi \\ \frac{5}{2}\alpha = 2k\pi \end{cases} \\ 2\alpha = (2k+1)\pi \mp \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}\alpha = (2k+1)\pi \\ \frac{3}{2}\alpha = (2k+1)\pi \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}\alpha = k\pi \\ \frac{5}{2}\alpha = k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2k\pi}{3} \\ \alpha = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

باید $\sin \frac{\alpha}{2} \neq 0$ یعنی $\alpha \neq 2k\pi$ پس ریشه‌ها در بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از:

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{6\pi}{3}, \dots, \frac{12\pi}{3} & \text{جواب ۶} \\ \alpha = \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \dots, \frac{16\pi}{5} & \text{جواب ۸} \end{cases}$$

پس معادله در بازه $[0, 2\pi]$ ۱۴ جواب دارد.

۸۸-۶-۶

گزینه ۲ می‌دانیم $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ پس می‌توان نوشت:

$$2\sin x(1 - 2\sin^2 x) + \sin x = 1 \Rightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x = 1$$

سمت چپ معادله برابر $\sin 3x$ است، پس:

$$\sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}$$

بنابراین مجموع این سه ریشه برابر $\frac{5\pi}{2} = \frac{15\pi}{6}$ است.

۸۴-۸-۸

گزینه ۲

$$2\cos^2 x = \sin x + 1 \Rightarrow 2(1 - \sin^2 x) - (1 + \sin x) = 0 \\ (1 + \sin x)(2 - 2\sin x - 1) = (1 + \sin x)(1 - 2\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

معادله در بازه $(0, 2\pi)$ ۳ جواب دارد.

۵۵-۱۵-۳۰

گزینه ۲ می‌دانیم: $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$

$$\sin 2x - 2\sin^2 x \cos x = 0 \Rightarrow 2\sin x \cdot \cos x \cdot (1 - 2\sin x) = 0$$

$$\sin x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

۵ جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد.

۳۱-۴۰-۲۹



پاسخنامه کلیدی

۱	۲	۳۲	۱	۶۳	۲	۹۴	۱	۱۲۵	۴
۲	۴	۳۳	۱	۶۴	۲	۹۵	۱	۱۲۶	۳
۳	۴	۳۴	۱	۶۵	۱	۹۶	۴	۱۲۷	۲
۴	۳	۳۵	۱	۶۶	۱	۹۷	۴	۱۲۸	۱
۵	۳	۳۶	۲	۶۷	۴	۹۸	۳	۱۲۹	۴
۶	۲	۳۷	۲	۶۸	۳	۹۹	۴	۱۳۰	۱
۷	۴	۳۸	۲	۶۹	۳	۱۰۰	۳	۱۳۱	۳
۸	۱	۳۹	۳	۷۰	۲	۱۰۱	۳	۱۳۲	۱
۹	۳	۴۰	۲	۷۱	۱	۱۰۲	۴	۱۳۳	۴
۱۰	۳	۴۱	۳	۷۲	۱	۱۰۳	۱	۱۳۴	۴
۱۱	۴	۴۲	۲	۷۳	۲	۱۰۴	۲	۱۳۵	۲
۱۲	۲	۴۳	۴	۷۴	۴	۱۰۵	۴	۱۳۶	۲
۱۳	۲	۴۴	۲	۷۵	۱	۱۰۶	۴	۱۳۷	۴
۱۴	۳	۴۵	۲	۷۶	۳	۱۰۷	۱	۱۳۸	۲
۱۵	۱	۴۶	۴	۷۷	۴	۱۰۸	۳	۱۳۹	۱
۱۶	۴	۴۷	۴	۷۸	۴	۱۰۹	۴	۱۴۰	۴
۱۷	۴	۴۸	۳	۷۹	۳	۱۱۰	۲	۱۴۱	۴
۱۸	۴	۴۹	۱	۸۰	۳	۱۱۱	۴	۱۴۲	۳
۱۹	۲	۵۰	۳	۸۱	۱	۱۱۲	۴	۱۴۳	۴
۲۰	۱	۵۱	۱	۸۲	۱	۱۱۳	۲	۱۴۴	۲
۲۱	۱	۵۲	۲	۸۳	۳	۱۱۴	۴	۱۴۵	۲
۲۲	۲	۵۳	۲	۸۴	۳	۱۱۵	۳	۱۴۶	۳
۲۳	۱	۵۴	۳	۸۵	۱	۱۱۶	۴	۱۴۷	۴
۲۴	۴	۵۵	۴	۸۶	۴	۱۱۷	۴	۱۴۸	۲
۲۵	۴	۵۶	۱	۸۷	۳	۱۱۸	۳	۱۴۹	۴
۲۶	۱	۵۷	۲	۸۸	۱	۱۱۹	۳	۱۵۰	۲
۲۷	۴	۵۸	۳	۸۹	۱	۱۲۰	۲	۱۵۱	۲
۲۸	۴	۵۹	۴	۹۰	۱	۱۲۱	۴	۱۵۲	۲
۲۹	۲	۶۰	۴	۹۱	۴	۱۲۲	۲		
۳۰	۳	۶۱	۳	۹۲	۴	۱۲۳	۲		
۳۱	۳	۶۲	۴	۹۳	۳	۱۲۴	۱		