



بیستوفیل

ریاضی یازدهم - انسانی





نوטר وفیل خونه رتبه برترها

قبولی های کنکور ۱۴۰۴



تک رقمی نوטר وفیل

رتبه ۸



ایمان نیک نام جهرمی

دور رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۱۴



امیر محمد کیانی

رتبه ۱۶



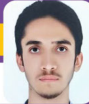
آریا قهرمانی

رتبه ۲۰



سینا راضی

رتبه ۳۲



امیر محمد رضائی

رتبه ۵۵



مهسا سیاوشی

رتبه ۵۹



ایمان انفرادی

رتبه ۶۱



بهار هلالی

رتبه ۷۵



محمد صالح عارفی

رتبه ۸۰



محمد مهدی شریفی

سه رقمی و چهار رقمی های نوטר وفیل

رتبه ۱۴۷



محدثه حیدری

رتبه ۱۶۰



اشکان کوثری

رتبه ۱۶۹



هانیه خواجه

رتبه ۲۲۲



امیر محمد شکوهی

رتبه ۲۵۹



ابوالفضل ناصریان

رتبه ۲۷۱



فاطمه سادات موسوی

رتبه ۳۰۸



سید علی اکرمی

رتبه ۳۴۱



حمیدرضا بشیری

رتبه ۴۳۲



سید محمدصادق حسینی

رتبه ۴۷۳



زهره بابائی

رتبه ۵۱۴



محمدپارسا عبدالله آبادی

رتبه ۵۳۲



فاطمه شاهسونند

رتبه ۵۳۷



ریحانه حیدری

رتبه ۵۳۹



نجمه کیخا

رتبه ۵۴۶



حسین تفضلی نژاد

رتبه ۵۵۷



محمد صالح زارعی

رتبه ۵۷۰



زهره ولی نژاد

رتبه ۶۰۶



سجاد محمودی زاده

رتبه ۶۶۱



فاطمه اصغری

رتبه ۶۶۷



سیاوش مصطفایی

رتبه ۶۷۲



محمدماهان عنبرستانی

رتبه ۶۹۱



بهار ضرغامی

رتبه ۷۱۴



محمد یزدیان

رتبه ۷۸۱



احسان قنبری

رتبه ۷۸۶



نیما غفاری

رتبه ۸۰۳



مائده رنجبر

رتبه ۸۰۴



آرمین رضایی

رتبه ۸۹۳



فاطمه مشاوری نجف آبادی

رتبه ۹۰۹



کیمیا فدائی

رتبه ۹۴۷



صفورا بقائی

رتبه ۱۰۵۲



پویان فریور افشار

رتبه ۱۰۵۸



الینا جلالی فر

رتبه ۱۱۲۲



علی طاهر زاده

رتبه ۱۱۲۷



زهره بابائی

رتبه ۱۲۳۴



مطهره توحیدی

رتبه ۱۲۳۶



مبینا ایزدی

رتبه ۱۲۸۴



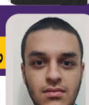
بهار امیری

رتبه ۱۲۸۴



فاطمه معین زاده

رتبه ۱۳۵۰



علی زینلی

رتبه ۱۳۷۲



پارسا رضایی

رتبه ۱۴۲۴



سید امیر حسین حسینی

رتبه ۱۴۸۳



سینا خاوری خراسانی

رتبه ۱۴۹۳



محمد مهدی خرم زاده

رتبه ۱۵۰۳



فاطمه رحیم زاده

رتبه ۱۵۳۴



فاطمه عبیری

رتبه ۱۶۲۸



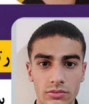
امیر محمد فکور حقیقی

رتبه ۱۶۳۹



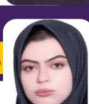
ابوالفضل نیرومند

رتبه ۱۶۷۸



سجاد ینکی

رتبه ۱۶۹۶



ندا ملک شاهی

رتبه ۱۷۳۱



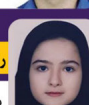
محمد رضا محسنی

رتبه ۱۷۵۴



هللیا حاجیلوئی

رتبه ۱۹۶۶



مهسا رضایی مقدم

رتبه ۲۰۱۵



علی شیرزاد

رتبه ۲۵۵۹



سارا حمزه

رتبه ۲۶۲۵



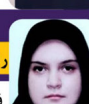
زهره مجمعی

رتبه ۲۷۱۱



محمد غلامی

رتبه ۲۷۵۱



فهمیه سیدآبادی

رتبه ۲۷۸۱



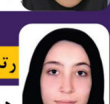
سعید شبانی

رتبه ۲۷۹۴



مریم بادلی

رتبه ۲۸۱۰



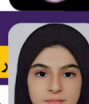
هدیه رحیمی

رتبه ۲۸۸۱



پارسا جمال امیدی

رتبه ۳۱۳۳



صبا شایع ثانی

رتبه ۳۲۴۴



هللیا سجادی

رتبه ۳۳۴۳



سینا ارزمانی



مشاوره کنکور نوتروفیل

بیستوفیل ریاضی و آمار فصل ۱ یازدهم

سال یازدهم
انسانی

فهرست

۱..... گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۴..... استدلال ریاضی



گزاره ها و ترکیب گزاره ها



۱ درست یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف گزاره $(P \wedge \sim P)$ همیشه نادرست است.

۲ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف گزاره‌ای که به صورت «اگر p آنگاه q و برعکس» بیان می‌شود، دارای ترکیب است.

۳ کدام یک از جملات زیر گزاره است؟

۱) لطفاً در را باز کن. ۲) چه هوای سردی! ۳) شما اهل کجایی؟ ۴) عدد ۷ عددی اول است.

۴ هم‌ارز گزاره $(p \wedge q) \sim$ کدام گزاره است؟

۱) $(p \vee q) \sim$ ۲) $(p \vee \sim q)$

۳) $(\sim p \vee \sim q)$ ۴) $(p \wedge \sim q)$

۵ ارزش گزاره «عدد ۹ مربع کامل است» را مشخص کرده، سپس نقیض آن را بنویسید.

۶ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$ را مشخص کنید.

۷ با استفاده از جدول ارزش‌ها درستی هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ را نشان دهید.

۸ درست یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف ارزش گزاره «اگر ۳ عددی اول باشد، آنگاه ۸ عددی فرد است» نادرست است.

۹ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف اگر حداقل ارزش یکی از دو گزاره درست باشد در این صورت ارزش ترکیب آنها درست است.

ب نقیض گزاره $P \sim$ گزاره می‌باشد.

پ تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره برابر است.

۱۰ اگر P گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را مشخص کنید.

$$(q \wedge r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

۱۱ با استفاده از جدول ارزش‌ها، درستی هم‌ارزی زیر را نشان دهید.

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

۱۲ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف نقیض گزاره $p \vee \sim q$ گزاره می‌باشد.

۱۳ اگر p, q دو گزاره دلخواه باشند، در چه صورت ارزش گزاره مرکب $p \wedge q$ درست است؟

۱) p درست و q نادرست ۲) p, q هر دو درست ۳) p, q هر دو نادرست ۴) گزینه ۱ و ۳

۱۴ درست یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که گزاره p درست و گزاره q نادرست باشد.

ب عبارت «عدد ۱۲ یک عدد اول است» یک گزاره می‌باشد.

۱۵ درست یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

الف ارزش گزاره «اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد، آنگاه داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس» نادرست است.

۱۶ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:





الف

اگر ۴ گزاره داشته باشیم، تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی حالت است.

۱۷

برای ترکیب فصلی دو گزاره p از حرف ربط استفاده شده و آن را با نماد q نمایش می‌دهند.(د) یا - $\wedge$ (ج) یا - $\vee$ (ب) و - $\wedge$ الف) و - $\vee$

۱۸

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش گزاره مرکب زیر را مشخص کنید:

$$(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$$

۱۹

درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید.

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۲۰

عکس و نقیض گزاره زیر را بنویسید و آن را ثابت کنید.

«اگر n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است.» ($n \in \mathbb{Z}$)

۲۱

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

الف

گزاره شرطی $p \vee \sim p$ همواره درست است.

۲۲

جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید:

الف

در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ اگر p نادرست باشد، گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

۲۳

اگر تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی برابر ۳۲ حالت باشد، تعداد گزاره‌ها برابر است با:

(د) ۶

(ج) ۵

(ب) ۴

الف) ۳

۲۴

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش گزاره مرکب زیر را مشخص کنید:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۲۵

درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$$

۲۶

جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته ۷ روز دارد و	*	
۲	 یا ۵ عددی زوج است.		*

۲۷

جدول هم‌ارزی زیر را کامل کنید.

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$

۲۸

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف

جمله "سیب قرمز، از سیب زرد خوشمزه‌تر است." یک گزاره است.

۲۹

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف

ارزش گزاره $(p \vee \sim p)$ ، همواره است.



۳۰ کدام گزاره هم‌ارز گزاره $p \Rightarrow q$ است؟

الف) $\sim p \Rightarrow \sim q$ ب) $\sim p \Leftrightarrow \sim q$

ج) $\sim q \Rightarrow \sim p$ د) $p \Leftrightarrow q$

۳۱ اگر گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \vee q)$ را مشخص کنید.

۳۲ درستی هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۳۳ گزاره "مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است." را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۳۴ اگر گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge r$ را تعیین کنید.

۳۵ الف) نقیض گزاره «۵ عددی اول است.» را بنویسید.

ب) ارزش گزاره $۲۵ = ۲ \times ۵ + ۳$ را مشخص کنید.

۳۶ اگر $p \wedge q \equiv T$ ، $q \Rightarrow r \equiv F$ باشد.

الف) ارزش گزاره‌های p ، q و r را مشخص کنید.

ب) ارزش گزاره $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow \sim p)$ را مشخص کنید.

۳۷ هم‌ارزی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $\sim (\sim p \wedge q) \equiv \dots$

ب) $p \Rightarrow \sim q \equiv \dots \vee \dots$

ج) $p \wedge (p \vee \sim q) \equiv \dots$

۳۸ اگر گزاره $p \vee q \Rightarrow r$ و گزاره $(p \wedge q) \vee q$ هر دو ارزش نادرست داشته باشند:

الف) ارزش گزاره‌های p ، q و r را مشخص کنید.

ب) ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow r$ را مشخص کنید.

۳۹ جدول ارزش‌گذاری زیر را کامل کنید.

p	q	$\sim q$	$(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim q$
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

۴۰ الف) ارزش گزاره‌های $(p : ۱۵ = ۳ \times ۲ + ۳^۲)$ و $(q : ۵۹ \text{ عددی مرکب است})$ را تعیین کنید.

ب) با توجه به قسمت الف) ارزش گزاره‌های $(p \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow q$ و $(\sim p \vee q) \wedge r$ را مشخص کنید.

۴۱ درستی یا نادرستی هر مورد را مشخص کنید.

الف) جمله «درس ریاضی از درس ادبیات سخت‌تر است»، یک گزاره درست است.

ب) گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ با گزاره فصلی $\sim p \vee q$ هم‌ارز است.

ج) ارزش گزاره «عدد $(-1)^{2n}$ عددی همواره مثبت است، $(n \in \mathbb{N})$ » درست است.

د) نقیض گزاره « a عددی اول است» به صورت « a عددی مرکب است» می‌باشد.

۴۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

الف) یک گزاره مرکب با ۵ گزاره ساده دارای حالت در جدول ارزش‌گذاری است.

ب) ارزش گزاره «هر عدد طبیعی دارای حداقل دو شمارنده طبیعی است یا $۱۵ - ۴^۲ > ۳ \times ۷^۰$ است.» است.



۴۳ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) اگر گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره زیر همواره درست است؟

۱) $\sim p \vee q$ ۲) $\sim p \wedge q$

۳) $p \wedge q$ ۴) $q \Rightarrow p$

ب) ستون مربوط به گزاره مرکب جدول زیر کدام است؟

p	q	$p \Rightarrow (\sim p \vee q)$
د	د	
د	ن	
ن	د	
ن	ن	

د
ن
ن
د

(۲)

د
د
د
ن

(۱)

د
د
ن
د

(۴)

د
ن
د
د

(۳)

۴۴ ارزش هر گزاره را مشخص کنید.

الف) اگر واریانس داده‌های آماری مساوی صفر باشد، آنگاه داده‌ها برابرند و برعکس.

ب) ۵۷ عددی اول است و عدد ۱ مرکب نیست.

ج) اگر $\sqrt{9}$ مربع کامل باشد، آنگاه ۲۳ بر ۳ بخش پذیر است.

د) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.

۴۵ هم‌ارز هر گزاره را به دست آورید.

۱) $(p \vee q) \wedge \sim q$

۲) $(p \Rightarrow p) \iff (p \wedge \sim p)$



۴۶ گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

الف) اگر از مکعب عددی یک واحد کم کنیم، حاصل برابر با ۲۶ می‌شود.

ب) حاصل ضرب عددی در خودش، به علاوه ۵ بزرگ‌تر از خود آن عدد است.

۴۷ به کمک قیاس استثنایی، استدلال زیر را کامل کنید.

مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است.

نتیجه:

۴۸ عکس نقیض گزاره شرطی «اگر n^2 عددی زوج باشد، آنگاه n عددی زوج است» را بنویسید. ($n \in \mathbb{Z}$)

۴۹ عبارت «مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است» را با نماد ریاضی بازنویسید.

۵۰ عکس نقیض گزاره «اگر دو خط موازی نباشند، آنگاه همدیگر را قطع می‌کنند» را به فارسی بنویسید.

۵۱ استدلال زیر در کدام مرحله نادرست است؟ دلیل نادرستی آن را بنویسید.

۱) $x^2 - x = 0$ ۲) $x(x - 1) = 0$ ۳) $\frac{x(x - 1)}{x} = \frac{0}{x}$ ۴) $x - 1 = 0$ ۵) $x = 1$



۵۲ نماد ریاضی عبارت «دو برابر تفاضل دو عدد از ۱۵ بزرگ‌تر است.» کدام است؟

(۱) $2(x - y) < 15$ (۲) $2x - y < 15$ (۳) $2(x - y) > 15$ (۴) $2x - y > 15$

۵۳ با استدلال قیاس استثنایی جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

مقدمه ۱: اگر شخصی در آزمون سطح یک زبان نمره بالاتر از ۶۰ بگیرد، آن‌گاه در کلاس سطح ۲ زبان می‌تواند ثبت نام کند.

مقدمه ۲: علی در آزمون سطح یک زبان نمره بالای ۶۰ گرفته است.

نتیجه:

۵۴ استدلال زیر در کدام مرحله نادرست است؟ دلیل نادرستی آن را بنویسید.

۱) $\frac{3x+4}{3x+2} = 2x$ ۲) $\frac{4}{2} = 2x$ ۳) $4x = 4$ ۴) $x = 1$

۵۵ گزاره «هر عدد ناصفری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.» را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۵۶ گزاره «مجموع مکعبات دو عدد، بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است» را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۵۷ نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.

آرش معتقد است که «هرکس مرا دوست دارد، عیوب مرا به من می‌گوید. از طرفی سعید عیوب مرا به من گفته است، پس سعید مرا دوست دارد.»

۵۸ درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کاررفته نادرست است، آن را اصلاح کنید.

گزاره: اگر طول و عرض مستطیلی را ۳ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۳ برابر می‌شود.

استدلال $\begin{cases} S = x \cdot y \text{ مساحت اولیه} \Rightarrow y = \text{عرض اولیه و } x = \text{طول اولیه} \\ S' = (3x)(y) = 3xy = 3S \text{ مساحت جدید} \Rightarrow y = \text{عرض جدید و } 3x = \text{طول جدید} \end{cases}$

۵۹ عبارت زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

مجموع مکعب‌های دو عدد، بزرگ‌تر از معکوس مجموع مجذور آن دو عدد است.

۶۰ با استفاده از جدول ارزشی، درستی قاعده قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۶۱ عکس نقیض گزاره شرطی «اگر x عددی مثبت باشد، آنگاه x^3 عددی مثبت است.» را بنویسید.

۶۲ دانش‌آموزی ادعا می‌کند که معادله $2x^2 + x = 0$ تنها یک ریشه دارد و آن $x = -\frac{1}{2}$ است استدلال او در زیر آمده است. با ذکر دلیل

بگوئید ایراد استدلال او در کدام گام است. استدلال درست را از این گام به بعد بنویسید.

۱ گام: $x(2x + 1) = 0$

۲ گام: $\frac{x(2x+1)}{x} = \frac{0}{x}$

۳ گام: $2x + 1 = 0$

۴ گام: $x = -\frac{1}{2}$

۶۳ گزینه درست را انتخاب کنید.

(الف) عکس نقیض گزاره شرطی «اگر a عددی گویا باشد، آنگاه $2a + 1$ نیز عددی گویا است» کدام است؟

(۱) اگر $2a + 1$ عددی گنگ باشد، آنگاه a نیز گنگ است. (۲) اگر a عددی گنگ باشد، آنگاه $2a + 1$ نیز گنگ است.

(۳) اگر $2a + 1$ عددی گویا باشد، آنگاه a نیز گویاست. (۴) اگر $2a + 1$ گنگ باشد، آنگاه a عددی گویاست.

(ب) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (a-1)x + 2a, & x < 0 \\ bx^2 + b, & x \geq 0 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





۶۴ الف عبارت «نصف مجذور مجموع دو عدد بزرگ‌تر از مجموع مجذورهای دو عدد است»، را به زبان ریاضی بنویسید.

ب) نام استدلال زیر را بنویسید. آیا نتیجه استدلال همواره درست است؟

مقدمه ۱: اگر علی در تمام دروس نمره ۲۰ بگیرد آنگاه نفر اول کلاس می‌شود.

مقدمه ۲: علی نفر اول کلاس شده است.

نتیجه: علی در تمام دروس نمره ۲۰ گرفته است.

۶۵ درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید.

الف) استدلال $\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر } ۱ \text{ برابر } ۲ \text{ باشد، آنگاه } ۲ \text{ برابر } ۳ \text{ است.} \\ \text{۱ برابر } ۲ \text{ است.} \\ \hline \text{۲ برابر } ۳ \text{ است.} \end{array} \right\}$ معتبر است.

ب) محاسبات $۹ = ۵ + ۴ = \sqrt{۲۵ + ۱۶} = \sqrt{\frac{۲۵ \times ۵ + ۱۶}{۵}}$ غلط است.

ج) در نمودار پیکانی یک رابطه برای آنکه رابطه موردنظر تابع باشد، محدودیتی در رسم پیکان‌ها نداریم.

د) در نمودار پیکانی $\left(\begin{array}{c} ۱ \\ \swarrow \searrow \\ a \end{array} \right)$ اگر $a = ۰$ باشد رابطه تابع است.

۶۶ در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.

الف) اولین گام برای یک استدلال ریاضی این است که عبارت توصیفی را به بنویسیم.

ب) هم‌ارز گزاره $q \Rightarrow p$ برابر گزاره $\Rightarrow q \sim$ است.

ج) استدلال $\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر الف آنگاه ب} \\ \text{ب} \\ \hline \text{الف} \end{array} \right\}$ را یک گویند.

د) در تابع $\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{x}{x} \end{array} \right\}$ اگر $A = \{۲, ۳, ۵\}$ باشد، برد تابع است.

۶۷ در مسائل زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) نماد ریاضی «پنج برابر تفاضل مجذورات دو عدد، از $\sqrt{۵}$ بزرگ‌تر است»، کدام است؟

$$(۲) \quad ۵x^۲ - ۵y^۲ < \sqrt{۵}$$

$$(۱) \quad ۵(x^۲ - y^۲) > \sqrt{۵}$$

$$(۴) \quad (۵x - ۵y)^۲ > \sqrt{۵}$$

$$(۳) \quad ۵(x - y)^۲ > \sqrt{۵}$$

ب) درمورد استدلال «هرکس کتاب بخواند باسواد است. سعید باسواد است، پس سعید کتاب خوانده است» کدام گزینه درست است؟

(۱) استدلال قیاسی است و نتیجه‌گیری درست است.

(۲) مغالطه است.

(۳) قیاسی است ولی نتیجه نادرست است.

(۴) روش استدلال درست است.

ج) اگر x قیمت خرید کالا و y قیمت فروش کالا باشد، عبارت «۵ درصد قیمت خرید کالایی، برابر سود حاصل از فروش کالا است»، کدام عبارت زیر

است؟

$$(۲) \quad \frac{۵}{۱۰۰}y = x - y$$

$$(۱) \quad \frac{۵}{۱۰۰}x = x - y$$

$$(۴) \quad \frac{۵}{۱۰۰}y = y - x$$

$$(۳) \quad \frac{۵}{۱۰۰}x = y - x$$



۶۸ ✧ مشخص کنید خطای محاسبات زیر در کدام مرحله رخ داده است و علت اشتباه بودن را توضیح دهید.

گام ۱: $a = b$ فرض می‌کنیم

گام ۲: $c = ۴$ فرض می‌کنیم

گام ۳: $ac = bc$ طرفین گام ۱ را در c ضرب می‌کنیم

گام ۴: $ac - bc = ۰ \Rightarrow (a - b)c = ۰$ فاکتور می‌گیریم

گام ۵: $\frac{(a - b)c}{a - b} = \frac{۰}{a - b}$ بر $a - b$ تقسیم می‌کنیم

گام ۶: $c = ۰$

۶۹ ✧ عبارات فارسی زیر را به یک عبارت ریاضی تبدیل کنید.

الف) مکعب جذر عددی، بعلاوه سه برابر خودش ۵ می‌شود.

ب) مجموع معکوسات مربعات دو عدد از مربع مجموع معکوسات دو عدد بزرگ‌تر نیست.

۷۰ ✧ کدام یک از محاسبات زیر غلط و کدام یک درست است؟ در محاسبات غلط، علت نادرست بودن را شرح دهید.

الف) $\frac{a + b}{c} = b$ ساده کردن c $\rightarrow a + b = b$ $\xrightarrow{\text{دوم می‌بریم}} a = ۰$

ب) $\frac{a + bc}{c} = b$ طرفین وسطین $\rightarrow a + bc = bc$ $\xrightarrow{\text{دوم}} a = ۰$

۷۱ ✧ استدلال قیاس استثنایی را به زبان گزاره‌ها بنویسید و درستی آن را با رسم جدول ارزش گزاره‌ها اثبات کنید.

۷۲ ✧ یک استدلال به صورت زیر معرفی شده است:

اگر q آنگاه نقیض p
یا نقیض q
 $\therefore p$

با رسم جدول ارزش گزاره‌ها معتبر بودن استدلال (ارزش روش استدلال) فوق را بررسی کنید.

۷۳ ✧ در یک سالن ۵ لامپ وجود دارد که به ۵ کلید مختلف وصل هستند. هر بار می‌توانیم وضعیت دو کلید را تغییر دهیم. در حال حاضر سه لامپ روشن و دو لامپ خاموش است. آیا می‌توان تمام لامپ‌ها را به وضعیت خاموش تبدیل کرد؟ (حالات ممکن را بنویسید).

۷۴ ✧ اگر n^3 فرد باشد، ثابت کنید n نیز فرد است.

۷۵ ✧ درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید و در صورت نادرستی آن را اصلاح کنید.

گزاره: اگر ارتفاع و قاعده نظیر آن در مثلثی ۴ برابر شود، مساحت مثلث نیز ۴ برابر می‌شود.
محاسبات:

$s = \frac{1}{2}ah$ مساحت اولیه $\Rightarrow a = \text{قاعده اولیه مثلث}$, $h = \text{ارتفاع اولیه مثلث}$

$s' = \frac{1}{2} \times 4a \cdot 4h$ مساحت جدید $\Rightarrow 4a = \text{قاعده جدید}$, $4h = \text{ارتفاع جدید}$

$s' = 4(\frac{1}{2}ah) \rightarrow s' = 4s$

۷۶ ✧ نماد ریاضی عبارت «مجموع قدر مطلق دو عدد، عددی نامنفی است.» را به زبان ریاضی بنویسید.

۷۷ ✧ عبارت «یک سوم از مربع نصف عددی برابر است با دو برابر آن عدد منهای یک چهارم عدد ۲۱» را به صورت نماد ریاضی بنویسید.





۷۸ در هر مورد نوع استدلال را مشخص کنید و درستی نتیجه را بررسی کنید.

الف) مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می‌تواند در آزمون عملی شرکت کند.

مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.

∴: علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کمتر از ۲۶ گرفته است.

ب) مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می‌شوند.

مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.

∴: مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.

ج) مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می‌زند.

مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.

∴: سعید از من متنفر است.

د) مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.

مقدمه ۲: a^2 بزرگ‌تر از صفر است.

∴: a عددی مثبت است.

۷۹ با توجه به استدلال به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی « $a > b \Rightarrow a^3 > b^3$ » به جای اثبات گزاره شرطی «چه گزاره‌ای را ثابت کنیم؟»

۸۰ در هر مورد از استدلال‌های زیر مشخص کنید خطا رخ داده یا نداده است؟

الف) $a = 2b + 1 \Rightarrow a^2 = 4b^2 + 4b + 1$ (ب) $a < b \Rightarrow ac^2 < bc^2$

ج) $\frac{a}{8} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = 2b$ (د) $x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0$

۸۱ نوع استدلال زیر را مشخص کنید و نتیجه‌گیری آن را بررسی کنید.

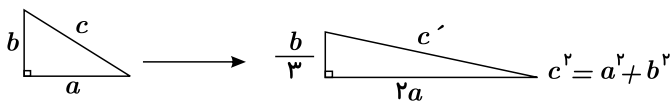
مقدمه (۱): اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آنگاه متساوی‌الساقین هم می‌باشد.

مقدمه (۲): مثلث ABC متساوی‌الساقین است. مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

۸۲ نماد ریاضی عبارت «مجموع مجذور دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجذور مجموع آن دو عدد است» را بنویسید.

۸۳ در مثلث قائم الزاویه که طول اضلاع قائمه a و b و وتر c است، طول ضلع a را دو برابر و طول ضلع b را $\frac{1}{3}$ برابر می‌کنیم، علی و رضا و حسن

هر یک به ترتیب طول وتر را در حالت جدید به صورت زیر محاسبه کرده‌اند، کدام یک طول وتر جدید را درست محاسبه کرده است؟



$$\text{علی: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{2}{3}c$$

$$\text{رضا: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \sqrt{\frac{4}{9}}c$$

$$\text{حسن: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} = \frac{37}{9}(a^2 + b^2) = \frac{37}{9}c^2 \Rightarrow c' = \sqrt{\frac{37}{9}}c$$

۸۴ در استدلال $\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \Rightarrow x^2 > 0 \\ (-4)^2 > 0 \\ \therefore -4 > 0 \end{array} \right.$ ، نوع استدلال و نتیجه آن را مشخص کنید.



۸۵ در استدلال زیر در کدام مرحله خطا صورت گرفته است؟

$$2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow (مرحلهٔ ۱) 2x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (مرحلهٔ ۲) 2x^2 = 4 \Rightarrow (مرحلهٔ ۳) x^2 = 2 \Rightarrow (مرحلهٔ ۴) x = \sqrt{2}$$





پاسخنامه تشریحی

۱
الف درست

۲
الف

دو شرطی یا $(p \Leftrightarrow q)$

۳ گزینه ۴ (۷ عددی اول است)

۴ گزینه ۳ $(\sim p \vee \sim q)$

۵ ارزش: درست

تقیض: عدد ۹ مربع کامل نیست یا (چنین نیست که عدد ۹ مربع کامل است)

۶ درست است چون که ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow q)$ نادرست است.

۷

«ترتیب سطرها مهم نیست. همچنین اگر ترتیب ستون‌های سوم و چهارم با پنجم عوض شود، جواب صحیح است.»

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

۸
الف درست

۹
الف فصلی

ب

پ

۱۰

ارزش گزاره درست

۱۱

۱۲

الف

۱۳ گزینه ۲،

۱۴

الف درست

P

۸

نادرست نادرست
 $(q \wedge r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

$\sim p \wedge q$

ب درست

۱۵

الف نادرست

۱۶

الف ۱۶

۱۷ گزینه د،

۱۸ اگر q گزاره‌ای نادرست باشد، آنگاه $\sim q$ گزاره‌ای درست است.

در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ مقدم درست و تالی هم درست است، لذا ارزش این گزاره درست است.

ترکیب دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ از دو گزاره درست و نادرست تشکیل شده است، لذا نادرست است.

$$\underbrace{(\sim q \Rightarrow p)}_d \Leftrightarrow \underbrace{(p \Leftrightarrow q)}_n \equiv (d) \Leftrightarrow (n) \equiv n$$

۱۹

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

۲۰ عکس و نقیض: اگر n فرد باشد، آنگاه n^2 فرد است.

$$n = \underbrace{2k+1}_{\text{فرد}} \rightarrow n^2 = (2k+1)^2 \rightarrow n^2 = \underbrace{4k^2+4k+1}_{\text{زوج}} \rightarrow \text{فرد}$$

۲۱

الف درست

۲۲

الف

"به انتهای مقدم" یا "همواره"

۲۳ گزینه د،

۲۴ چون p درست است $\sim p$ نادرست است و چون q نادرست است $\sim q$ درست است.

$p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی است، مقدم درست و تالی نادرست، لذا نادرست است.

$\sim q \Rightarrow \sim p$ ترکیب شرطی است مقدم درست و تالی نادرست، لذا نادرست است.

ترکیب این دو گزاره ترکیب دوشروطی است، هر دو نادرست هستند، لذا ارزش گزاره درست است.

۲۵

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته ۷ روز دارد و شبانه‌روز ۲۴ ساعت است.	*	
۲	۲ عددی فرد است یا ۵ عددی زوج است.		*

۲۶

۲۷



p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

۲۸

الف نادرست

۲۹

الف درست

۳۰ ج

۳۱ از نادرستی گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$ مشخص می‌شود که مقدم p باید درست باشد و تالی یعنی $p \wedge \sim q$ باید نادرست باشد و از نادرستی ترکیب عطفی $p \wedge \sim q$ چون p درست است، لذا q باید نادرست و گزاره درست باشد.

۳۲

$$p \equiv T, q \equiv T, \sim p \equiv F, \rightarrow \sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

۳۳

$$x^3 > \forall x + 5$$

۳۴

$$((\underbrace{T \Rightarrow F}_F) \wedge r) \Leftrightarrow T \equiv F \wedge r \Leftrightarrow T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

(صفحه ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$((\underbrace{T \Rightarrow F}_F) \wedge r) \Leftrightarrow T \equiv \underbrace{F \wedge r \Leftrightarrow T}_{(نمره ۲۵)} \equiv \underbrace{F \Leftrightarrow T}_{(نمره ۲۵)} \equiv F \quad (نمره ۲۵)$$

۳۵ الف ۵ عددی اول نیست.

(ب) نادرست: $3 + 2 \times 5 = 3 + 10 = 13$

(صفحه ۲ تا ۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف ۵ عددی اول نیست. (۵/نمره) (ب) نادرست (۵/نمره)

۳۶ الف گزاره عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند؛ پس:

$$p \equiv T, q \equiv T$$

گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد؛ پس $r \equiv F$ (ب)

$$(F \Leftrightarrow F) \Rightarrow (F \Rightarrow T) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

(صفحه ۴ تا ۱۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف

$$p \equiv T, q \equiv T, r \equiv F \quad (نمره ۲۵), (نمره ۲۵), (نمره ۲۵)$$

(ب)

$$\underbrace{(F \Leftrightarrow F) \Rightarrow (F \Rightarrow T)}_{(نمره ۵)} \equiv T \Rightarrow T \equiv T \quad (نمره ۲۵)$$

۳۷

الف) $\sim (\sim p \wedge q) \equiv \sim (\sim p) \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$

ب) $p \Rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$

ج) قانون جنب $p \wedge (p \vee \sim q) \equiv p$

(صفحة ۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $p \vee \sim q$ (۵، شماره) ب) $\sim p \vee \sim q$ (۵، شماره) ج) p (۵، شماره)

۳۸ الف) چون $p \vee q \Rightarrow r$ نادرست است، پس $p \vee q$ درست و r نادرست است. از طرفی چون $(p \wedge q) \vee q$ هم‌ارز q است و ارزش آن نادرست است، پس q نادرست است؛ پس برای آنکه $p \vee q$ درست باشد باید p درست باشد.
(ب)

$(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow r \equiv (T \wedge T) \Leftrightarrow F \equiv F$

(صفحة ۴ تا ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) p : درست (۵، شماره) q : نادرست (۵، شماره) r : نادرست (۵، شماره)

(ب)

$(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow r \equiv (T \wedge T) \Leftrightarrow F \equiv F$ (۵، شماره)

۳۹

p	q	$\sim q$	$(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim q$
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

(صفحة ۴ تا ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

p	q	$\sim q$	$(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim q$
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د

(۵، شماره) (۵، شماره) (۵، شماره)

۴۰ الف) p : درست ، q : نادرست

(ب)

$(T \Rightarrow F) \Leftrightarrow F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$

$(F \vee F) \wedge r \equiv F$

(صفحة ۴ تا ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) p : درست (۵، شماره) ، q : نادرست (۵، شماره)

(ب)

$(T \Rightarrow F) \Leftrightarrow F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$ (۷۵، شماره)

$(F \vee F) \wedge r \equiv F$ (۷۵، شماره)

۴۱ الف) نادرست؛ ارزش جمله داده شده سلیقه‌ای است و ارزش منحصر به فرد ندارد و این جمله اصلاً گزاره نیست. (صفحة ۲ و ۳ کتاب درسی)

ب) درست؛ با توجه به جدول زیر می‌توان نتیجه گرفت $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (صفحة ۷ کتاب درسی)



p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

(ج) درست؛ چون $2n$ که $n \in \mathbb{N}$ است عددی همواره زوج است، پس $(-1)^{2n}$ همواره مثبت است و همواره برابر ۱ می‌شود. (صفحه ۲ و ۳ و ۴ کتاب درسی)

(د) نقیض گزاره « a عددی اول است» به صورت « a عددی اول نیست» می‌باشد. (صفحه ۲ و ۳ و ۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) نادرست (۵، نمره) (ب) درست (۵، نمره)

(ج) درست (۵، نمره) (د) نادرست (۵، نمره)

۴۲ (الف) یک گزاره مرکب متشکل از n گزاره ساده در جدول ارزش گذاری دارای 2^n حالت است. پس اگر $n = 5$ باشد:

$$2^5 = 32 = \text{تعداد حالت‌ها}$$

(ب) عدد طبیعی ۱ فقط یک شمارنده دارد پس گزاره هر عدد طبیعی دارای حداقل دو شمارنده طبیعی است. نادرست است. اما $4^2 - 15 = 11$ را ساده می‌کنیم $1 > 3$ به دست

می‌آید و ارزش آن درست است؛ پس ارزش گزاره فصلی درست است.

(صفحه ۳ و ۴ و ۵ و ۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) ۳۲ (۵، نمره)

(ب) درست (۵، نمره)

۴۳ (الف) گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ فقط در حالتی نادرست است که $p \equiv T$ و $q \equiv F$ باشد و در این صورت گزاره $q \Rightarrow p$ (چون $q \equiv F$) به انتفای مقدم درست است. (صفحه‌های ۷ تا

۱۱ کتاب درسی)

(ب)

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \Rightarrow (\sim p \vee q)$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

(صفحه ۴ تا ۱۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) گزینه ۴ (۵، نمره)

(ب) گزینه ۳ (۵، نمره)

۴۴ (الف) درست؛ می‌دانیم که اگر داده‌ها با هم برابر باشند، آنگاه واریانس داده‌ها برابر صفر است. و برعکس گزاره شرطی نیز برقرار است؛ پس ارزش این گزاره دوشروطی درست است.

(ب) نادرست؛ ۵۷ عددی مرکب است و عدد ۱ نه اول و نه مرکب است. پس در گزاره عطفی داده‌شده داریم:

$$F \wedge T \equiv F$$

(ج) درست؛ $\sqrt{9} = 3$ مربع کامل نیست و گزاره شرطی داده‌شده به انتفای مقدم درست است.

(د) درست؛ هر عدد طبیعی یا زوج یا فرد است، پس یکی از این دو گزاره درست است و ترکیب فصلی آنها نیز درست است.

(صفحه ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) درست (۲،۵، نمره) (ب) نادرست (۲،۵، نمره)

(ج) درست (۲،۵، نمره) (د) درست (۲،۵، نمره)

۴۵ در نوشتن هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:



توزیع پذیری $(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

$q \wedge \sim q \equiv F$, $p \vee \sim p \equiv T$

$p \Rightarrow p \equiv T$

۱) $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \equiv (p \wedge \sim q) \vee F \equiv p \wedge \sim q$

۲) $(p \Rightarrow p) \iff (p \wedge \sim p) \equiv T \iff F \equiv F$

(صفحه ۴ تا ۱۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

۱) $\overbrace{(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)}^{(5, 5 \text{ نمره})} \equiv \overbrace{(p \wedge \sim q) \vee F}^{(5, 5 \text{ نمره})} \equiv \underbrace{p \wedge \sim q}_{(25, 5 \text{ نمره})}$

۲) $\underbrace{(p \Rightarrow p)}_T^{(25, 5 \text{ نمره})} \iff \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F^{(25, 5 \text{ نمره})} \equiv F$ (۲۵, ۵ نمره)

۴۶

الف

ب

$$x^3 - 1 = 26$$

$$(x^2 + 5 > x) \quad \text{یا} \quad x \times x + 5 > x$$

۴۷ ماه کامل است.

۴۸ اگر n زوج نباشد، آنگاه n^2 زوج نیست یا (اگر n فرد باشد، آنگاه n^2 فرد است)

۴۹

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$$

۵۰ اگر دو خط همدیگر را قطع نکنند، آنگاه دو خط موازی هستند.

۵۱ گام سوم نادرست است. در گام سوم اجازه تقسیم بر x وجود ندارد چون ممکن است x صفر باشد و عبارت بی معنا شود.

۵۲ گزینه ۳،

۵۳ علی می تواند در کلاس سطح ۲ زبان ثبت نام کند.

۵۴ گام دوم نادرست است. در گام دوم اجازه ساده کردن $3x$ وجود ندارد چون بین دو جمله در صورت و مخرج کسر علامت جمع وجود دارد و این ساده کردن امکان پذیر نیست.

۵۵

$$x \neq 0, x \geq \frac{1}{x}$$

۵۶

$$a^3 + b^3 \geq (a + b)^3$$

۵۷ استدلال مغالطه به صورت روبه رو است:

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{q}{\therefore p}$$

با فرض p : هر کس مرا دوست دارد.

q : عیوب مرا به من می گوید.

پس استدلال از نوع مغالطه است.

ولی نتیجه آن باید بررسی شود. مغالطه همیشه نادرست است.

۵۸ چون عرض مستطیل جدید همان عرض اولیه مستطیل است، اشتباه رخ داده است. اصلاح شده آن به صورت زیر است:

$$S' = (3x)(3y) = 9xy = 9S \quad \text{مساحت جدید} \Rightarrow 3y = \text{عرض جدید و } 3x = \text{طول جدید}$$

۵۹ مکعب های دو عدد را با x^3 و y^3 و مجموع آنها را با $x^3 + y^3$ نشان می دهیم. مجموع مجذور دو عدد نیز به صورت $x^2 + y^2$ و معکوس آن را به صورت $\frac{1}{x^2 + y^2}$ نشان می دهیم؛



پس:

$$x^3 + y^3 > \frac{1}{x^2 + y^2}$$

(صفحه ۱۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$x^3 + y^3 \text{ (} \circ, ۲۵ \text{) } > \frac{1}{x^2 + y^2} \text{ (} \circ, ۲۵ \text{)}$$

۶۰

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

(صفحه ۱۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

۶۱ اگر x^3 عددی مثبت نباشد، آنگاه x عددی مثبت نیست.

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

اگر x^3 عددی مثبت نباشد (نمره ۵/۵)، آنگاه x عددی مثبت نیست (نمره ۵/۵).

۶۲ در گام دوم اجازه تقسیم بر x وجود ندارد، زیرا ممکن است صفر باشد و عبارت بی معنا می شود.

$$\text{گام ۲: } \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

در گام دوم (نمره ۲۵/۵) اجازه تقسیم بر x وجود ندارد، زیرا ممکن است صفر باشد (نمره ۲۵/۵) و عبارت بی معنا می شود.

$$\text{گام ۲: } \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

۶۳ الف) عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \Rightarrow \sim q$ است. پس عکس نقیض گزاره داده شده گزینه ۱ است.

ب) در تابع پلکانی، هر ضابطه مقداری ثابت است. پس ضریب x در هر ضابطه باید برابر با صفر باشد.

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 0 \Rightarrow a + b = 1$$

(صفحه ۱۵ تا ۱۷، ۳۳ و ۳۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۱ (نمره ۵/۵) ب) گزینه ۱ (نمره ۵/۵)

۶۴ الف)

نصف مجذور مجموع دو عدد بزرگتر از مجموع مجذورهای دو عدد است.

$$\underbrace{x^2 + y^2}_{x^2 + y^2} \quad \underbrace{x^2 + y^2}_{x^2 + y^2} \quad \underbrace{(x+y)^2}_{(x+y)^2} \quad \underbrace{(x+y)^2}_{(x+y)^2}$$

بنابراین:

$$\frac{(x+y)^2}{2} > x^2 + y^2$$

(ب) مغالطه - نتیجه استدلال ممکن است نادرست باشد.

(صفحه ۱۲ تا ۱۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف)

$$\frac{(x+y)^2}{2} > x^2 + y^2 \quad (\text{نمره ۷۵})$$

(ب) مغالطه (نمره ۵) - نتیجه استدلال ممکن است نادرست باشد. (نمره ۵)

۶۵ الف استدلال نوشته شده قیاس استثنایی است و روش استدلال درست (معتبر) است. (صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(ب) نوع ساده کردن و جذر گرفتن غلط است؛ پس گزاره (ب) درست است. (صفحه ۱۸ کتاب درسی)

(ج) مسلماً محدودیت‌های بی‌شماری در رسم پیکان‌ها برای تابع بودن داریم. به طور دقیق‌تر از هیچ یک از اعضای دامنه نباید بیش از یک پیکان خارج شود. (صفحه ۲۳ کتاب درسی)

(د) این نمودار در هیچ شرایطی نمی‌تواند تابع باشد. (صفحه ۲۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) درست (نمره ۲۵)

(ب) درست (نمره ۲۵)

(ج) نادرست (نمره ۲۵)

(د) نادرست (نمره ۲۵)

۶۶ الف زبان ریاضی (صفحه ۱۲ کتاب درسی)

(ب) $p \Rightarrow \sim q \equiv q \Rightarrow \sim p$ (صفحه ۱۶ کتاب درسی)

(ج) مغالطه (صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(د) دقت شود غیر از $x = 0$ که در دامنه نیست، در بقیه موارد $f(x) = 1$ است؛ بنابراین برد تابع $\{1\}$ است. (صفحه ۲۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) زبان ریاضی (نمره ۲۵)

(ب) $p \sim (نمره ۲۵)$

(ج) مغالطه (نمره ۲۵)

(د) $\{1\}$ (نمره ۲۵)

۶۷ الف گزینه ۱ درست است. (صفحه ۱۸ کتاب درسی)

(ب) استدلال به صورت زیر مغالطه محسوب می‌شود و روش استدلال نادرست است.

پس گزینه ۲ درست است.

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{q}{\therefore p}$$

(صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(ج) ۵٪ خرید یعنی $\frac{5}{100}x$ و سود یعنی فروش منهای خرید، پس:

پس گزینه ۳ درست است.

$$\frac{5}{100}x = y - x$$

(صفحه ۱۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) ۱ (نمره ۵)

(ب) ۲ (نمره ۵)

(ج) ۳ (نمره ۵)

۶۸ در محاسبات فوق اشتباه در گام ۵ رخ داده و بقیه گام‌ها درست هستند. ما نمی‌توانیم طرفین یک رابطه را بر صفر تقسیم کنیم؛ ولی دقت شود $a - b$ صفر است، زیرا:

$$a = b \rightarrow a - b = 0$$

(صفحه ۱۶، ۱۷ کتاب درسی)



راهنمای تصحیح:

اشتباه در گام ۵ (نمره ۵) و دلیل اشتباه تقسیم کردن بر صفر است (نمره ۵).

$$a = b \Rightarrow a - b = 0$$

۶۹ الف) جذر یعنی رادیکال و مکعب توان ۳ را نشان می‌دهد، پس $(\sqrt{a})^3 + 3a = 5$

ب) به ترتیب مربع و معکوس و همچنین به بزرگ‌تر نبودن دقت شود؛ پس:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 \text{ یا } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \neq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$$

(صفحه ۱۲ و ۱۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

۷۵ الف) $(\sqrt{a})^3 + 3a = 5$ (نمره ۵)

$$\text{ب) } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 \text{ (نمره ۵) یا } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \neq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$$

۷۰ محاسبات الف غلط است. ما نمی‌توانیم بخشی از یک عبارت جمع یا تفریق را از صورت و مخرج کسر ساده کنیم.

$$\frac{a+b}{c} = a+b \text{ غلط}$$

اگر عبارت به صورت $\frac{(a+b)c}{c} = a+b$ ساده شود درست است.

ب) درست است.

(صفحه ۱۶، ۱۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) غلط است (نمره ۲۵) چون ساده کردن c درست نیست (نمره ۵)

ب) درست است (نمره ۲۵).

۷۱ استدلال قیاس استثنایی به صورت مقابل است:

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

گزاره متناظر استدلال فوق عبارت است از $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$

جدول ارزش گزاره‌های فوق را تشکیل می‌دهیم و اگر همواره درست باشد ارزش معتبر بودن استدلال اثبات شده است

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

(صفحه ۱۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q \text{ (نمره ۲۵) پس } [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \text{ (نمره ۲۵)}$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

نمره ۲۵/۵ نمره ۲۵/۵ نمره ۲۵/۵ نمره ۲۵/۵

۷۲ اگر یک استدلال بخواهد درست باشد باید ارزش آن همواره درست باشد. پس جدول ارزش گزاره‌ها را برای بررسی استدلال به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$[(q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \vee \sim q)] \Rightarrow p$$

چون استدلال همواره درست نیست، پس معتبر نیست.

p	q	$\sim p$	$q \Rightarrow \sim p$	$p \vee \sim q$	$(q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \vee \sim q)$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

(صفحه ۱۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$[(q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \vee \sim q)] \Rightarrow p \text{ (نمره ۵)}$$

p	q	$\sim p$	$q \Rightarrow \sim p$	$p \vee \sim q$	$(q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \vee \sim q)$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

(در شکل به هر ستون ۲۵، نمره تعلق می‌گیرد.)

۷۳ تعداد لامپ‌های خاموش $s = ۲$ و تعداد لامپ‌های روشن را $s' = ۳$ داریم. چون هر بار وضعیت دو لامپ تغییر می‌کند، پس همیشه به اندازه عددی زوج $(۲ - ۲ + ۲ + \dots)$ تعداد لامپ‌های روشن می‌تواند تغییر کند و از طرفی $s' = ۳$ فرد است. پس هیچ‌گاه وضعیت خواسته شده اتفاق نمی‌افتد.

→	دو تا روشن شود	→	$s' = ۵, s = ۰$
→	دو تا خاموش شود	→	$s' = ۱, s = ۴$
→	یکی خاموش و یکی روشن شود	→	$s' = ۳, s = ۲$

(صفحه ۱۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

تعداد لامپ‌های خاموش $s = ۲$ و تعداد لامپ‌های روشن را $s' = ۳$ داریم. چون هر بار وضعیت دو لامپ تغییر می‌کند پس همیشه به اندازه عددی زوج $(۲ - ۲ + ۲ + \dots)$ تعداد لامپ‌های روشن می‌تواند تغییر کند (۷۵، نمره) و از طرفی $s' = ۳$ فرد است. پس هیچ‌گاه وضعیت خواسته شده اتفاق نمی‌افتد. (۵، نمره)

→	دو تا روشن شود	→	$s' = ۵, s = ۰$
→	دو تا خاموش شود	→	$s' = ۱, s = ۴$
→	یکی خاموش و یکی روشن شود	→	$s' = ۳, s = ۲$

(به هر یک از موارد فوق ۲۵، نمره تعلق می‌گیرد.)

۷۴ اثبات مسئله در وضعیت فعلی سخت است، به همین خاطر از هم‌ارزی زیر استفاده می‌کنیم.

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

یعنی فرض می‌کنیم اگر n فرد نباشد، آنگاه $n^۳$ فرد نیست اگر n فرد نباشد، به ناچار زوج است و می‌توان به شکل $n = ۲k$ نوشت. پس:

$$n = ۲k \Rightarrow n^۳ = ۸k^۳ = ۲ \times ۴k^۳ = ۲k' = \text{زوج}$$

در نتیجه $n^۳$ نیز فرد نیست.

(صفحه ۱۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(می‌توانیم از عکس نقیض گزاره شرطی استفاده کنیم)



یا

$$(p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p) \text{ (نمره ۲۵)}$$

(نمره ۵) $۲k' = \text{زوج} = n^۳$ حکم $۲k \Rightarrow \text{زوج} = n$: فرض

اگر n زوج باشد، پس

$$n = ۲k \Rightarrow n^۳ = (۲k)^۳ = ۸k^۳ \text{ (نمره ۲۵)} = ۲(۴k^۳) = ۲k' \text{ (نمره ۵)}$$

۷۵ استدلال انجام شده درست نیست، زیرا در محاسبه مساحت جدید اشتباهی رخ داده است. (ارتفاع جدید برابر $۴h$ باید باشد.)

$$s' = \frac{1}{۳} \times \text{ارتفاع جدید} \times \text{قاعده جدید}$$

$$s' = \frac{1}{۳} \times ۴a \times ۴h \Rightarrow s' = ۱۶ \times \frac{1}{۳} ah \Rightarrow s' = ۱۶s$$

(صفحه ۱۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

جمله نادرست است و اشتباه در جایگذاری ارتفاع جدید و محاسبه s' می باشد. (نمره ۲۵)

$$\displaystyle s' = \frac{1}{۳} \underbrace{۴a \cdot ۴h}_{\text{(نمره ۲۵)}} \Rightarrow s' = ۱۶ \times \left(\frac{1}{۳} ah\right) \Rightarrow s' = ۱۶s \text{ (نمره ۵)}$$

۷۶ دو عدد را x و y در نظر می گیریم.

عددی نامنفی است یعنی مثبت یا صفر است و در نتیجه بزرگ تر یا مساوی صفر است.

$$|x| + |y| \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{مجموع قدر مطلق دو عدد، عددی نامنفی است.} \\ \underbrace{|x|, |y|}_{|x|+|y|} \end{cases}$$

۷۷

عدد مورد نظر را برابر x در نظر می گیریم.

$$\frac{1}{۳} \left(\frac{x}{۳}\right)^۲ = ۲x - \frac{1}{۴} \times ۲۱$$

$$\frac{1}{۳} \left(\frac{x^۲}{۹}\right) = ۲x - \frac{۲۱}{۴} \Rightarrow \frac{x^۲}{۱۲} = ۲x - \frac{۲۱}{۴}$$

توضیحات بیشتر:

$$\frac{x^۲}{۴} = \left(\frac{x}{۲}\right)^۲ = \text{مربع نصف عدد} = \frac{x}{۲}$$

$$\frac{x^۲}{۱۲} = \frac{1}{۳} \left(\frac{x^۲}{۴}\right) = \text{یک سوم مربع نصف عدد}$$

۷۸ الف) مغالطه است و شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد. پس نتیجه گیری نادرست است.

ب) استدلال قیاس استثنایی است و نتیجه گیری درستی انجام گرفته است.

ج) شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد. پس نتیجه گیری نادرست است.

د) مغالطه است a می تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد. پس نتیجه گیری نادرست است.

۷۹ می دانیم همواره می توانیم به جای اثبات گزاره $(p \Rightarrow q)$ گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را ثابت کنیم. لذا اگر گزاره های $a > b$ و $a^۳ > b^۳$ را به ترتیب p و q بنامیم، نقیض p می شود:

$$a \leq b \text{ و نقیض } q \text{ می شود: } a^۳ \leq b^۳$$

لذا می توانیم به جای گزاره داده شده، گزاره $(a^۳ \leq b^۳ \Rightarrow a \leq b)$ را ثابت کنیم.

۸۰ الف) درست

ب) خطا رخ داده و باید شرط $C \neq 0$ را اضافه می کرد.

ج) درست (د) درست

۸۱

هر استدلال به صورت روبه رو مطرح شود مغالطه است.

نتیجه این استدلال ممکن است نادرست باشد و این روش استدلال کردن در حالت کلی نادرست است.

$$\frac{p \Rightarrow q}{\therefore p}$$

$$\underbrace{\text{مجموع آن دو عدد است}}_{x+y} \underbrace{\hspace{1cm}}_{(x+y)^۲}$$

$$\underbrace{\text{مجموع مجذور دو عدد}}_{x^۲+y^۲} \geq \underbrace{\text{بزرگتر یا مساوی}}_{(x+y)^۲}$$

توضیحات بیشتر:

$$x^2 + y^2$$

مجموع مجذور دو عدد:

$$(x + y)^2$$

مجموع مجذور دو عدد:

۸۳

$$c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} \xrightarrow{c' > 0} \\ c' = \frac{\sqrt{36a^2 + b^2}}{3}$$

بنابراین هیچ کدام از روش های این ۳ نفر درست نبوده است.

۸۴ استدلال $\frac{p \Rightarrow q}{\therefore p}$ یک مغالطه است و نتیجه آن ممکن است نادرست باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{x > 0}_p \Rightarrow \underbrace{x^2 > 0}_q \\ \underbrace{(-4)^2 > 0}_q \end{array} \right. \\ \therefore \underbrace{-4 > 0}_p$$

$$x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر بگیریم}} x = \pm\sqrt{4}$$

۸۵ در مرحله ۴ خطا صورت گرفته زیرا وقتی از دو طرف جذر می گیریم، داریم:



مشاوره کنکور نوتروفیل

بیستوفیل ریاضی و آمار فصل ۲ یازدهم

سال یازدهم
انسانی

فهرست

- ۱..... یادآوری مفهوم تابع و نحوه نمایش آن
- ۱..... توابع چند ضابطه ای
- ۲..... توابع ثابت و همانی
- ۴..... توابع پلکانی
- ۷..... تابع قدر مطلق
- ۷..... اعمال جبری بر روی توابع

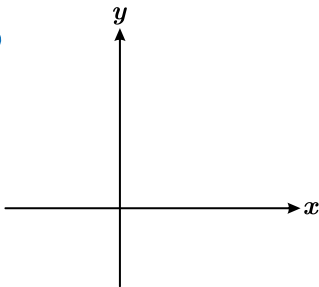


یادآوری مفهوم تابع و نحوه نمایش آن



۱ جای خالی را کامل کنید و نقاط به دست آمده را روی نمودار مشخص کنید.

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x + 2 \end{cases} \quad D_f = \{-1, 0, 2\} \quad R_f = \{\dots, \dots, \dots\}$$



۲ اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 1$ برابر $D = \{-1, 0, 2\}$ باشد، برد تابع را به دست آورید.

۳ در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.

الف) نمایش پیکانی یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B زمانی تابع است که از هر عضو دقیقاً یک پیکان خارج شود.

ب) برد تابع f با دامنه اعداد حقیقی فقط شامل عدد $\sqrt{5}$ است، این تابع را تابع می‌نامند.

ج) اگر تابع f همانی باشد، حاصل $f(x) + f(-x)$ برابر است.

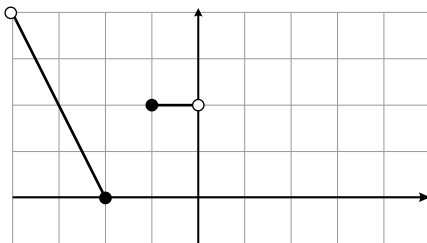
د) اگر a عددی منفی باشد، حاصل $|a|$ به صورت نوشته می‌شود.



توابع چند ضابطه ای



۴ ضابطه تابع و نمودار آن را کامل کنید.



$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 0 \\ 2 & \dots \\ \dots & -4 < x \leq -2 \end{cases}$$

۵ در تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$ حاصل عبارت زیر را بیابید.

الف) $f(\sqrt{2})$ ب) $f(f(1))$

۶ تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq +2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$ سپس حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(3)$ را به دست آورید.

۷ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ -2x & 0 \leq x < 2 \\ x + 3 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس حاصل عبارت $f(1)$ را به دست آورید.

۸ اگر $f(x) = \begin{cases} x + 4 & x < 0 \\ x - 2 & x \geq 0 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$f(-2)$$





ب

پ

ت

$$f(0)$$

$$f(5)$$

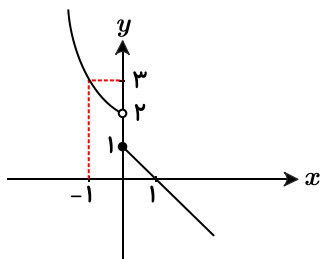
$$f(-10)$$

۹ در تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 + 3 & -1 \leq x \leq 2 \\ 6 & x > 2 \end{cases}$ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $f(3)$ ب) $f(\sqrt{2})$ ج) $f(-5)$

۱۰ در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$ حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(-1)$ را به دست آورید.

۱۱ با توجه به نمودار داده شده ضابطه تابع f را بنویسید.



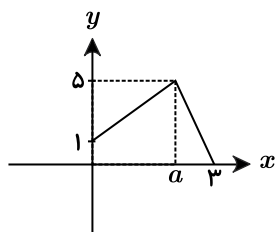
۱۲ در تابع $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < -1 \\ 2x^2, & x \geq -1 \end{cases}$ حاصل عبارت $f(\sqrt{3}) - f(-2)$ را به دست آورید.

۱۳ در تابع $f(x) = \begin{cases} (a^2 + 1)x + 2b - 1, & x \geq b \\ 4ax - 6b, & x < b \end{cases}$ یکی از ضابطه‌ها تابع ثابت و دیگری تابع همانی است. مقادیر a و b و $f(0)$ را بیابید.

۱۴ شکل زیر مربوط به تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + b, & 0 \leq x \leq a \\ g(x), & a < x \leq 3 \end{cases}$ می‌باشد.

الف) مقادیر a و b را بیابید.

ب) ضابطه $g(x)$ را تعیین کنید.



۱۵ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{|x-1|}, & x > 1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ x, & x < -1 \end{cases}$ را رسم کنید و حاصل $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) + f(2)$ را به دست آورید.

توابع ثابت و همانی

۱۶ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه اعداد حقیقی باشد، آنگاه $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.



۱۷ اگر تابع $f = \{(2, a-1), (0, 2), (3, 2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a \cdot b$ را به دست آورید.

۱۸ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

الف اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع همانی است.

۱۹ اگر $A = \{(4, m+n), (m, 2), (7, m-n)\}$ ثابت باشد، مقدارهای n, m را بیابید.

۲۰ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

الف اگر $f(x)$ یک تابع ثابت باشد، آنگاه $f(kx) = kf(x)$.

۲۱ اگر تابع $f = \{(a-2, 6), (b-2, 7), (\frac{c}{3}, 3)\}$ یک تابع همانی باشد، مقدار $2a - b + c$ چقدر است؟

۲۲ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف اگر تابع ثابت باشد، دامنه تابع یک عضو دارد.

۲۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف نمودار تابع نیمساز ناحیه اول و سوم است.

۲۴ اگر f یک تابع همانی باشد، مقدار $m+n$ را به دست آورید. $(m, n \in N)$

$$f = \{(m-4, 3), (1, \frac{n}{2})\}$$

۲۵ اگر $A = \{(-2, a), (b, 5), (3, c)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a, b, c را به دست آورید.

۲۶ اگر f یک تابع ثابت باشد، مقدار $m \times n$ را به دست آورید. $(m, n \in N)$

$$f = \{(1, n-2), (2, m+4), (0, 5)\}$$

۲۷ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

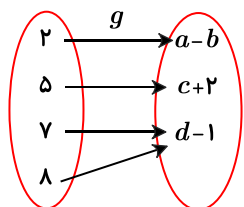
الف اگر f تابعی ثابت باشد، حاصل $f(5) - f(3)$ برابر است.

ب اگر $n = 2$ باشد، زوج مرتب $(n+1, 0.0)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد.

۲۸ اگر $f = \{(5, a+1), (6, c), (2b, 10)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $\frac{a+c}{b}$ را بیابید.

۲۹ اگر تابع f ثابت و $f(b) \times f(a+b) = 2f(a) + f(b)$ باشد، به شرط $f(a) > 0$ نمودار تابع f را رسم کنید.

۳۰ اگر تابع f همانی و تابع g ثابت باشد، مقادیر a, b, c, d را به دست آورید.



$$f = \{(2, a+3), (5, a+b)\}$$

۳۱ f تابعی ثابت و g تابعی همانی می‌باشد که $\frac{2g(1) - 3f(2)}{f(a) \cdot g(2) + 1} = 4$ حاصل عبارت $f(5) + g(-2)$ را بیابید.

۳۲ تابع $f = \{(2, 2a^2 - a), (ab, 1), (b-2, a)\}$ تابعی ثابت شامل دو زوج مرتب متمایز است. مقدار a و b را بیابید.



توابع پلکانی

۳۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف $Sign(-1000) = \dots\dots\dots$

۳۴ اگر $[x] = -2$ باشد، آنگاه محدوده x کدام است؟

الف $-2 \leq x \leq -1$ (ب) $-2 \leq x < -1$

ج $-2 < x \leq -1$ (د) $-2 < x < -1$

۳۵ جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید:

الف اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد، حاصل عبارت $[x] + [-x]$ خواهد بود.

۳۶ اگر $x = 3$ باشد، آنگاه حاصل $Sign(-x)$ برابر کدام است؟

الف ۱ (ب) -۳ (ج) ۳ (د) -۱

۳۷ نمودار تابع الف را به کمک انتقال و نمودار تابع ب را در محدوده خواسته شده رسم کنید.

الف $y = |x| - 2$ (ب) $1 \leq x < 2$ $y = [x]$

۳۸ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:

الف اگر $x \notin \mathbb{Z}$ باشد، حاصل عبارت $[x] + [-x] = \dots\dots\dots$ خواهد بود.

۳۹ اگر $-1 \leq x < 0$ باشد آنگاه حاصل $y = [x] + 1$ کدام است؟

الف ۰ (ب) -۱ (ج) -۲ (د) ۲

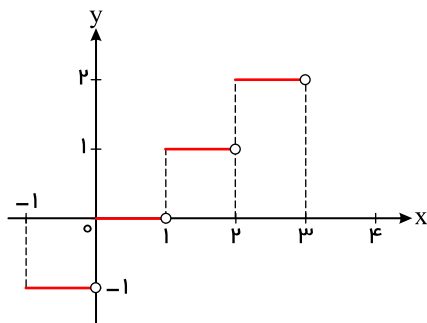
۴۰ نمودار تابع «الف» را در محدوده خواسته شده و نمودار تابع «ب» را به کمک انتقال با استفاده از تابع $y = |x|$ رسم کنید.

الف $-2 \leq x < -1$ $y = [x]$ (ب) $y = -|x + 3|$

۴۱ کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $[-2] = -2$ (۲) $[2, 1] = 2$ (۳) $[\sqrt{2}] = 1$ (۴) $[1, 5] = 2$

۴۲ با توجه به نمودار مقابل، ضابطه زیر را کامل کنید.



$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & \text{(الف)} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \text{(ب)} & 1 \leq x < 2 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \text{(ج)} & 2 \leq x < 3 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{cases}$$

۴۳ گزینه درست را انتخاب کنید.

**الف**در تابع ثابت $f(x) = 3$ ، میانگین $f(-1)$ ، $f(4)$ ، $f(7)$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

بنمودار تابع $f(x) = |2x + 1|$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- ۱ (۱, ۲) ۲ (-۱, ۳) ۳ (-۲, ۶) ۴ (۲, ۵)

پ

برای محاسبه قبض برق از چه تابعی استفاده می‌شود؟

- ۱) پلکانی ۲) قدرمطلق ۳) همانی ۴) ثابت

۴۴ دامنه و برد تابع علامت $sign(x) = f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ را بنویسید.

۴۵

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، حاصل عبارت‌های خواسته شده را به دست آورید.

۱) $[4, 2] = \dots$ ۲) $[0, 3] = \dots$ ۳) $[-1, 5] = \dots$

۴۶

درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف

اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع را همانی می‌گویند.

باگر تابع علامت به صورت $f(x) = sign(x)$ باشد، در این صورت $sign(-200) = +1$.**۴۷**حاصل عبارت $[1, 5] + [-1, 5]$ برابر کدام گزینه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

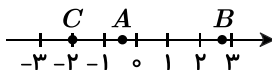
- ۱) صفر ۲) +۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۴۸

جدول مالیاتی که توسط هیئت مدیره یک شرکت برای سال مالی جدید آماده و تصویب شده، به صورت زیر است:

حقوق ماهیانه (برحسب تومان)	نرخ مالیات (درصد)
حقوق تا ۸۰۰۰۰۰۰	معاف از مالیات
مازاد بر ۸۰۰۰۰۰۰ تا ۱۲۰۰۰۰۰۰	۱۰
مازاد بر ۱۲۰۰۰۰۰۰	۱۵

کارمندی با حقوق ۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان، چقدر مالیات باید بپردازد؟

۴۹با توجه به محور زیر، حاصل عبارت $[A] + [B] - 2[C]$ را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است.)**۵۰**

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر دامنه و برد یک تابع با هم برابر باشد، آن تابع را تابع همانی نامند.

ب) حاصل $sign(-sign(-2))$ برابر ۲ است.

ج) در توابع چندضابطه‌ای محدودیتی در تعداد ضوابط وجود ندارد.

د) اگر $[2x] = 0$ باشد، آنگاه $0 \leq x < \frac{1}{2}$ 



۵۱ در موارد زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} x+a, & x \geq 2 \\ \frac{x-a}{x+1}, & x \leq 2 \end{cases}$ تابع باشد، a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

ب) کدام رابطه زیر برای تابع ثابت f همواره درست است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad f(a+b) &= f(a) + f(b) \\ (2) \quad f(a-b) &= f(b-a) \\ (3) \quad f(a \cdot b) &= f(a) \cdot f(b) \\ (4) \quad f\left(\frac{a}{b}\right) &= \frac{f(a)}{f(b)} \end{aligned}$$

ج) حاصل عبارت $[x[2|x]]$ به ازای $x = -\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

۵۲ هر کدام از توابع ستون «الف» را به تابعی در ستون «ب» مربوط کنید.

ستون الف	ستون ب
(۱) تابع خرید یک اشتراک که برای ۱۰۰ نفر اول ۵۰٪ تخفیف و ۱۰۰ نفر بعد ۲۰٪ تخفیف باشد.	(a) ثابت
(۲) تابع تعداد کوپن‌های تخفیف و تعداد دانش‌آموزان وقتی که به هر دانش‌آموز یک کوپن داده شود.	(b) همانی
(۳) تابع قیمت خرید یک کالا که همواره ۱۰٪ تخفیف دارد.	(c) پله‌ای

۵۳ در یک مجتمع تفریحی، سرگرمی، روی یکی از وسایل بازی، اعلامیه‌ای با مضمون زیر برای استفاده از دستگاه نصب شده است.

نمودار تابع هزینه را رسم کرده و حساب کنید اگر فردی یک ساعت و ۱۵ دقیقه بخواهد از دستگاه استفاده کند چه هزینه‌ای باید پرداخت کند؟

هزینه (تومان)	زمان استفاده
۱۵۰۰۰	تا ۱۵ دقیقه
۱۰۰۰۰	مازاد بر ۱۵ تا ۳۰ دقیقه
۸۰۰۰	مازاد بر ۳۰ تا ۶۰ دقیقه
۴۰۰۰	مازاد بر ۶۰ دقیقه به بعد

۵۴ نمودار تابع $f(x) = |x-2| + 1$ و $g(x) = [x-2] + 1$ را در محدوده $0 \leq x < 3$ روی یک دستگاه محورهای مختصات رسم کرده و تعداد نقاط برخورد آنها را مشخص کنید.

۵۵ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) ارزش گزاره $p \wedge \sim p$ درست است.

ب) در استدلال $a < b \Rightarrow a + c < b + c$ خطا وجود ندارد.

ج) اگر f تابع همانی باشد، آنگاه $f(x) = -f(-x)$

د) $\text{sign}(3 - \sqrt{3}) = \text{sign}(\sqrt{2} - 2)$



۵۶ گزینه درست را انتخاب کنید.

- الف) عکس نقیض گزاره شرطی «اگر a عددی گویا باشد، آنگاه $2a + 1$ نیز عددی گویا است» کدام است؟
- (۱) اگر $2a + 1$ عددی گنگ باشد، آنگاه a نیز گنگ است. (۲) اگر a عددی گنگ باشد، آنگاه $2a + 1$ نیز گنگ است.
- (۳) اگر $2a + 1$ عددی گویا باشد، آنگاه a نیز گویاست. (۴) اگر $2a + 1$ گنگ باشد، آنگاه a عددی گویاست.

ب) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (a-1)x + 2a, & x < 0 \\ bx^2 + b, & x \geq 0 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، $a + b$ کدام است؟

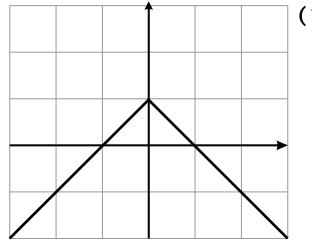
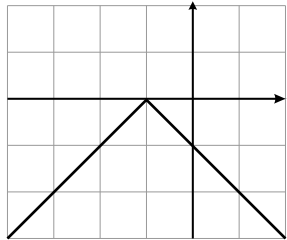
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



تابع قدر مطلق



۵۷ با توجه به نمودارهای زیر کدام نمودار تابع «الف» و کدام نمودار تابع «ب» را نشان می‌دهد؟



الف) $y = -|x| + 1$

ب) $y = -|x + 1|$

۵۸ نمودار تابع $y = |x - 1| + 3$ را با استفاده از انتقال رسم کنید.

۵۹ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) از لحاظ هندسی نمودار تابع همانی، نیمساز ناحیه دوم و چهارم می‌باشد.

ب) دامنه تابع $y = |x|$ مجموعه اعداد حقیقی است.

۶۰ ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کرده و به کمک آن نمودار تابع $y = |x| + 1$ را رسم نمایید.

۶۱ نمودار تابع $y = -|x|$ را رسم کنید و به کمک انتقال آن نمودار $y = -|x - 1| + 2$ را رسم کنید.

۶۲ تابع $f(x) = |2x - [x]|$ را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای در محدوده $1 \leq x < 3$ به نوعی بنویسید که در آن قدرمطلق و جزء صحیح نباشد.

۶۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

الف) اگر گزاره $q \Leftrightarrow p$ ارزش نادرست داشته باشد، آنگاه p هم‌ارز است. (از q و $q \sim$ یکی را انتخاب کنید).

ب) ارزش گزاره «عدد یک مرکب است و عدد دو عددی اول است.» است.

ج) در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \geq 1 \\ x^2 - 1, & x < 1 \end{cases}$ حاصل $f(1) + f(0)$ برابر است.

د) نمودار تابع $y = -|x|$ قرینه نمودار تابع $y = |x|$ نسبت به است.



اعمال جبری بر روی توابع

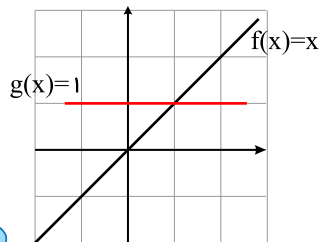


۶۴ اگر $f = \{(1, 0), (-1, 2), (3, 7)\}$ و $g = \{(-1, 4), (2, 5), (1, 8)\}$ باشد، توابع زیر را مشخص کنید:

ب) $\frac{g}{f}$

الف) $f - g$





۶۵ به کمک نمودارهای رسم شده f و g ، نمودار تابع $f + g$ را در نقاط $x = 0$ ، $x = 1$ مشخص کنید.
سپس تابع $f + g$ را رسم کنید.

۶۶ اگر $f = \{(1, 1), (2, -5), (3, 4), (-2, 1)\}$ و $g = \{(1, 0), (3, -7), (5, -2)\}$ باشد، آنگاه حاصل توابع زیر را بیابید.

الف

$$\frac{f}{g}$$

ب

$$f - g$$

۶۷ اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g = \{(1, 0), (-1, 3), (3, 7)\}$ باشد، آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید.

الف

$$D_{f-g}$$

ب

$$(2f)(-3g)(1)$$

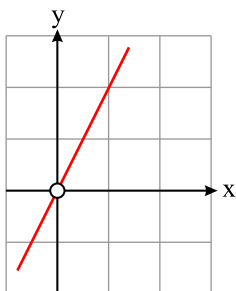
۶۸ اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = |x|$ باشد، نمودار $\frac{f}{g}$ را رسم کنید.

۶۹ اگر $f = \{(1, 5), (3, 6), (-1, 4)\}$ و $g = \{(1, 7), (2, 4), (-1, 0)\}$ باشند، حاصل توابع زیر را بیابید:

$$\frac{f}{g} \text{ (ب)}$$

$$f - g \text{ (الف)}$$

۷۰ اگر $f(x) = x^2$ و $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت نمودار روبه‌رو باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید



۷۱ اگر دو تابع $f = \{(1, 7), (3, 5), (-1, 2)\}$ و $g = \{(2, 4), (-1, 3), (4, 2)\}$ را داشته باشیم:

الف

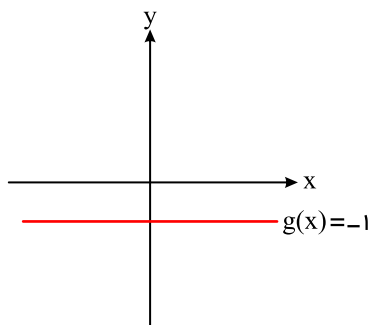
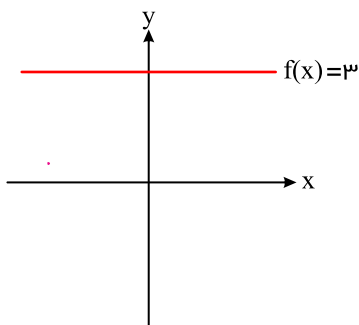
دامنه تابع $f + g$ را مشخص کنید.

ب

تابع $\frac{f}{g}$ را تشکیل دهید.

۷۲ با توجه به نمودارهای زیر، ابتدا ضابطه تابع

$(f \times g)(x)$ را به دست آورده سپس نمودار آن را رسم کنید.



۷۳ اگر $f = \{(0, 1), (2, 3), (5, 4)\}$ ، $g = \{(2, -1), (6, 3), (0, 4)\}$ باشد، آنگاه حاصل توابع زیر را به دست آورید.



الف

$f \times g$

ب

$f + g$

۷۴ اگر $f = \{(2, 5), (-1, 0), (3, 7)\}$ و $g = \{(2, 2), (3, 6), (0, 1)\}$ باشد:

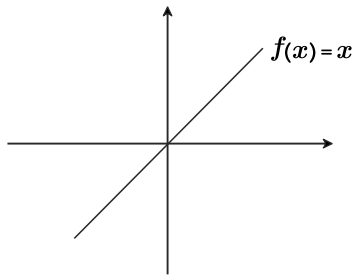
الف

توابع $f - g$ و $f \times g$ را مشخص کنید.

ب

مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را حساب کنید.

۷۵ نمودار تابع f به صورت مقابل داده شده است. اگر $g(x) = 1$ باشد، ابتدا ضابطه تابع $f + g$ را نوشته، سپس نمودار آن را رسم کنید.



۷۶ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) اگر $f = \{(2, 5), (3, 7), (4, 1)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 10), (3, 4)\}$ باشند، تابع $f - g$ کدام است؟

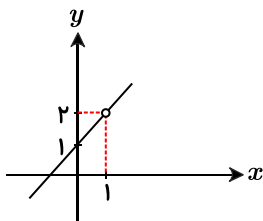
۱) $\{(2, -5), (3, 3)\}$ ۲) $\{(1, 2), (2, -5), (3, 3), (4, 1)\}$

۳) $\{(2, 5), (3, -3)\}$ ۴) $\{(2, 15), (3, 11)\}$

ب) خط فقر جامعه‌ای با درآمدهای ماهیانه ۸ و ۱۱ و ۱۲ و ۹ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰

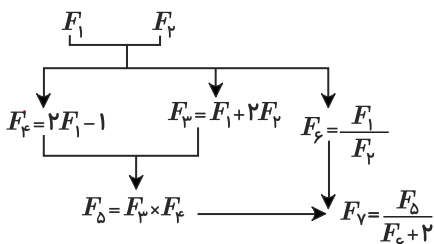
۷۷ اگر $f(x) = x^2 - 1$ و تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت نمودار زیر باشد:



الف) ضابطه $g(x)$ را به دست آورید.

ب) $(f \times g)(3)$ را به دست آورید.

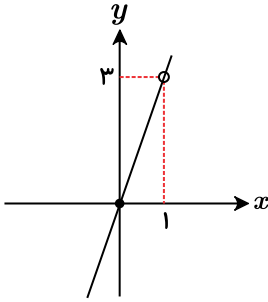
۷۸ اگر $F_1(x) = 2x + 1$ و $F_2(x) = 3x - 2$ باشد، با توجه به الگوریتم زیر $F_2(1)$ را محاسبه کنید.



۷۹ اگر $f(x) = x^2 - 2|x|$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشد، نمودار تابع $h(x) = f(x) + g(x)$ را رسم کنید.



۸۰ ✨ اگر $f(x) = x - 1$ و نمودار تابع خطی $(\frac{g}{f})(x)$ به صورت شکل زیر باشد، ضابطه تابع g را بنویسید.

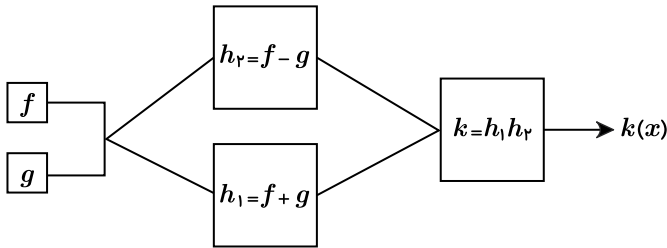


۸۱ ✨ اگر $f = \{(1, 2), (2, 0), (0, 3), (3, -1)\}$ و $g = \{(0, 2), (2, 1), (-1, 1), (4, 2)\}$ باشد، تابع $\frac{2f+1}{g-1}$ را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنید.

۸۲ ✨ اگر $f + 2g = \{(1, 2), (2, 1)\}$ و $f - g = \{(1, 5), (2, -2)\}$ باشد، حداقل اعضای که در f و g می‌تواند باشد را حساب کنید.

۸۳ ✨ اگر $2f - g = \{(1, 0), (2, 3), (3, 1)\}$ و $f = \{(1, 4), (2, -1), (3, 5)\}$ باشد، تابع g را در حالتی که حداقل زوج‌های مرتب را دارد بیابید.

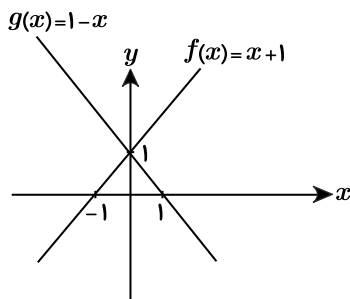
۸۴ ✨ اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 3x - 2$ باشد، در نمودار زیر تابع $k(x)$ را بیابید.



۸۵ ✨ با توجه به شکل مقابل:

الف) مقدار تابع $f \cdot g$ را در $x = 0$ و $x = 2$ بیابید.

ب) ضابطه تابع $f \cdot g$ را تعیین کنید.

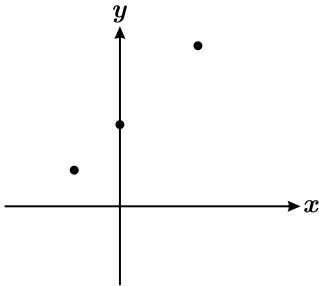




پاسخنامه تشریحی

۱

$$R_f = \{1, 2, 4\}$$



۲

$$\begin{aligned} f(0) &= 0^2 + 1 = 1 \\ f(2) &= 2^2 + 1 = 5 \\ f(-1) &= (-1)^2 + 1 = 2 \end{aligned} \quad \text{یا } \{1, 2, 5\}$$

۳

الف) برای تابع بودن یک رابطه لازم است از هر عضو دامنه، یعنی مجموعه A ، دقیقاً یک پیکان خارج شود. (ب) اگر برد یک تابع فقط یک عضو داشته باشد آن را تابع ثابت می‌نامند.

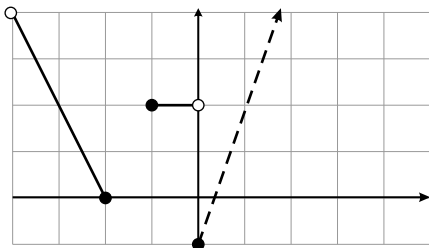
ج) برای تابع همانی $f(x) = x$ و $f(-x) = -x$ پس $f(x) + f(-x) = x - x = 0$

د) اگر عدد درون قدرمطلق منفی باشد، قدرمطلق را با علامت منفی برمی‌داریم. $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$ (صفحه ۲۳ و ۲۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) مجموعه A (۲۵، ۰ نمره) ب) ثابت (۲۵، ۰ نمره) ج) صفر (۲۵، ۰ نمره) د) $-a$ (۲۵، ۰ نمره)

۴



$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \leq 0 \\ 2 & -1 \leq x < 0 \\ -2x - 4 & -4 < x \leq -2 \end{cases}$$

۵

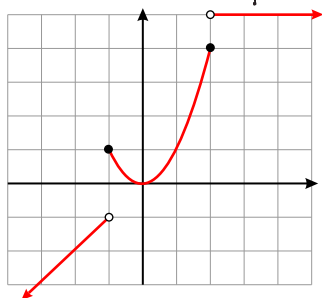
الف)

$$f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2})^2 = -2$$

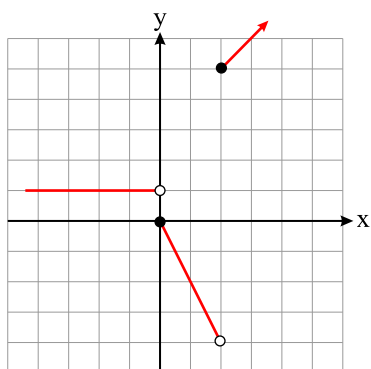
ب)

$$f(-1) = -1^2 = -1 \rightarrow f(f(1)) = f(-1) = -1 + 1 = 0$$

۶



$$f(\sqrt{2}) + f(3) = 2 + 5 = 7$$



$$f(1) = -2$$

$$f(-2) = 2$$

$$f(0) = -2$$

$$f(5) = 3$$

$$f(-10) = -6$$

۱۰

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2 \\ f(-1) = 2(-1) + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2 + (-1) = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & (25 \text{ نمره}), x < 0 \\ -x + 1 & (25 \text{ نمره}), x \geq 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{3} > -1} f(\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3})^2 = 2 \times 3 = 6$$

$$\xrightarrow{-2 < -1} f(-2) = -2 + 3 = 1$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) - f(-2) = 6 - 1 = 5$$

$$f(-5) = -5 \text{ (ج)}$$

$$f(\sqrt{2}) = 5 \text{ (ب)}$$

$$f(3) = 6 \text{ (الف)}$$

۱۱

راهنمای تصحیح:

۱۲

(صفحة ۳۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\sqrt{x} \geq -1 \rightarrow f(\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3})^2 = 2 \times 3 = 6 \text{ (نمره ۵)}$$

$$-2 < -1 \rightarrow f(-2) = -2 + 3 = 1 \text{ (نمره ۵)}$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) - f(-2) = 6 - 1 = 5 \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۳ در ضابطه اول ضریب x به صورت $a^2 + 1$ است و بنابراین نمی‌توان x را حذف کرد و به همین دلیل این ضابطه نمی‌تواند ثابت باشد و باید همانی شود. پس:

$$a^2 + 1 = 1 \rightarrow a = 0$$

از طرفی در تابع همانی یعنی $f(x) = x$ مقدار ثابت صفر است. پس:

$$2b - 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

بنابراین ضابطه دوم باید ثابت باشد که با جایگذاری این موارد مشخص می‌شود.

$$x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 4ax - 6b \Rightarrow f(x) = 0 - 6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -3$$

پس:

$$f(0) = -3$$

(صفحه ۲۳ تا ۲۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$x \geq b \Rightarrow a^2 + 1 \neq 0 \xrightarrow{\text{همانی}} \begin{cases} a^2 + 1 = 1 \rightarrow a = 0 \text{ (نمره ۲۵)} \\ 2b - 1 = 0 \rightarrow b = \frac{1}{2} \text{ (نمره ۲۵)} \end{cases}$$

$$x < \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ثابت}} y = 0 - 6 \times \frac{1}{2} = -3 \Rightarrow f(0) = -3 \text{ (نمره ۲۵)}$$

۱۴ الف قسمت اول شکل، یعنی در فاصله $0 \leq x \leq a$ ، نقطه $(0, 1)$ روی خط است. پس:

$$y = 2x + b \Rightarrow 1 = 0 + b \Rightarrow b = 1$$

در همین بخش نقطه $(a, 5)$ هم روی خط است. پس:

$$y = 2x + b \Rightarrow 5 = 2a + 1 \Rightarrow a = 2$$

ب) تابع $g(x)$ خطی است که از نقاط $(2, 5)$ و $(3, 0)$ می‌گذرد. شیب این خط برابر است با:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 5}{3 - 2} = -5$$

پس:

$$g(x) = mx + h \rightarrow y = -5x + h$$

نقطه $(3, 0)$ را قرار می‌دهیم.

$$0 = -15 + h \Rightarrow h = 15 \Rightarrow g(x) = -5x + 15$$

(صفحه ۲۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

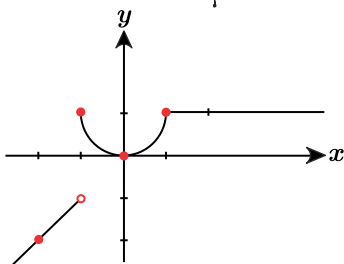
$$0 \leq x \leq a \begin{cases} (0, 1) \Rightarrow 1 = 0 + b \Rightarrow b = 1 \text{ (نمره ۲۵)} \\ (a, 5) \Rightarrow 5 = 2a + 1 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ (نمره ۲۵)} \end{cases}$$

$$2 < x \leq 3 \begin{cases} m = \frac{0 - 5}{3 - 2} = -5 \text{ (نمره ۵)} \\ y = mx + h \Rightarrow y = -5x + h \Rightarrow 0 = -15 + h \Rightarrow h = 15 \\ \Rightarrow g(x) = -5x + 15 \text{ (نمره ۵)} \end{cases}$$

۱۵ در ضابطه اول برای $x > 1$ قدرمطلق با علامت مثبت برداشته می‌شود، پس:

$$y = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x & x < -1 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & 1 & 1 \\ \hline x & -1 & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 & 1 \\ \hline x & -1 & -2 \\ y & -1 & -2 \end{array}$$

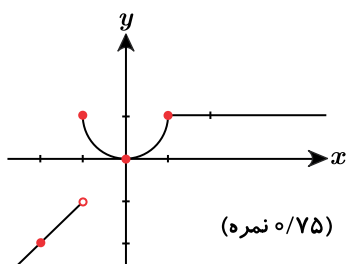
نمودار تابع را با توجه به جدول‌های نقطه‌یابی در هر ضابطه رسم می‌کنیم.



و مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f(2) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3}{2}$$

راهنمای تصحیح:



$$y = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x & x < -1 \end{cases}$$

x	۱	۲	
y	۱	۱	(نمره ۲۵)

x	-۱	۰	۱
y	۱	۰	۱

(نمره ۲۵)

x	-۱	-۲
y	-۱	-۲

(نمره ۲۵)

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f(2) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3}{2} \quad (\text{نمره ۲۵})$$

$$a - 1 = 2 \rightarrow a = 2 + 1 \rightarrow a = 3$$

$$2b = 2 \rightarrow b = 1$$

$$a \cdot b = 3$$

$$\begin{cases} m - n = 2 \\ m + n = 2 \end{cases}$$

$$2m = 4$$

$$m = 2, n = 0$$

$$a - 2 = 6 \rightarrow a = 8$$

$$b - 2 = 7 \rightarrow b = 9$$

$$\frac{c}{3} = 3 \rightarrow c = 9$$

$$2a - b + c = 2(8) - 9 + 9 = 16$$

۱۶

درست

۱۷

۱۸

نادرست

۱۹

۲۰

نادرست

۲۱

۲۲

نادرست

۲۳

الف

همانی $(y = x)$

۲۴

$$m - 4 = 3 \Rightarrow m = 7 \quad \frac{n}{2} = 1 \Rightarrow n = 2 \quad m + n = 9$$

۲۵

$$a = -2 \quad b = 5 \quad c = 3 \quad \bar{x} = 2$$

۲۶

$$n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7 \quad m + 4 = 5 \quad m = 1 \quad m \times n = 7$$

۲۷

الف

صفر

ب

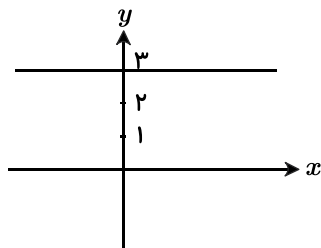
۳ یا $(n + 1)$

۲۸

$$a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4, \quad c = 6, \quad 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{4+6}{5} = 2$$

۲۹

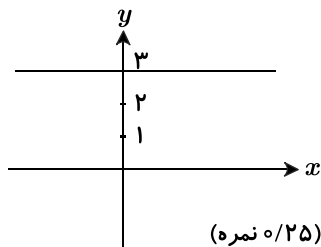


$$f(x) = k \Rightarrow k \times k = 2k + k \Rightarrow k^2 = 3k$$

$$\Rightarrow k^2 - 3k = 0 \Rightarrow k(k - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 & \text{غ ق } (f(a) > 0) \\ k = 3 & \text{ق ق} \end{cases}$$

(صفحة ۳۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



(۲۵/۰ نمره)

$$k^2 = 3k \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow k^2 - 3k = 0 \Rightarrow k(k - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 & \text{غ ق } (0 < f(a)) \\ k = 3 & \text{ق ق (نمره ۲۵)} \end{cases}$$

۳۰

$$\xrightarrow{f \text{ همانی}} 2 = a + 3 \Rightarrow a = -1, \quad 5 = a + b \xrightarrow{a=-1} b = 6$$

$$(g \text{ ثابت}, a - b = -1 - 6 = -7) \Rightarrow \begin{cases} c + 2 = -7 \Rightarrow c = -9 \\ d - 1 = -7 \Rightarrow d = -6 \end{cases}$$

(صفحة ۲۶ تا ۳۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\xrightarrow{f \text{ همانی}} 2 = a + 3 \Rightarrow a = -1 \text{ (نمره ۲۵)}, \quad 5 = a + b \xrightarrow{a=-1} b = 6 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$(g \text{ ثابت}, a - b = -1 - 6 = -7) \Rightarrow \begin{cases} c + 2 = -7 \Rightarrow c = -9 \text{ (نمره ۲۵)} \\ d - 1 = -7 \Rightarrow d = -6 \text{ (نمره ۲۵)} \end{cases}$$

۳۱ فرض می‌کنیم تابع ثابت f به صورت $f(x) = c$ باشد. ابتدا c را حساب می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 1 - 3 \times c}{c \times 2 + 1} = 4 \Rightarrow 2 - 3c = 8c + 4 \Rightarrow 11c = -2 \Rightarrow c = -\frac{2}{11}$$

هر کدام از موارد خواسته شده را جداگانه حساب می‌کنیم:



$$g(x) = x \Rightarrow g(-2) = -2$$

$$f(x) = c = \frac{-2}{11} \Rightarrow f(5) = -\frac{2}{11}$$

$$f(5) + g(-2) = -\frac{2}{11} - 2 = \frac{-2-22}{11} = \frac{-24}{11}$$

پس:

(صفحة ۲۶ و ۳۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$f = \text{ثابت} \Rightarrow f(x) = c \Rightarrow \frac{2 \times 1 - 3c}{c \times 2 + 1} = 4 \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)} \Rightarrow 2 - 3c = 8c + 4$$

$$g = \text{همانی} \Rightarrow g(x) = x \Rightarrow 11c = -2 \Rightarrow c = -\frac{2}{11} \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)}$$

$$g(x) = x \Rightarrow g(-2) = -2 \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)}$$

$$f(x) = c = \frac{-2}{11} \Rightarrow f(5) = -\frac{2}{11} \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)}$$

$$f(5) + g(-2) = -\frac{2}{11} - 2 = \frac{-2-22}{11} = \frac{-24}{11} \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)}$$

۳۲ در تابع ثابت لازم است مؤلفه‌های دوم با هم برابر باشند. پس:

$$\begin{cases} 2a^2 - a = 1 \rightarrow 2a^2 - a - 1 = 0 \rightarrow a = 1, a = -\frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

پس:

$$f = \{(2, 1), (b, 1), (b-2, 1)\}$$

برای اینکه تابع فوق دارای دو زوج باشد حالت‌های زیر رخ می‌دهد.

$$\text{حالت اول} \Rightarrow (2, 1) = (b, 1) \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f = \{(2, 1), (0, 1)\}$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow (2, 1) = (b-2, 1) \Rightarrow b-2 = 2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow f = \{(2, 1), (4, 1), (2, 1)\}$$

$$\text{حالت سوم} \Rightarrow (b, 1) = (b-2, 1) \Rightarrow b = b-2 \Rightarrow 0 = -2$$

(صفحة ۳۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{تابع ثابت} \Rightarrow \begin{cases} 2a^2 - a = 1 \rightarrow 2a^2 - a - 1 = 0 \rightarrow a = 1, a = -\frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \text{ (نمره ۲۵, ۲۵)}$$

$$f = \{(2, 1), (b, 1), (b-2, 1)\} \rightarrow \text{برای دو زوج داشتن}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{حالت اول}} b = 2 \Rightarrow f = \{(2, 1), (2, 1), (0, 1)\} \text{ (نمره ۵, ۵)} \\ \xrightarrow{\text{حالت دوم}} b-2 = 2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow f = \{(2, 1), (4, 1), (2, 1)\} \text{ (نمره ۵, ۵)} \\ \xrightarrow{\text{حالت سوم}} b = b-2 \Rightarrow 0 = -2 \end{cases}$$

(تذکر: در صورتی که حالت سوم بررسی نشود ولی حالت‌های اول و دوم بررسی شده نمره کامل دهید.)

۳۳

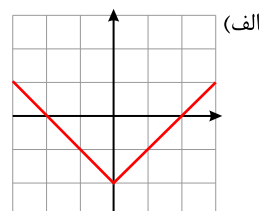
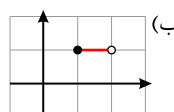
الف -۱

ب ۳۴

۳۵

الف

۳۶ گزینه د،



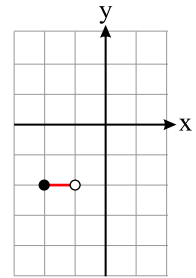
۳۷

۳۸

الف

۱-

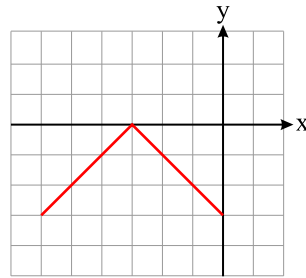
۳۹ گزینه الف



۴۰ الف

۴۱ گزینه الف

۴۲



(ب)

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \text{ (الف)} \\ 1 \text{ (ب)} & 1 \leq x < 2 \\ 2 \text{ (ج)} & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

۴۳

الف

گزینه ۳

ب

گزینه ۴

پ

گزینه ۱

۴۴

۴۵

۴۶

الف

نادرست

ب

نادرست

۴۷

گزینه ۳ (-۱)

۴۸

روش اول:

روش دوم:

۴۹

(صفحه ۳۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$1000000 - 800000 = 200000$$

$$200000 \times \frac{10}{100} = 20000$$

$$(800000 \times 0) + (200000 \times \frac{10}{100}) = 20000$$

$$[A] + [B] - 2[C] = -1 + 2 - 2(-2) = 5$$

$$[A] + [B] - 2[C] = \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{-1} + \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{2} - \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{2(-2)} = \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{5}$$

۵۰ الف) نادرست؛ مثال نقض عبارت داده شده عبارت است از $f = \{(1, 2), (2, 1)\}$ که همانی نیست، اما دامنه و برد برابر دارد.

ب) نادرست؛ دقت شود $sign(-2) = -1$ و بنابراین $sign(-(-1)) = 1$.

ج) درست؛ تعداد ضوابط در تابع چندضابطه‌ای محدودیتی ندارد.

د) درست؛ اگر $[2x] = 0$ باشد، پس $0 \leq 2x < 1$ و بنابراین $0 \leq x < \frac{1}{2}$.



(صفحه ۳۲، ۳۵، ۲۷ و ۳۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (۲۵، نمره) ب) نادرست (۲۵، نمره) ج) درست (۲۵، نمره) د) درست (۲۵، نمره)

۵۱ الف) گزینه ۳: برای تابع بودن، لازم است مقدار $f(2)$ در هر دو ضابطه یکی شود. پس:

$$2 + a = \frac{2 - a}{2 + 1}$$

$$6 + 3a = 2 - a \Rightarrow 4a = -4 \rightarrow a = -1$$

ب) گزینه ۲: در تابع ثابت، $f(x) = c$ است. بنابراین فقط گزینه ۲ همواره می‌تواند درست باشد، چراکه:

$$f(a - b) = c, \quad f(b - a) = c$$

ج) گزینه ۲: عدد $-\sqrt{2}$ را قرار می‌دهیم و در محاسبه جزء صحیح $1,4 \simeq \sqrt{2}$ در نظر گرفت:

$$[-\sqrt{2}[2] - \sqrt{2}] = [-\sqrt{2}[2 \times \sqrt{2}]]$$

$$= [-\sqrt{2}[2,8]] = [-\sqrt{2} \times 2] = [-2,8] = -3$$

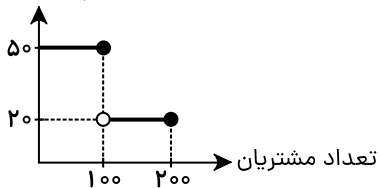
(صفحه ۳۲ و ۳۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۳ (۵، نمره) ب) گزینه ۲ (۵، نمره) ج) گزینه ۲ (۵، نمره)

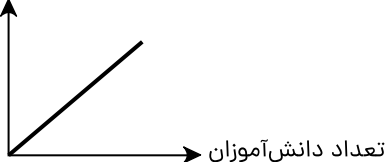
۵۲ تابع شماره ۱، رفتار پله‌ای را نشان می‌دهد که در هر مرحله از تعداد مشتریان تخفیف تغییر می‌کند.

درصد تخفیف



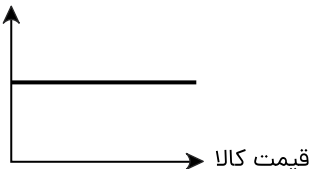
تابع شماره ۲، رفتار همانی را نشان می‌دهد که به ازای هر نفر یک کوپن داده می‌شود.

تعداد کوپن



تابع شماره ۳، رفتار تابع ثابت است که قیمت همواره ثابت است.

درصد تخفیف



(صفحه ۳۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

۱ به c (۲۵، نمره)

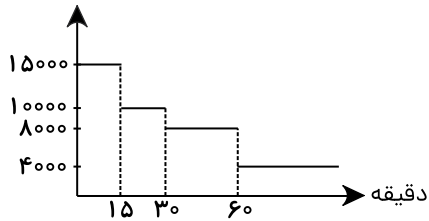
۲ به b (۲۵، نمره)

۳ به a (۲۵، نمره)

۵۳ نمودار مربوط به تابع هزینه به صورت زیر رسم می‌شود.



هزینه (تومان)



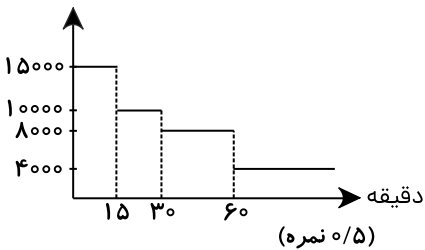
و هزینه لازم برای استفاده از دستگاه عبارت است از:

$$\text{هزینه ۱ ساعت و ۱۵ دقیقه} = 15000 + 10000 + 8000 + 4000 = 37000$$

(صفحه ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

هزینه (تومان)



$$\text{هزینه ۱ ساعت و ۱۵ دقیقه} = 15000 + 10000 + 8000 + 4000 = 37000$$

(۵/۵ نمره)

۵۴. برای رسم تابع قدرمطلق $y = |x - 2| + 1$ بهتر است نقطه یابی کنیم. پس:

x	۰	۲	۳
y	۳	۱	۲

برای رسم تابع براکت بهتر است آن را به فواصل متوالی تقسیم کنیم. یعنی:

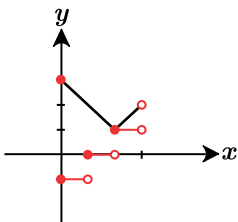
$$y = [x - 2] + 1 \Rightarrow y = [x] - 1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = -1 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ y & -1 & -1 \end{array}$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & 0 & 0 \end{array}$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow y = 1 \quad \begin{array}{c|ccc} x & 2 & 3 \\ y & 1 & 1 \end{array}$$

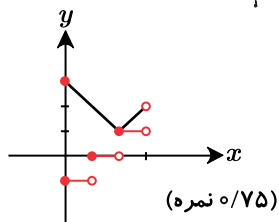
پس:



با توجه به شکل یک نقطه برخورد وجود دارد.

(صفحه ۴۲ تا ۴۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$y = |x - 2| + 1 \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 3 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{array} \quad (\text{نمره } ۰,۲۵)$$

$$y = [x - 2] + 1 \Rightarrow y = [x] - 1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = -1 \quad \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{array} \quad (\text{نمره } ۰,۲۵)$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 0 \quad \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{array} \quad (\text{نمره } ۰,۲۵)$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow y = 1 \quad \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{array} \quad (\text{نمره } ۰,۲۵)$$

یک نقطه برخورد وجود دارد. (نمره ۰,۲۵)

۵۵ الف گزاره عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند، چون p و $p \sim$ ارزش مخالف هم دارند، پس $p \wedge \sim p$ نادرست است.

ب) در نامساوی $a < b$ می‌توان به طرفین مقدار ثابت c را اضافه کرد؛ در نتیجه:

$$a + c < b + c$$

ج) در تابع همانی $f(x) = x$ ، $f(-x) = -x$ پس $f(-x) = -f(x)$

$$\text{د) } \underbrace{\text{sign}(\sqrt{2} - 2)}_{\text{منفی}} = -1, \quad \underbrace{\text{sign}(3 - \sqrt{3})}_{\text{مثبت}} = 1$$

(صفحه ۴، ۵، ۱۵ تا ۱۷، ۳۲، ۳۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) نادرست (نمره ۰,۲۵) ب) درست (نمره ۰,۲۵) ج) درست (نمره ۰,۲۵) د) نادرست (نمره ۰,۲۵)

۵۶ الف عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ است. پس عکس نقیض گزاره داده شده گزینه ۱ است.

ب) در تابع پلکانی، هر ضابطه مقداری ثابت است. پس ضریب x در هر ضابطه باید برابر با صفر باشد.

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 0 \Rightarrow a + b = 1$$

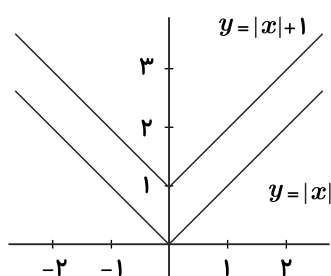
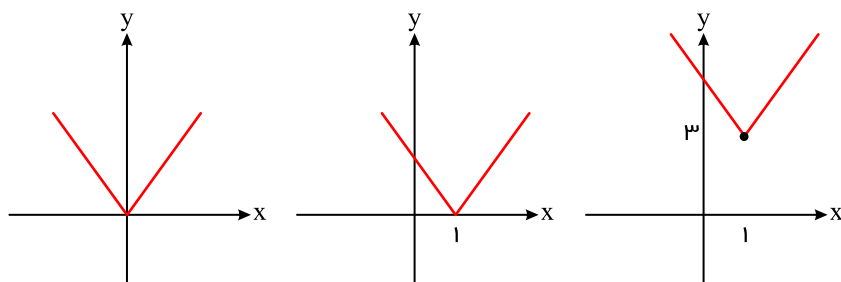
(صفحه ۱۵ تا ۱۷، ۳۳ و ۳۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۱ (نمره ۰,۵) ب) گزینه ۱ (نمره ۰,۵)

۵۷ الف) ۱ ب) ۲

۵۸

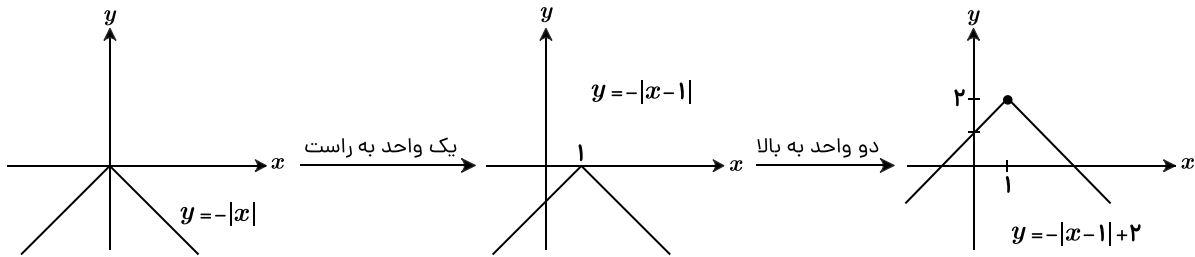


۵۹

الف) نادرست

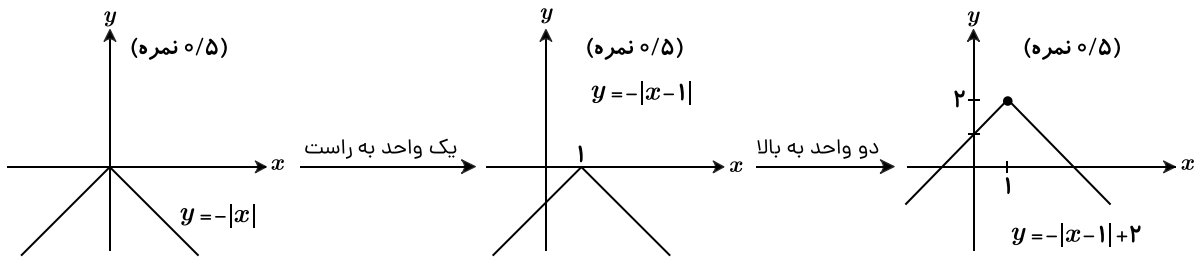
ب) درست

۶۰



(صفحه ۴۰ تا ۴۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



(در صورتی که تنها نمودار اول و آخر رسم شده باشد، نمره کامل تعلق می‌گیرد.)

۶۲ با توجه به وجود جزء صحیح فواصل را به صورت متوالی (یک واحد) در نظر می‌گیریم.

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = |2x - 1|$$

در بازه فوق قدرمطلق مثبت است و می‌توان آن را به صورت $y = 2x - 1$ نوشت.

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = |2x - 2|$$

در این فاصله نیز قدرمطلق مثبت است. پس: $y = 2x - 2$

ضابطه تابع در کل عبارت است از:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2x - 2 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

(صفحه ۳۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = |2x - 1| \Rightarrow y = 2x - 1 \quad (۵/۵ نمره)$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow y = |2x - 2| \Rightarrow y = 2x - 2 \quad (۵/۵ نمره)$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2x - 2 & 2 \leq x < 3 \end{cases} \quad (۲۵/۵ نمره)$$

۶۳ الف) اگر گزاره دوشرطی ارزش نادرست داشته باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های دو طرف مخالف هم هستند؛ پس اگر $q \Leftrightarrow p$ نادرست باشد، p هم‌ارز q است.

ب) عدد یک مرکب است و عدد دو عددی اول است. بنابراین ارزش گزاره مرکب نادرست است. نادرست (عدد یک نه اول و نه مرکب است).

$$f(1) + f(0) = 4 - 1 = 3 \quad f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4, \quad f(0) = 0^2 - 1 = -1$$

د) نمودار تابع $y = -|x|$ به صورت است. که در واقع قرینه $|x|$ نسبت به محور x ‌هاست.

(صفحه ۴ تا ۴۰، ۲۷ تا ۲۹ و ۴۰ تا ۴۴ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) $q \sim (۵/۵ نمره)$ ب) نادرست (۵/۵ نمره) ج) ۳ (۵/۵ نمره) د) محور x ‌ها (۵/۵ نمره)

۶۴ الف)

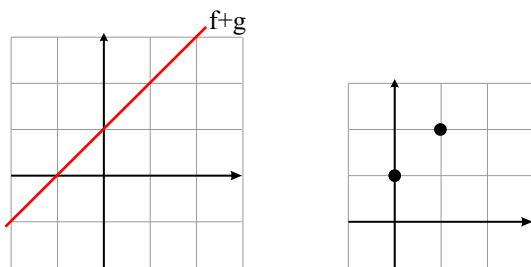
$$f - g = \{(-1, -2), (1, -8)\}$$

ب) $\frac{g}{f}$ در $x = 0$ تعریف نشده است.

$$\frac{g}{f} = \{(-1, 2)\}$$



۶۵



$$x = 0 \rightarrow f(0) + g(0) = 0 + 1 = 1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) + g(1) = 1 + 1 = 2$$

۶۶

الف

ب

۶۷

الف

ب

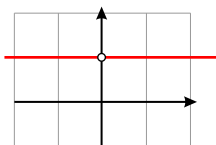
۶۸

$\frac{f}{g}$ تابع $\frac{f}{g} = \{(3, -\frac{4}{3})\}$ در $x = 1$ تعریف نشده است.

$$f - g = \{(3, 11), (1, 1)\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = R \cap \{1, -1, 3\} = \{1, -1, 3\}$$

$$(2f)(-3g)_{(1)} = 2f(1) \times -3g(1) = 2(2) \times (-3)(0) = 0$$



$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{|x|}{|x|} = 1$$

$$f - g = \{(-1, 4), (1, -2)\}$$

۶۹ الف

ب) $\frac{f}{g}, \frac{f}{g} = \{(1, \frac{5}{3})\}$ در $x = -1$ تعریف نشده است.

۷۰

$$\left(\frac{f}{g}\right)_{(x)} = ax \xrightarrow{(1,2) \in \frac{f}{g}} 2 = a(1) \rightarrow a = 2$$

$$\frac{x^2}{g(x)} = 2x \rightarrow g(x) = \frac{x}{2}$$

$$D_{f+g} = \{-1, 2\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{(-1, \frac{2}{3}), (2, \frac{1}{5})\right\}$$

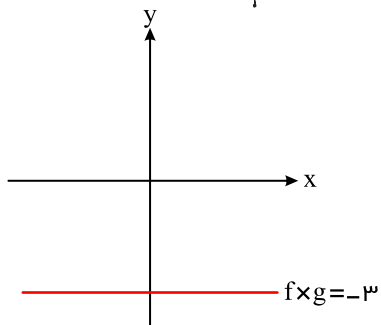
$$(f \times g) = f(x) \times g(x) = -3$$

۷۱

الف

ب

۷۲



$$f \times g = \{(2, -3), (0, 4)\}$$

$$f + g = \{(2, 2), (0, 5)\}$$

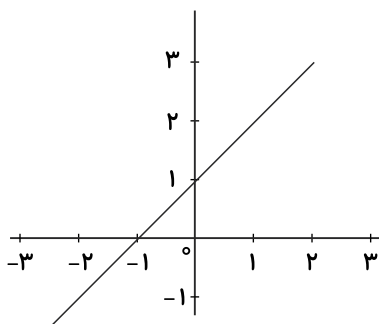
الف

$$D_{f-g} = D_{f \times g} = \{2, 3\}$$

$$f - g = \{(2, 3), (3, 1)\}$$

$$f \times g = \{(2, 10), (3, 32)\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{5}{2} = 2,5$$



$$f(x) + g(x) = x + 1$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{2, 3\}$$

$$\Rightarrow f - g = \{(2, 5 - 10), (3, 7 - 4)\} = \{(2, -5), (3, 3)\}$$

$$\bar{x} = \frac{9 + 12 + 11 + 8}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{10}{2} = 5$$

داده‌های مرتب‌شده: 8, 9, 11, 12

$$Q_2 = \frac{9 + 11}{2} = 10 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{10}{2} = 5$$

۷۶ الف گزینه ۱:

(صفحه ۴۸ کتاب درسی)

(ب) گزینه ۲:

(صفحه ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۱، ب) گزینه ۲،

(هر مورد ۵ نمره)

۷۷ با توجه به آنکه نمودار خط داده‌شده از دو نقطه (۰ و ۱) و (۲ و ۱) می‌گذرد، معادله خط برابر $y = x + 1$ است؛ پس:



(الف)

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x + 1, \frac{f(x)}{g(x)} = x + 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x + 1} = g(x) \Rightarrow g(x) = x - 1$$

(ب)

$$(f \times g)(3) = f(3) \times g(3) = (9 - 1) \times (3 - 1) = 16$$

(صفحة ۵۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف)

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x + 1 \text{ (نمره ۲۵)}, \frac{f(x)}{g(x)} = x + 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x + 1} = g(x) \Rightarrow g(x) = x - 1 \text{ (نمره ۵)}$$

(ب)

$$(f \times g)(3) = f(3) \times g(3) = \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{9 - 1} \times \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{3 - 1} = \underset{\text{(نمره ۲۵)}}{16}$$

۷۸ دقت شود برای محاسبه مقدار خواسته شده نیازی به محاسبه ضابطه تابع F_V نداریم؛ بنابراین به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$F_T(1) = F_1(1) + 2F_T(1) = 3 + 2 \times 1 = 5$$

$$F_F(1) = 2F_1(1) - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$F_D(1) = F_T(1) \times F_F(1) = 5 \times 5 = 25$$

$$F_F(1) = \frac{F_1(1)}{F_T(1)} = \frac{3}{1} = 3$$

$$F_V(1) = \frac{F_D(1)}{F_F(1) + 2} = \frac{25}{3 + 2} = \frac{25}{5} = 5$$

پس حاصل $F_V(1) = 5$ است.

(صفحة ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$F_T(1) = F_1(1) + 2F_T(1) = 3 + 2 \times 1 = 5 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$F_F(1) = 2F_1(1) - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$F_D(1) = F_T(1) \times F_F(1) = 5 \times 5 = 25 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$F_F(1) = \frac{F_1(1)}{F_T(1)} = \frac{3}{1} = 3 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$F_V(1) = \frac{F_D(1)}{F_F(1) + 2} = \frac{25}{3 + 2} = \frac{25}{5} = 5 \text{ (نمره ۲۵)}$$

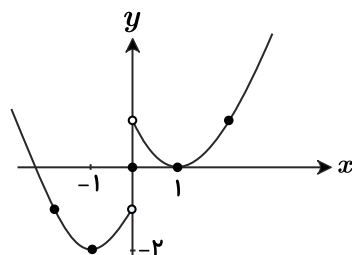
۷۹ برای رسم تابع مرکب خواسته شده، تابع را در محدوده‌های $x > 0$ و $x = 0$ و $x < 0$ به صورت جداگانه در نظر گرفته و رسم می‌کنیم.در محدوده $x > 0$ تابع علامت ۱+ و تابع قدرمطلق $x+$ است؛ پس:

$$x > 0 \Rightarrow h(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \rightarrow \text{رأس } S(1, 0) \text{ و نقاط کمکی } A(0, 1) \text{ و } B(2, 1)$$

در محدوده $x < 0$ تابع علامت ۱- و تابع قدرمطلق به صورت $-x$ است؛ پس:

$$\text{نقاط کمکی } A'(-1, 1), B'(-2, 1)$$

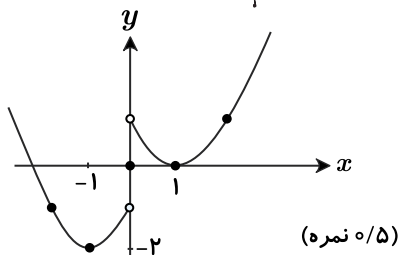
$$x < 0 \Rightarrow h(x) = x^2 + 2x - 1 \Rightarrow h(x) = (x + 1)^2 - 2 \rightarrow \text{رأس } S'(-1, -2)$$

و برای $x = 0$ مقدار $y = 0$ است؛ پس نمودار تابع عبارت است از:

$$h(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ (x+1)^2 - 2, & x < 0 \end{cases}$$

(صفحة ۵۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$x > 0 \Rightarrow h(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \left\{ \begin{array}{l} \text{رأس } S \left| \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right. \\ \text{کمی } A \left| \begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} \right., B \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (۵/۵ نمره)$$

$$x = 0 \Rightarrow h(x) = 0^2 - 2 \times 0 + 0 = 0 \quad (۵/۲ نمره)$$

$$x < 0 \Rightarrow h(x) = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{رأس } S' \left| \begin{array}{l} -1 \\ -2 \end{array} \right. \\ \text{کمی } A' \left| \begin{array}{l} 0 \\ -1 \end{array} \right., B' \left| \begin{array}{l} -2 \\ -1 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (۵/۵ نمره)$$

۸۰ ✖ با توجه به اینکه تابع $\frac{g}{f}$ خطی است و از مبدأ می‌گذرد، ضابطه آن به صورت $y = ax$ است. نقطه $A \left| \begin{array}{l} 1 \\ 3 \end{array} \right.$ نشان می‌دهد که:

$$3 = a \times 1 \Rightarrow a = 3$$

پس ضابطه $\frac{g}{f}$ عبارت است از:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = 3x, \quad x \neq 1$$

حالا تابع f را قرار می‌دهیم:

$$\frac{g(x)}{x-1} = 3x \Rightarrow g(x) = 3x^2 - 3x$$

دقت شود که شرط $x \neq 1$ برای تابع g ضروری نیست و $x = 1$ می‌تواند در دامنه g باشد یا نباشد؛ ولی این شرط برای تابع $\left(\frac{g}{f}\right)$ لازم است.

(صفحه ۵۳ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

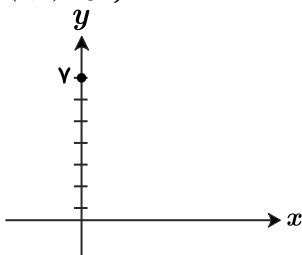
$$\frac{g}{f} \text{ ضابطه } y = ax \Rightarrow A \left| \begin{array}{l} 1 \\ 3 \end{array} \right. \Rightarrow 3 = a \times 1 \Rightarrow a = 3 \quad (۵/۵ نمره)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{g}{f}\right)(x) = 3x, \quad x \neq 1 \quad (۵/۲ نمره)$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = 3x \Rightarrow \frac{g(x)}{f(x)} = 3x \Rightarrow \frac{g(x)}{x-1} = 3x \Rightarrow g(x) = 3x^2 - 3x \quad (۵/۵ نمره)$$

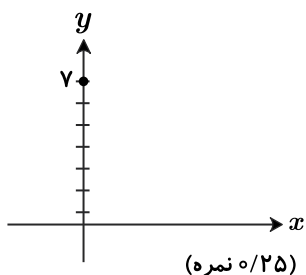
۸۱ ✖ برای به دست آوردن تابع مرکب خواسته شده لازم است دامنه‌ها، یعنی مؤلفه‌های اول، یکسان باشند و عملیات خواسته شده روی مؤلفه‌های دوم انجام شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} (2, 0) \in f \\ (2, 1) \in g \end{array} \right\} \Rightarrow \left(2, \frac{2 \times 0 + 1}{1 - 1}\right) \Rightarrow \left(2, \frac{1}{0}\right) \Rightarrow \text{تعریف نشده} \left\{ \begin{array}{l} (0, 3) \in f \\ (0, 2) \in g \end{array} \right\} \Rightarrow \left(0, \frac{2 \times 3 + 1}{2 - 1}\right) = (0, 7) \Rightarrow \frac{2f+1}{g-1} = \{(0, 7)\}$$



(صفحه ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$\left\{ \begin{array}{l} (2, 0) \in f \\ (2, 1) \in g \end{array} \right\} \Rightarrow \left(2, \frac{2 \times 0 + 1}{1 - 1}\right) \Rightarrow \left(2, \frac{1}{0}\right) \Rightarrow \text{تعریف نشده} \left\{ \begin{array}{l} (0, 3) \in f \\ (0, 2) \in g \end{array} \right\} \Rightarrow \left(0, \frac{2 \times 3 + 1}{2 - 1}\right) = (0, 7) \Rightarrow \frac{2f+1}{g-1} = \{(0, 7)\}$$



۸۲ برای پیدا کردن حداقل زوج‌های مرتبی که در f و g قرار می‌گیرند، از حل دستگاه‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(1) + 2g(1) = 2 \\ f(1) - g(1) = 5 \end{cases} \rightarrow 3g(1) = -3 \rightarrow g(1) = -1, f(1) = 4$$

و به همین ترتیب:

$$\begin{cases} f(2) + 2g(2) = 1 \\ f(2) - g(2) = -2 \end{cases} \rightarrow 3g(2) = 3 \rightarrow g(2) = 1, f(2) = -1$$

پس:

$$f = \{(1, 4), (2, -1)\}$$

$$g = \{(1, -1), (2, 1)\}$$

(صفحه ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} f(1) + 2g(1) = 2 \\ f(1) - g(1) = 5 \end{cases} \rightarrow 3g(1) = -3 \rightarrow g(1) = -1, f(1) = 4 \text{ (نمره ۵)} \\ &\begin{cases} f(2) + 2g(2) = 1 \\ f(2) - g(2) = -2 \end{cases} \rightarrow 3g(2) = 3 \rightarrow g(2) = 1, f(2) = -1 \text{ (نمره ۵)} \\ &\Rightarrow \begin{cases} f = \{(1, 4), (2, -1)\} \\ g = \{(1, -1), (2, 1)\} \end{cases} \text{ (نمره ۵)} \end{aligned}$$

۸۳ برای تعیین تابع g با توجه به اینکه دامنه‌ها باید یکسان باشند به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(1) = 0 \\ f(1) = 4 \end{cases} \rightarrow 8 - g(1) = 0 \Rightarrow g(1) = 8 \\ x = 2 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(2) = 3 \\ f(2) = -1 \end{cases} \rightarrow -2 - g(2) = 3 \Rightarrow g(2) = -5 \\ x = 3 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(3) = 1 \\ f(3) = 5 \end{cases} \rightarrow 10 - g(3) = 1 \Rightarrow g(3) = 9 \\ &\Rightarrow g = \{(1, 8), (2, -5), (3, 9)\} \end{aligned}$$

دقت شود تابع g اگر شامل زوج‌های مرتب دیگری مثل $(4, 7)$ باشد که مؤلفه اول آن در اشتراک دامنه f و g نیست، اشکالی تولید نمی‌شود؛ اما وجود کلمه حداقل باعث می‌شود که زوج

مرتب دیگری به g اضافه نشود.

(صفحه ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(1) = 0 \\ f(1) = 4 \end{cases} \rightarrow 8 - g(1) = 0 \Rightarrow g(1) = 8 \text{ (نمره ۲۵)} \\ x = 2 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(2) = 3 \\ f(2) = -1 \end{cases} \rightarrow -2 - g(2) = 3 \Rightarrow g(2) = -5 \text{ (نمره ۲۵)} \\ x = 3 &\Rightarrow \begin{cases} (2f - g)(3) = 1 \\ f(3) = 5 \end{cases} \rightarrow 10 - g(3) = 1 \Rightarrow g(3) = 9 \text{ (نمره ۲۵)} \\ &\Rightarrow g = \{(1, 8), (2, -5), (3, 9)\} \text{ (نمره ۷۵)} \end{aligned}$$

۸۴ در هر مرحله توابع خواسته شده را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{aligned} h_1 &= f + g = 2x + 1 + 3x - 2 = 5x - 1 \\ h_2 &= f - g = 2x + 1 - 3x + 2 = -x + 3 \\ k &= h_1 h_2 = (5x - 1)(-x + 3) = -5x^2 + 15x + x - 3 \Rightarrow k(x) = -5x^2 + 16x - 3 \end{aligned}$$

(صفحه ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\begin{aligned} h_1 &= f + g = 2x + 1 + 3x - 2 = 5x - 1 \text{ (نمره ۵)} \\ h_2 &= f - g = 2x + 1 - 3x + 2 = -x + 3 \text{ (نمره ۵)} \\ k &= h_1 h_2 = (5x - 1)(-x + 3) = -5x^2 + 15x + x - 3 \\ &\Rightarrow k(x) = -5x^2 + 16x - 3 \text{ (نمره ۵)} \end{aligned}$$

۸۵ مقادیر تابع در $x = 0$ مشخص هستند. پس:

$$x = 0 \rightarrow (f \cdot g)(0) = f(0) \cdot g(0) = 1 \times 1 = 1$$

و برای $x = 2$ داریم:

$$x = 2 \rightarrow (f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2) = 3 \times (-1) = -3$$

تابع $f \cdot g$ را تشکیل می‌دهیم.

$$(f \cdot g)(x) = (x + 1)(1 - x) \Rightarrow y = 1 - x^2$$

(صفحة ۵۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$x = 0 \rightarrow (f \cdot g)(0) = f(0) \cdot g(0) = 1 \times 1 = 1 \quad (\text{نمره } ۲۵)$$

$$x = 2 \rightarrow (f \cdot g)(2) = f(2) \cdot g(2) = 3 \times (-1) = -3 \quad (\text{نمره } ۲۵)$$

$$(f \cdot g)(x) = (x+1)(1-x) \Rightarrow y = 1 - x^2 \quad (\text{نمره } ۵)$$



مشاوره کنکور نوتروفیل

بیستوفیل ریاضی و آمار فصل ۳ یازدهم

سال یازدهم
انسانی

فهرست

۱ شاخص های آماری، خط فقر و تورم

۷ سری های زمانی، درون یابی و برون یابی



شاخص های آماری، خط فقر و تورم



۱ در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل هستند. در این منطقه، ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند.

الف نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر با ۵ درصد باشد؟

۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را می گویند.

۳ متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان را برای مجموعه ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یک سال را گویند.

الف شاخص توده بدنی (ب) شاخص آموزش (ج) شاخص خط فقر (د) شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی

۴ اگر درآمد ماهیانه ۹ نفر از افراد یک اداره (برحسب میلیون تومان) به صورت زیر باشد، با توجه به تعریف خط فقر براساس نصف میانه، چند نفر زیر خط فقر قرار دارند؟

۵، ۷، ۱۰، ۸، ۵، ۶، ۱۰، ۱۱، ۱۵

۵ در یک منطقه ۱۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ سال و بیشتر جویای کار هستند: الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب) حداقل چند شغل ایجاد شود، تا نرخ بیکاری در این منطقه کمتر از سه درصد باشد؟

۶ برای کتابی با متوسط طول جملات ده کلمه ای و ۱۷ درصد کلمه سخت:

الف شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید.

ب این کتاب مناسب چه پایه ای است؟

۷ جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید:

الف معیار آماری که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می دهد، گویند.

۸ کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، مناسب چه پایه ای است؟

الف) دهم (ب) یازدهم (ج) نهم (د) هشتم

۹ اگر درآمد ماهیانه افراد یک شرکت برحسب میلیون به صورت زیر باشد، با توجه به تعریف خط فقر براساس نصف میانگین، چند نفر زیر خط فقر قرار می گیرند؟

۱، ۸، ۶، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۶، ۸، ۹

۱۰ اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد، همچنین با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت را به دست آورید.

۱۱ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:

الف شاخص، یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می دهد.





۱۲ برای محاسبهٔ نماتوپ کدام روش صحیح است؟

- (الف) نسبت وزن برحسب کیلوگرم به قد برحسب متر
(ب) نسبت وزن برحسب کیلوگرم به مربع قد برحسب متر
(ج) نسبت وزن برحسب کیلوگرم به قد برحسب سانتی‌متر
(د) نسبت مربع وزن برحسب کیلوگرم به مربع قد برحسب متر

۱۳ اگر درآمد ماهیانهٔ ۹ نفر از افراد یک اداره (برحسب میلیون تومان) به صورت زیر باشد، با توجه به تعریف خط فقر براساس نصف میانگین، چند نفر زیر خط فقر قرار دارند؟

۵, ۷, ۱۰, ۸, ۵, ۶, ۱۱, ۱۴, ۱۵

۱۴ در یک منطقه ۱۳۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ سال و بیشتر جویای کار می‌باشند:

الف نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این منطقه برابر سه درصد باشد.

۱۵ برای کتابی با متوسط طول جملات ۷ کلمه‌ای و ۱۹ درصد کلمه سخت:

الف شاخص پایهٔ آموزش را محاسبه کنید.

ب این کتاب مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟

۱۶ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات، در طول زمان را تورم می‌نامند.

۱۷ اگر به متوسط درآمد هر فرد از یک جامعه ۲۰۰۰ تومان اضافه شود، خط فقر برحسب میانه و میانگین چه تغییری می‌کند؟

(۱) خط فقر برحسب میانه و میانگین هر دو ۱۰۰۰ تومان افزایش دارند.

(۲) خط فقر برحسب میانه ۲۰۰۰ تومان افزایش دارد.

(۳) خط فقر برحسب میانه و میانگین هر دو ۲۰۰۰ تومان افزایش دارند.

(۴) هیچ تغییری نمی‌کند.

۱۸ سبد هزینهٔ خانواری در سال پایه از دو کالای غلات و لبنیات تشکیل شده است و قیمت دو کالا در سال پایه به ترتیب ۲۰۰۰ و ۱۵۰۰۰

هزار تومان می‌باشد و در سال ۱۴۰۲ به ۳۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ تومان برسد با فرض آنکه مقدار مصرف آنها در سال پایه ۱۰۰ و ۲۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای غلات و لبنیات چقدر است؟

۱۹ برای کتابی با متوسط طول جملات ۶ کلمه‌ای و ۱۰ درصد کلمات سخت، شاخص پایهٔ آموزش را حساب کنید. این کتاب مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟

۲۰ در یک کشور شاخص بیکاری ۲۰ درصد است، اگر جمعیت فعال این کشور ۱۰ میلیون نفر باشند، تعداد بیکاران و تعداد شاغلین را به دست آورید.

۲۱ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف کمینه درآمدی که برای زندگی یک نفر در ماه مورد نیاز است را نرخ درآمد می‌گویند.

۲۲ اگر شاخص بهای نان در سال ۱۳۹۶ برابر ۲۴۰ و در سال ۱۳۹۰ (سال پایه) برابر ۱۶۰ باشد، مقدار تورم چند درصد است؟

۲۳ در یک استان ۳۰۰۰ نفر فعال می‌باشند. اگر ۱۲۰۰ نفر از آنها بیکار باشند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری به ۵ درصد برسد؟



۲۴ با توجه به جدول زیر، ابتدا سهم هر نفر در هر ردیف را تعیین کرده، سپس خط فقر را به روش میانه به دست آورید و بنویسید کدام ردیف زیر خط فقر قرار دارد؟

ردیف	تعداد اعضای خانواده	درآمد ماهیانه (هزار تومان)
۱	۴	۴۰۰۰
۲	۲	۳۰۰۰
۳	۱	۴۰۰

۲۵ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف تغییر متوسط کالاها و خدمات در طول زمان را می نامند.

۲۶ کدام شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می دهد؟

۱) بهای کالا و خدمات (۲) تورم (۳) خط فقر (۴) توده بدنی

۲۷ درآمد ماهیانه ۷ نفر از کارمندان یک شرکت برحسب میلیون تومان به صورت زیر است:

۲۰، ۱۰، ۵، ۱۲، ۴، ۳۰، ۱۳

خط فقر را به روش نصف میانه، محاسبه کنید.

۲۸ اگر سبد هزینه خانواده‌ای شامل دو کالای برنج و گوشت باشد و قیمت این دو کالا (برحسب هزار تومان) در سال پایه به ترتیب ۸۰ و ۵۰۰ باشد و در سال موردنظر به ۱۲۰ و ۷۰۰ برسد، با فرض اینکه مقادیر مصرفی برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۶۰ و ۴۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این دو کالا را به دست آورید.

۲۹ در یک منطقه از میان افراد ۱۶ ساله و بیشتر، تعداد ۱۲۰۰ نفر شاغل و ۳۰۰ نفر بیکار هستند. نرخ بیکاری در این منطقه را به دست آورید.

۳۰ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف ترکیب دوشرطی دو گزاره در حالتی که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند، ارزش درست دارد.

ب) اگر $f(-x) + f(x) = 0$ باشد، آنگاه f تابع همانی است.

ج) در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات، محور طول‌ها نشان‌دهنده زمان است.

د) حاصل $\text{sign}(-3) - [2, 1] + [-2, 1]$ برابر صفر است.

۳۱ جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

الف گزاره $(p \vee q) \sim (p \wedge q)$ هم‌ارز با گزاره است.

ب) استدلال زیر در مرحله خطا دارد.

مرحله ۱: $a < b$ مرحله ۲: $a + c < b + c$ مرحله ۳: $a^2 + ac < ab + ac$ مرحله ۴: $a^2 < ab$

ج) اگر $f(x) = (a + 1)x - 2$ تابع ثابت باشد، مقدار a برابر است.

د) اگر شاخص کالایی در سال جدید ۱۵۰ باشد و قیمت آن در سال پایه ۲ هزار تومان باشد، قیمت آن در سال جدید برابر است.

۳۲ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) اگر $f = \{(2, 5), (3, 7), (4, 1)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 10), (3, 4)\}$ باشند، تابع $f - g$ کدام است؟

۱) $\{(2, -5), (3, 3)\}$ ۲) $\{(1, 2), (2, -5), (3, 3), (4, 1)\}$

۳) $\{(2, 5), (3, -3)\}$ ۴) $\{(2, 15), (3, 11)\}$

ب) خط فقر جامعه‌ای با درآمدهای ماهیانه ۸ و ۱۱ و ۱۲ و ۹ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۳۳ اگر سبد هزینه خانواده‌ای شامل دو کالای گوشت و نان باشد و قیمت این دو کالا (برحسب هزار تومان) در سال پایه به ترتیب ۵ و ۵۰۰ باشد و مقادیر مصرفی آن به ترتیب ۳۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد و قیمت دو کالا در سال جاری به ترتیب ۶۰۰ و ۱۰ باشد، شاخص بهای دو کالا با هم تقریباً چقدر است؟





۳۴ در یک منطقه ۲۷۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۳۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند.

(الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

(ب) حداقل چند شغل جدید ایجاد کنیم تا نرخ بیکاری ۵ درصد شود؟

۳۵ جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

(الف) به معیار آماری که تغییرات نسبی در یک جامعه آماری را نشان می‌دهد، گویند.

(ب) میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارشی را گویند.

(ج) تکرار یک ویژگی در سری‌های زمانی را می‌نامند.

(د) تخمین داده‌های بین داده‌های دیگر ثبت‌شده را می‌نامند.

۳۶ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) تغییر متوسط کالاها و خدمات در طول زمان، همان شاخص بهای کالا و خدمات است.

(ب) خط فقر بر اساس نصف میانه داده‌های نمونه محاسبه می‌شود.

(ج) اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = |x|$ باشد، حاصل $\frac{f}{g}$ به ازای ۲٫۵، برابر $\frac{4}{5}$ است.

(د) سری زمانی مجموعه داده‌هایی است که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

۳۷ گزینه درست را انتخاب کنید.

(الف) اگر $1.5 \leq x < 2.5$ باشد و $f(x) = [x]$ و $g(x) = 1$ و $f + g$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) فقط ۲ (۲) فقط ۳ (۳) ۳ و ۲ (۴) ۳ و ۲ و ۱

(ب) اگر $f \in (1, 4)$ و $1 \in f \cdot g - 1$ باشد، کدام زوج مرتب لزوماً در g قرار دارد؟

(۱) (۳, ۱) (۲) (۱, ۲) (۳) (۱, ۱) (۴) (۴, ۱)

۳۸ دریافتی ماهانه کارکنان یک شرکت (برحسب میلیون تومان) به صورت زیر است:

۵, ۷, ۴, ۱۲, ۳, ۹, ۸, ۸, ۱۰, ۵

مشخص کنید در این جامعه چند نفر زیر خط فقر هستند؟ (برحسب هر دو حالت میانه و میانگین حساب شود).

۳۹ با توجه به جدول زیر اگر سال پایه را ۱۴۰۰ فرض کنیم، شاخص بهای این سه کالا چه عددی می‌شود؟ درصد تورم سه کالا را نیز به دست آورید.

میزان مصرف	قیمت سال ۱۴۰۳	قیمت سال ۱۴۰۰	کالا
۱۰۰	۱۰۰	۵۰	برنج
۵۰۰	۵	۱	نان
۱۰	۷۰۰	۲۵۰	گوشت

۴۰ منطقه‌ای ۵۰۰۰ نفر شاغل و ۴۰۰ نفر جویای کار دارد. با تعطیلی دو کارخانه نرخ بیکاری $\frac{16}{27}$ درصد رشد می‌کند. چند نفر جدید در

تعطیلی کارخانه‌ها بیکار شده‌اند؟

۴۱ در یک کتاب متوسط طولی جملات ۸ است و ۱۶ درصد کلمات سخت است. شاخص پایه آموزش (درجه خوانایی متن) را حساب کنید و

مشخص کنید این کتاب برای چه پایه‌ای مناسب است؟

۴۲ درستی یا نادرستی هر مورد را مشخص کنید.

(الف) شاخص یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

(ب) شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی دارد.

(ج) شاخص بهای کالاها و خدمات براساس تعداد ۳۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات محاسبه می‌شود.



۴۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

الف) تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را می نامند.

ب) در بررسی نرخ بیکاری به افرادی که بالای ۱۶ سال دارند می گویند.

ج) اگر شاخص پوسیدگی دندان در سال ۹۲ برابر ۵ و در سال ۹۶ برابر ۳ باشد، این شاخص در سال ۹۶ نسبت به سال ۹۲، درصد کاهش داشته است.

۴۴ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) شاخص پایه آموزش برای کتابی با متوسط طول جملات ۱۰ کلمه ای و ۲۰ درصد کلمه سخت کدام است؟

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

ب) خط فقر مناسب برای جامعه آماری با داده های ۱۷، ۲۲، ۳۵، ۲۸، ۲۶، ۱۲۰ کدام است؟

۲۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۸ (۴)

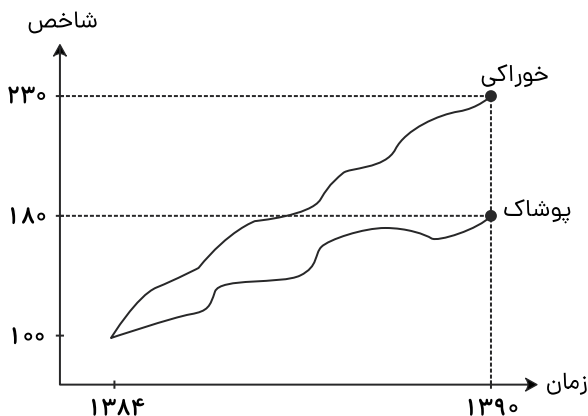
۴۵ در جامعه آماری زیر چند نفر زیر خط فقر قرار دارند. (خط فقر را به روش میانگین محاسبه کنید).

درآمد ماهیانه خانوار	تعداد اعضای خانوار
۳۹	۳
۲۵	۵
۴۰	۲
۲۰	۱
۴۸	۴

۴۶ اگر خط فقر بین المللی حدود ۱٫۲۵ دلار برای هر نفر در روز تعیین شده باشد و قیمت دلار ۶۰ هزار تومان باشد، یک خانواده سه نفری در

ماه (۳۰ روزه) حداقل چند تومان درآمد داشته باشد تا زیر خط فقر بین المللی نباشد؟

۴۷ با توجه به نمودار، تورم خوراکی و پوشاک، هریک جداگانه در سال ۱۳۹۰ نسبت به سال ۱۳۸۴ چند درصد بوده است؟



۴۸ اگر خط فقر جامعه ای با درآمد ماهیانه هر فرد به صورت ۱۰، ۱۱، ۱، ۲a + ۱، ۸ + a و ۹ و ۱۵ برحسب میانگین برابر ۶ باشد، خط فقر

برحسب میانه را به دست آورید.

۴۹ در یک استان نرخ بیکاری برابر ۱۰ درصد است. اگر جمعیت فعال در این استان ۸۰ هزار نفر باشد:

الف) جمعیت بیکار و جمعیت شاغل را به دست آورید.

ب) اگر بر اثر بیماری کرونا ۴ هزار نفر بیکار شوند، نرخ بیکاری جدید را به دست آورید.

۵۰ فرض کنید سبد هزینه خانواری از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۴ و ۲۰۰ هزار تومان

باشد. اگر در سال ۱۴۰۲ قیمت ها به ترتیب به ۶ و ۴۰۰ هزار تومان رسیده باشد، با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت به ترتیب ۲۵۰ و ۶۰

کیلوگرم باشد، شاخص این سبد را محاسبه کنید. (تقریب بزنید).





۵۱ با فرض آنکه هزینه مسکن در سال ۱۳۹۶ برابر ۵ میلیون تومان در ماه بوده و شاخص مسکن در سال ۱۳۹۶ برابر ۱۲۰ و در سال ۱۳۹۸ برابر ۱۶۲ باشد،

الف) هزینه مسکن در سال ۱۳۹۸ را محاسبه کنید (سال ۱۳۹۲ سال پایه است).

ب) اگر سال ۱۳۹۶ را به جای سال ۱۳۹۲ سال پایه در نظر بگیریم، شاخص سال ۱۳۹۸ را محاسبه کنید.

۵۲ در یک شهر ۴۲۰۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال شاغل‌اند و ۶۰۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال بیکار هستند. الف) نرخ بیکاری این شهر را محاسبه کنید.

ب) حداقل چند شغل جدید در این شهر ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵ درصد کاهش یابد؟

۵۳ نامتوپ یا شاخص توده بدنی (BMI) را برای دو نفر زیر محاسبه کنید. کدام یک شاخص نامتوپ کمتری دارد؟ فردی که نامتوپ آن بیشتر است چند کیلوگرم از وزنش کاهش یابد تا به شاخص نامتوپ فرد دیگر برسد؟

نام	سن (سال)	وزن (کیلوگرم)	قد (سانتی‌متر)
بهراد	۱۴	۶۴٫۸	۱۸۰
آرین	۱۴	۶۳٫۵۸	۱۷۰

۵۴ اگر به درآمد ماهیانه همه افراد جامعه ۵۰۰ هزار تومان اضافه شود و خط فقر جامعه در ابتدا ۱۰ میلیون تومان باشد، خط فقر جدید چقدر می‌شود؟

۵۵ اگر شاخص بهای کالایی در سال ۱۳۹۰، برابر ۱۲۲ و شاخص بهای همان کالا در سال ۱۳۹۶ برابر ۱۸۶ باشد، تورم این کالا در طی این شش سال تقریباً چند درصد است؟ (سال ۱۳۸۸ سال پایه است).

۵۶ اگر خط فقر با روش نصف میانگین برای خانوارهای جدول زیر برابر ۲۰۰ هزار تومان باشد، در این صورت مقدار x (برحسب هزار تومان) چقدر است؟

تعداد اعضای خانواده	درآمد ماهیانه خانواده برحسب هزار تومان	ردیف
۳	۹۰۰	۱
۲	x	۲
۵	۲۲۵۰	۳
۴	۱۴۰۰	۴
۳	۱۵۰۰	۵

۵۷ با توجه به جدول زیر، اختلاف خط فقر به روش میانگین و به روش میانه برحسب هزار تومان را به دست آورید.

تعداد اعضای خانواده	درآمد ماهیانه برحسب هزار تومان	ردیف
۱	۷۵۰	۱
۵	۱۲۵۰	۲
۳	۲۲۵۰	۳
۴	۲۰۰۰	۴
۲	۵۰۰	۵

۵۸ نرخ بیکاری یک منطقه برابر ۱۵٪ است. اگر جمعیت فعال این منطقه برابر ۶۰۰۰۰۰۰ نفر باشد، چند نفر بیکار در این منطقه وجود دارد؟

۵۹ اگر قیمت کالایی در سال ۱۳۹۶ برابر ۹۰۰ تومان و شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی نسبت به سال پایه برابر ۱۲۰ باشد و میزان مصرف این کالا ۸۵ کیلوگرم باشد، در این صورت قیمت این کالا در سال پایه چند تومان بوده است؟



۶۰ مقدار جزء صحیح شاخص سلامت شخصی به وزن ۹۰ کیلوگرم و قد ۱۸۰ سانتی متر را به دست آورید.

۶۱ شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است. اگر این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده باشد در این صورت این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

۶۲ برای کتابی با متوسط طول جملات ۱۰ کلمه‌ای و ۱۵ درصد کلمه دشوار، شاخص پایه آموزش کدام است؟

۶۳ با توجه به جدول زیر شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در سال ۱۳۹۶ نسبت به سال پایه ۱۳۹۴ را به طور تقریبی به دست آورید.

میزان مصرف	قیمت کالا در سال ۱۳۹۶	قیمت کالا در سال ۱۳۹۴	ردیف
۱۰	۸۰۰	۶۰۰	۱
۲۰	۱۵۰۰	۱۲۰۰	۲
۱۰	۹۰۰	۸۰۰	۳



سری های زمانی، درون یابی و برون

۶۴ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. **یابی**

الف تخمین داده های بعد یا قبل از داده های ثبت شده را درون یابی گویند.

۶۵ میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد تومان به صورت زیر است:

سال x	۵	۴	۳	۲	۱
فروش y	۱۹	۱۵	۱۱	۹	۶

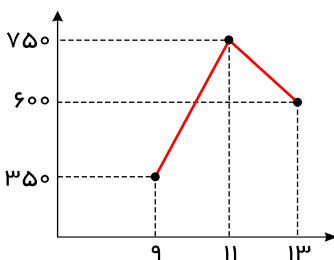
الف سری زمانی را رسم کنید.

ب فروش در سال هفتم را برون یابی کنید.

۶۶ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید:

الف مجموعه داده هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می شوند را سری زمانی گویند.

۶۷ اگر نمودار روبه رو تعداد مشتریان یک شرکت، بین ساعت ۹ تا ۱۳ صبح باشد:



الف تعداد مشتری ها در ساعت ۱۰ را درون یابی کنید.

ب اگر تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۰ صبح برابر ۴۵۰ نفر باشد، خطای درون یابی را به دست آورید.

۶۸ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:

الف تخمین داده های بعد یا قبل از داده های ثبت شده را می گویند.

۶۹ در یک مرکز خرید تعداد مشتریان بین ساعت ۱۱ الی ۲۱ به صورت زیر ثبت شده است:

ساعت T	۲۱	۱۹	۱۷	۱۵	۱۳	۱۱
تعداد مشتری N	۲۵۰	۵۰۰	۳۰۰	۶۵۰	۸۰۰	۷۵۰

الف تعداد مشتریان را در ساعت ۱۶ درون یابی کنید.





ب اگر تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۶، برابر ۴۰۰ باشد، خطای درونیابی را به دست آورید.

۷۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده نام دارد.

ب تکرار یک ویژگی در سری زمانی را می‌نامند.

۷۱ تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال در هفته‌های زوج و پایدی در جدول زیر آمده است. تعداد گل‌های هفته بیست‌وسوم را درونیابی کنید.

هفته‌ها (x)	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶
تعداد گل‌ها (y)	۳۰	۲۷	۳۱	۲۵

۷۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف درونیابی که به وسیله یک پاره‌خط انجام شود، است.

۷۳ گزینه درست را انتخاب کنید.

الف تخمین داده‌های قبل یا بعد از داده‌های ثبت شده را چه می‌نامند؟

۱) سری زمانی ۲) برون‌یابی ۳) الگو ۴) دروه‌یابی

۷۴ میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی بر حسب میلیارد تومان به صورت زیر است. میزان فروش در سال هفتم را به روش برون‌یابی تخمین بزنید.

سال (x)	۱	۲	۳	۴	۵
فروش (y)	۵	۹	۱۲	۱۶	۱۸

۷۵ جدول زیر تعداد موتورسیکلت‌های عبوری در فاصله‌های زمانی هر ۲ ساعت از ۸ صبح تا ۱۶ عصر در یک گذرگاه را نشان می‌دهد. با استفاده از درونیابی مشخص کنید چند موتور در مقطع زمانی منتهی به ساعت ۱۱ از محل عبور می‌کند.

ساعت	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
تعداد	۵۰	۷۰	۶۰	۵۰	۹۰

۷۶ از شنبه تا پنج‌شنبه به‌طور متوسط روزانه ۱۰۰۰ نفر از یک نمایشگاه دیدن کرده‌اند. اگر در روز پنج‌شنبه تعداد بازدیدکنندگان ۱۴۰۰ نفر باشد، در روز جمعه پیش‌بینی می‌شود چند نفر بازدیدکننده داشته باشیم؟

۷۷ با توجه به جدول زیر، مقدار y به‌ازای $x = 8$ را به کمک برون‌یابی خطی به دست آورید.

x	۱	۴	۷
y	۱۲	۰	۹

۷۸ معادله خط برون‌یابی برای داده‌های بعد از داده‌های ثبت شده جدول زیر را به دست آورید.

x	۸	۱۰	۱۲	۱۴
y	۲۵۰	۳۵۰	۲۰۰	۲۰۰

۷۹ کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی به حساب می‌آید؟

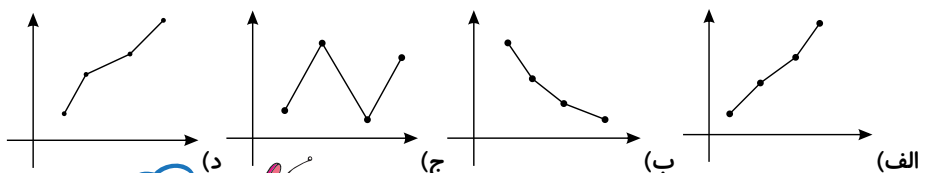
الف) تعداد پروازهای یک فرودگاه در روزهای ماه

ب) میزان مصرف سوخت براساس مسافت طی شده

ج) دمای هوا در هر ساعت از یک شبانه‌روز

د) تغییرات سالیانه نرخ مسکن

۸۰ در هر یک از نمودارهای سری زمانی زیر مشخص کنید استفاده از برون‌یابی خطی مناسب است یا نه؟





پاسخنامه تشریحی

۱
الف

$$1400 = 1200 + 200 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{200}{1400} \times 100 \approx 14,28$$

ب

x تعداد بیکاران با نرخ بیکاری ۵ درصد است:

$$5 = \frac{x}{1400} \times 100 \Rightarrow 5 = \frac{x}{14} \Rightarrow x = 70$$

برای اینکه نرخ بیکاری به ۵٪ کاهش پیدا کند، $130 = 200 - 70$ شغل باید ایجاد شود.

۲
الف

تورم

۳
گزینۀ د،

۴
ابتدا داده‌ها را مرتب کرده، میانه را مشخص می‌کنیم:

$$5, 5, 6, 7, \boxed{8}, 10, 10, 11, 15$$

$$\text{میانه} = 8 \rightarrow \text{خط فقر} = \frac{8}{2} = 4$$

دو نفری که حقوق ۵ میلیون دریافت می‌کنند، زیر خط فقر قرار دارند.

۵

$$2200 = 1800 + 400 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \rightarrow \frac{400}{2200} \times 100 \approx 18,18\%$$

ب) اگر x شغل ایجاد شود جمعیت بیکار آن $400 - x$ خواهد بود.

$$\frac{400 - x}{2200} \times 100 < 3 \rightarrow 400 - x < 66 \rightarrow 400 - 66 < x \rightarrow 334 < x$$

حداقل ۳۳۵ شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر از ۳ درصد باشد.

۶
الف

$$0,4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$11 \approx 10,8 = 0,4 \times 27 = 0,4 \times (17 + 10) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

ب

مناسب پایه یازدهم است.

۷
الف

شاخص

۸
گزینۀ ب،

۹

$$2200 = 1800 + 400 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\bar{x}_{\text{میانگین}} = \frac{\text{جمع داده‌ها}}{\text{تعداد}} = \frac{45}{11} = 4,09$$

$$2,04 = \text{نصف میانگین} = \text{خط فقر}$$

۶ نفر از افراد شرکت زیر خط فقر قرار دارند.

۱۰

$$140,5 = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} \times 100 = \text{شاخص بهای نان و گوشت}$$



۱۱

الف

درست

۱۲ گزینه «ب»

۱۳

$$\text{میانگین} = \frac{5+7+10+8+5+6+11+14+15}{9} = \frac{81}{9} = 9$$

کسی زیر خط فقر قرار ندارد. $\text{میانگین} = \frac{\text{خط فقر}}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$

۱۴

الف

$$1700 = 1300 + 400 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{400}{1700} \times 100 \approx 23,52\%$$

ب

اگر x شغل ایجاد شود جمعیت بیکار آن $400 - x$ خواهد بود

$$\frac{400 - x}{1700} \times 100 = 3 \rightarrow 400 - x = 51 \rightarrow x = 349$$

۳۴۹ شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۳ درصد باشد.

۱۵

الف

$$(0,4 \times (\text{درصد کلمات دشوار} + \text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله})) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$10 \approx 10,4 = (0,4 \times 26) = ((19 + 7) \times 0,4) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

ب

مناسب پایه دهم است.

۱۶

الف

درست

۱۷ گزینه «ا»

۱۸

$$\text{شاخص بهای غلات و لبنیات} = \frac{(3000 \times 100) + (20000 \times 20)}{(2000 \times 100) + (15000 \times 20)} \times 100 = \frac{700000}{500000} \times 100 = 140$$

$$(16 \times 0,4) = (6,4) \approx 6$$

$$20 = \frac{x}{10000000} \times 100 \Rightarrow x = 20000000 \text{ تعداد بیکاران}$$

$$10000000 = 20000000 + \text{ج شاغلین} \quad \text{ج شاغلین} = 8000000$$

۱۹

۲۰

۲۱

الف

نادرست

۲۲

$$\text{تورم} = \frac{240 - 160}{160} \times 100 = 50\%$$

۲۳

$$5 = \frac{1200 - x}{3000} \times 100 \Rightarrow 1200 - x = 150 \Rightarrow x = 1050$$

۲۴

$$\frac{4000}{4} = 1000 \text{ سهم هر نفر در ردیف اول}$$

$$\frac{3000}{3} = 1500 \text{ سهم هر نفر در ردیف دوم}$$

$$\frac{400}{1} = 400 \text{ سهم هر نفر در ردیف سوم}$$

$$400, 1000, 1000, 1000, 1000, 1500, 1500$$

$$\frac{1000}{2} = 500 \text{ خط فقر} \quad \text{میانگین} = 1000$$

یک نفر زیر خط فقر است.

۲۵

الف

تورم

۲۶ شاخص «بهای کالا و خدمات» و شاخص «تورم»

با توجه به اینکه شاخص تورم نیز تحولات قیمت کالا را نشان می‌دهد که می‌تواند بر مبنای سال پایه نیز انجام شود.

۲۷

مرتب‌شده: ۴, ۵, ۱۰, ۱۲, ۱۳, ۲۰, ۳۰

$$\text{میلیون } 6 = \frac{12}{2} = \text{نصف میانگین خط فقر} \quad 12 = \text{میانگین}$$

۲۸ روش اول:

$$\frac{(60 \times 120) + (40 \times 700)}{(60 \times 80) + (40 \times 500)} \times 100 = \frac{35200}{24800} \times 100 \approx 141,9$$

روش دوم:

$$\frac{(60 \times 120000) + (40 \times 700000)}{(60 \times 80000) + (40 \times 500000)} \times 100 = \frac{35200000}{24800000} \times 100 \approx 141,9$$

۲۹

$$\frac{300}{1200 + 300} \times 100 = 20 \text{ درصد}$$

۳۰

الف) درست؛ زیرا:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

(صفحه ۸ کتاب درسی)

ب) نادرست؛ زیرا با فرض $f(x) = x^3$ داریم: $0 = f(x) + f(-x) = f(-x)$ اما f تابع همانی نیست. (صفحه ۳۲ کتاب درسی)

ج) درست (صفحه ۵۹ کتاب درسی)

د) درست؛ $0 = (-1) - 3 - 2 = \text{sign}(-3) + [-2, 1] + [2, 1]$ (صفحه ۳۴ و ۳۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) درست ب) نادرست ج) درست د) درست

(هر مورد ۲۵ نمره)

۳۱ الف) $(p \vee q) \equiv \sim p \wedge q \sim (p \vee q)$ (صفحه ۱۰ کتاب درسی)

ب) در مرحله ۳ نمی‌توان طرفین نامساوی را در a ضرب کرد؛ زیرا در صورتی که $a < 0$ باشد، باید جهت نامساوی عوض شود. (صفحه ۱۶ کتاب درسی)

ج) در ضابطه تابع ثابت فقط مقدار ثابت داریم و جمله شامل x باید حذف شود؛ پس ضریب x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(صفحه ۳۲ کتاب درسی)

د) ۳ هزار تومان؛

$$\frac{x}{150} = \frac{2}{100} \Rightarrow x = \frac{150 \times 2}{100} = 3$$

(صفحه ۶۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



الف) $p \wedge q \sim$ (ب) ۳ (ج) ۱- (د) ۳ هزار تومان

(هر مورد ۲٫۵ نمره)

۳۲ الف) گزینه ۱:

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{2, 3\}$$

$$\Rightarrow f - g = \{(2, 5 - 10), (3, 7 - 4)\} = \{(2, -5), (3, 3)\}$$

(صفحه ۴۸ کتاب درسی)

(ب) گزینه ۲:

$$\bar{x} = \frac{9 + 12 + 11 + 8}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{10}{2} = 5$$

داده‌های مرتب‌شده: ۸, ۹, ۱۱, ۱۲

$$Q_2 = \frac{9 + 11}{2} = 10 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{10}{2} = 5$$

(صفحه ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) گزینه ۱، (ب) گزینه ۲،

(هر مورد ۵ نمره)

۳۳ برای محاسبه شاخص دو کالا باهم داریم:

بنابراین:

$$\text{شاخص دو کالا} = \frac{600 \times 30 + 10 \times 80}{500 \times 30 + 5 \times 80} \times 100 = \frac{18000 + 800}{1500 + 40} = \frac{18800}{1540} \approx 122$$

(صفحه ۵۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{شاخص دو کالا} = \frac{600 \times 30 + 10 \times 80}{500 \times 30 + 5 \times 80} \times \frac{100}{(5, 10)} = \frac{18000 + 800}{1500 + 40} = \frac{18800}{1540} \approx 122 \text{ (نمره ۵)}$$

۳۴

الف)

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

$$\text{جمعیت بیکار} + \text{جمعیت شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{300}{2700 + 300} \times 100 = 10$$

(ب)

$$5 = \frac{x}{3000} \times 100 \Rightarrow x = 150$$

$$\text{تعداد شغل جدید} = 300 - 150 = 150$$

(صفحه ۶۰ و ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{نرخ بیکاری (الف)} = \frac{300}{2700 + 300} \times 100 = 10 \text{ (نمره ۵)}$$

$$5 = \frac{x}{3000} \times 100 \Rightarrow x = 150 \text{ (نمره ۵)}$$

$$\text{تعداد شغل جدید} = 300 - 150 = 150 \text{ (نمره ۲٫۵)}$$

۳۵ الف) شاخص (ب) درجه خوانایی متن (ج) الگو (د) درونیابی

(صفحه ۵۶ تا ۶۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) شاخص (ب) درجه خوانایی متن (ج) الگو (د) درونیابی

(هر مورد ۲٫۵ نمره)

۳۶ الف) نادرست؛ تعریف ارائه شده در این قسمت مربوط به تورم است.

(ب) نادرست؛ برای محاسبه خط فقر به اطلاعات جامعه نیاز است.

$$\frac{f}{g}(2,5) = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

(ج) درست؛ تعریف سری زمانی درست است.

(صفحه ۵۰ تا ۷۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) نادرست (ب) نادرست (ج) درست (د) درست

(هر مورد ۲,۵ نمره)

۳۷ (الف) گزینه ۳: وقتی $2,5 < x \leq 1,5$ است، جزء صحیح آن می‌تواند ۱ یا ۲ باشد؛ پس:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 2 & 1,5 \leq x < 2 \\ 3 & 2 \leq x < 2,5 \end{cases}$$

(ب) گزینه ۳: در ترکیب توابع دامنه‌ها باید یکسان باشند؛ پس $x = 1$

$$\begin{cases} (f \cdot g)(1) - 1 = 3 \Rightarrow f(1)g(1) = 4 \\ 4g(1) = 4 \Rightarrow g(1) = 1 \Rightarrow (1, 1) \in g \end{cases}$$

(صفحه ۵۰ تا ۷۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(الف) گزینه ۳ (ب) گزینه ۳

(هر مورد ۵,۰ نمره)

۳۸ برای محاسبه خط فقر براساس میانه ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم؛ پس:

۷,۵ = میانه $\Rightarrow 3, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 10, 12 \Rightarrow$ داده‌های مرتب‌شده $\Rightarrow$ براساس میانه

$$\text{نفر ۱} = \text{تعداد نفرات زیر خط فقر} \Rightarrow 3,75 = \frac{7,5}{2} = \text{خط فقر}$$

حال اگر خط فقر را براساس میانگین حساب کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+5+7+8+8+9+10+12}{10} = \frac{71}{10} = 7,1 \Rightarrow \text{براساس میانگین}$$

$$\text{نفر ۱} = \text{تعداد نفرات زیر خط فقر} \Rightarrow 3,75 = \frac{7,1}{2} = \text{خط فقر}$$

(صفحه ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(۲۵,۰ نمره) ۷,۵ = میانه $\Rightarrow 3, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 10, 12 \Rightarrow$ داده‌های مرتب‌شده : براساس میانه

$$\text{نفر ۱} = \text{تعداد نفرات زیر خط فقر} \Rightarrow 3,75 = \frac{7,5}{2} = \text{خط فقر} \Rightarrow (25,0 \text{ نمره})$$

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+5+7+8+8+9+10+12}{10} = \frac{71}{10} = 7,1 \Rightarrow \text{براساس میانگین}$$

$$\text{نفر ۱} = \text{تعداد نفرات زیر خط فقر} \Rightarrow 3,75 = \frac{7,1}{2} = \text{خط فقر} \Rightarrow (25,0 \text{ نمره})$$

۳۹ برای محاسبه شاخص بهای کالا و خدمات به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای کالا} = \frac{100 \times 100 + 5 \times 500 + 700 \times 10}{50 \times 100 + 1 \times 500 + 250 \times 10} = \frac{10000 + 2500 + 7000}{5000 + 500 + 2500} =$$

$$\frac{19500}{8000} = \frac{195}{80} = 2,4375$$

$$2,4375 \times 100 = 243,75 \text{ درصد}$$

$$243,75 - 100 = 143,75 \text{ درصد}$$

عدد بالا به صورت درصد عبارت است از:

و تورم حاصل عبارت است از:

(صفحه ۵۹ و ۶۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{شاخص بهای کالا} = \frac{100 \times 100 + 5 \times 500 + 700 \times 10}{50 \times 100 + 1 \times 500 + 250 \times 10} \times 100 = \frac{10000 + 2500 + 7000}{5000 + 500 + 2500} \times 100 =$$

$$\frac{19500}{8000} \times 100 = \frac{195}{80} \times 100 = 2,4375 \times 100 = 243,75 \text{ (نمره)}$$

$$\text{تورم} = 243,75 - 100 = 143,75 \text{ (نمره)}$$

۴۰ ابتدا نرخ بیکاری اولیه را حساب می‌کنیم:



$$\text{جمعیت فعال} = 5000 + 400 = 5400$$

$$\text{نرخ بیکاری اولیه} = \frac{\text{بیکار}}{\text{فعال}} \times 100 = \frac{400}{5400} \times 100 = \frac{200}{27}$$

پس نرخ بیکاری با رشد $\frac{16}{27}$ درصد به ۸٪ رسیده. در این حالت x نفر بیکار شده‌اند؛ پس:

$$\text{درصد بیکاری جدید} = \frac{200}{27} + \frac{16}{27} = 8\% \Rightarrow \frac{8}{100} = \frac{400 + x}{5400} \Rightarrow 400 + x = 432 \Rightarrow x = 32$$

(صفحه ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{جمعیت فعال} = 5000 + 400 = 5400$$

$$\text{نرخ بیکاری اولیه} = \frac{\text{بیکار}}{\text{فعال}} \times 100 = \frac{400}{5400} \times 100 = \frac{200}{27} \text{ (نمره ۵)}$$

$$\text{درصد بیکاری جدید} = \frac{200}{27} + \frac{16}{27} = 8\% \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow \frac{8}{100} = \frac{400 + x}{5400} \Rightarrow 400 + x = 432 \Rightarrow x = 32 \text{ (نمره ۷۵)}$$

۴۱ رابطه شاخص پایه آموزش عبارت است از:

پس:

$$= ((\text{میانگین کلمات هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})) \times 0.4 = (24 \times 0.4) = 9.6 = 10 \text{ پایه دهم}$$

(صفحه ۶۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$= ((\text{میانگین کلمات هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})) \times 0.4 = (24 \times 0.4) = 9.6 = 10 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$= ((\text{میانگین کلمات هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})) \times 0.4 = (24 \times 0.4) = 9.6 = 10 \text{ (نمره ۲۵)}$$

۴۲ الف درست (صفحه ۵۷ کتاب درسی)

ب نادرست (صفحه ۵۹ کتاب درسی)

ج نادرست (شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی براساس هزینه متوسط حدود ۴۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات محاسبه می‌شود). (صفحه ۵۸ کتاب درسی)
راهنمای تصحیح:

الف درست (نمره ۵) ب نادرست (نمره ۵) ج نادرست (نمره ۵)

۴۳ الف تورم (صفحه ۶۰ کتاب درسی) ب جمعیت فعال (صفحه ۶۰ کتاب درسی)

ج با توجه به فرمول داریم:

$$\frac{\text{شاخص قدیم} - \text{شاخص جدید}}{\text{شاخص قدیم}} \times 100 = \frac{3 - 5}{5} \times 100 = \frac{-2}{5} \times 100 = -40\%$$

۴۰ درصد کاهش یافته است. (صفحه ۶۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف تورم (نمره ۵) ب جمعیت فعال (نمره ۵) ج ۴۰ (نمره ۵)

۴۴ الف گزینه (۴)؛ برای محاسبه شاخص پایه آموزش داریم:

$$= ((\text{میانگین طول جملات} + \text{درصد کلمات سخت})) \times 0.4 = ((20 + 10) \times 0.4) = (30 \times 0.4) = 12$$

(صفحه ۶۲ کتاب درسی)

ب گزینه (۳)؛ چون داده دورافتاده ۱۲۰ داریم؛ پس خط فقر برحسب نصف میانه مناسب است؛ پس:

$$17, 22, 26, 28, 35, 120$$

$$\text{میانه} = \frac{26 + 28}{2} = 27 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{27}{2} = 13.5$$

(صفحه ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف گزینه (۴) (نمره ۵) ب گزینه (۳) (نمره ۵)

۴۵ ابتدا میانگین درآمد ماهیانه خانوارها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{39 + 25 + 40 + 20 + 48}{3 + 5 + 2 + 1 + 4} = \frac{172}{15} \approx 11.47 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{11.47}{2} = 5.73$$

حال درآمد ماهانه هر فرد را حساب می‌کنیم:

$$\text{خط فقر} < \frac{25}{5} = 5, \text{ خط فقر} > \frac{39}{3} = 13$$

$$\text{خط فقر} > \frac{20}{1} = 20, \text{ خط فقر} > \frac{40}{2} = 20$$

$$\text{خط فقر} > \frac{48}{4} = 12$$

۵ نفر زیر خط فقر قرار دارند.

(صفحة ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\bar{x} = \frac{39 + 25 + 40 + 20 + 48}{3 + 5 + 2 + 1 + 4} (\text{نمره } 5) = \frac{172}{15} \approx 11,47 (\text{نمره } 25) \Rightarrow$$

$$\text{خط فقر} = \frac{11,47}{2} = 5,73 (\text{نمره } 25)$$

$$\frac{39}{3} = 13 > \text{خط فقر} (\text{نمره } 25), \frac{25}{5} = 5 < \text{خط فقر} (\text{نمره } 25)$$

$$\frac{40}{2} = 20 > \text{خط فقر} (\text{نمره } 25), \frac{20}{1} = 20 > \text{خط فقر} (\text{نمره } 25)$$

$$\frac{48}{4} = 12 > \text{خط فقر} (\text{نمره } 25)$$

۵ نفر زیر خط فقر قرار دارند. (نمره ۲۵، ۵)

۴۶

$$1,25 \times 60,000 = 75,000 = \text{خط فقر روزانه به تومان}$$

$$75,000 \times 30 = 2,250,000 = \text{خط فقر ماهانه}$$

$$2,250,000 \times 3 = 6,750,000 = \text{خانواده ۳ نفره}$$

(صفحة ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$1,25 \times 60,000 = 75,000 (\text{نمره } 5) = \text{خط فقر روزانه به تومان}$$

$$75,000 \times 30 = 2,250,000 (\text{نمره } 5) = \text{خط فقر ماهانه}$$

$$2,250,000 \times 3 = 6,750,000 (\text{نمره } 5) = \text{خانواده ۳ نفره}$$

۴۷

$$180 - 100 = 80 \quad 230 - 100 = 130 \quad \text{تورم پوشاک} \quad \text{تورم خوراکی}$$

(صفحة ۵۸ و ۵۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$180 - 100 = 80 (\text{نمره } 5) \quad 230 - 100 = 130 (\text{نمره } 5) \quad \text{تورم پوشاک} \quad \text{تورم خوراکی}$$

۴۸

$$\frac{\bar{x}}{2} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 12 \quad \text{خط فقر}$$

$$\frac{10 + 11 + 2a + 1 + a + 8 + 9 + 15}{6} = 12$$

$$\Rightarrow 54 + 3a = 72 \Rightarrow 3a = 18 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{درآمدها: } 10, 11, 13, 14, 9, 15$$

$$\text{بمترتیب} \rightarrow 9, 10, 11, 13, 14, 15$$

$$\text{میانگین} = \frac{11 + 13}{2} = 12 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{12}{2} = 6$$

(صفحة ۵۶، ۵۷ و ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



(۲۵،نمره)

$$\frac{\bar{x}}{2} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 12 \quad (۲۵،نمره)$$

$$\frac{10 + 11 + 2a + 1 + a + 8 + 9 + 15}{6} = 12 \quad (۲۵،نمره)$$

$$\Rightarrow 54 + 3a = 72 \quad (۲۵،نمره) \Rightarrow 3a = 18 \Rightarrow a = 6 \quad (۲۵،نمره)$$

درآمدها: ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۴، ۹، ۱۵

$$\xrightarrow{\text{بترتیب}} 9, 10, 11, 13, 14, 15 \quad (۲۵،نمره)$$

$$\text{میانها} = \frac{11 + 13}{2} = 12 \quad (۲۵،نمره) \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{12}{2} = 6 \quad (۲۵،نمره)$$

۴۹ الف) نرخ بیکاری برابر است با:

$$100 \times \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} = \text{نرخ بیکاری}$$

$$\text{جمعیت بیکار} - \text{جمعیت فعال} = \text{جمعیت شاغل}$$

$$10 = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{80000} \times 100 \Rightarrow \text{جمعیت بیکار} = 8000$$

$$\text{جمعیت شاغل} = 80000 - 8000 = 72000$$

(ب) با بیکار شدن ۴۰۰۰ نفر تعداد بیکاران به ۱۲۰۰۰ نفر می‌رسد؛ پس:

$$15 = \frac{12000}{80000} \times 100 = \text{نرخ بیکاری جدید}$$

(صفحة ۶۰ و ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف)

$$10 = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{80000} \times 100 \Rightarrow \text{جمعیت بیکار} = 8000 \quad (۵،نمره)$$

$$\text{جمعیت شاغل} = 80000 - 8000 = 72000 \quad (۲۵،نمره)$$

(ب)

$$15 = \frac{12000}{80000} \times 100 = \text{نرخ بیکاری جدید} \quad (۵،نمره)$$

۵۰ سبد هزینه دو کالا:

$$100 \times \frac{\text{مجموع هزینه‌های سال اخیر}}{\text{مجموع هزینه‌های سال پایه}} = \text{شاخص دو کالا}$$

$$\text{شاخص دو کالا} = \frac{6 \times 250 + 400 \times 60}{4 \times 250 + 200 \times 60} \times 100 = \frac{1500 + 24000}{1000 + 12000} \times 100$$

$$= \frac{25500}{13000} \times 100 \approx 196$$

(صفحة ۵۹ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{شاخص دو کالا} = \frac{6 \times 250 + 400 \times 60}{4 \times 250 + 200 \times 60} \times 100 \quad (۵،نمره) = \frac{1500 + 24000}{1000 + 12000} \times 100$$

$$= \frac{25500}{13000} \times 100 \quad (۵،نمره) \approx 196 \quad (۲۵،نمره)$$

۵۱ الف) با توجه به تناسب داریم:

$$\frac{5}{120} = \frac{x}{162}$$

$$\Rightarrow x = \frac{162 \times 5}{120} = \frac{810}{120} = 6,75 \text{ میلیون تومان}$$

(ب) برای محاسبه شاخص ۱۳۹۸ با در نظر گرفتن سال ۱۳۹۶ به عنوان سال پایه داریم:

$$\frac{162 - 120}{120} \times 100 = \frac{420}{120} = 35$$

پس سال ۱۳۹۸ نسبت به سال ۱۳۹۶، ۳۵ درصد تورم داشته است؛ پس:

$$98 \text{ شاخص} = 100 + 35 = 135$$

(صفحة ۵۸ تا ۶۰ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\frac{5}{120} = \frac{x}{162} \quad (\text{نمره ۲۵})$$

$$\Rightarrow x = \frac{162 \times 5}{120} = \frac{810}{120} = 6,75 \quad (\text{نمره ۵}) \text{ میلیون تومان}$$

$$\frac{162 - 120}{120} \times 100 \quad (\text{نمره ۲۵}) = \frac{420}{12} = 35 \quad (\text{نمره ۲۵})$$

$$98 \text{ شاخص} = 100 + 35 = 135 \quad (\text{نمره ۲۵})$$

۵۲

(الف)

$$\text{جمعیت بیکار} + \text{جمعیت شاغل} = \text{جمعیت فعال} \times 100, \quad \text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{6000}{42000 + 6000} \times 100 = \frac{100}{8} = 12,5$$

(ب) با کاهش ۵ درصد، نرخ بیکاری به $7,5 = 12,5 - 5$ می‌رسد؛ پس:

$$7,5 = \frac{x}{48000} \times 100 \Rightarrow x = 3600$$

$$\Rightarrow \text{تعداد شغل ایجاد شده} = 6000 - 3600 = 2400$$

(صفحه ۶۰ و ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{نرخ بیکاری (الف)} = \frac{6000}{42000 + 6000} \times 100 = \frac{100}{8} = 12,5 \quad (\text{نمره ۵})$$

$$\text{ب) } 7,5 = \frac{x}{48000} \times 100 \Rightarrow x = 3600 \quad (\text{نمره ۵})$$

$$\Rightarrow \text{تعداد شغل ایجاد شده} = 6000 - 3600 = 2400 \quad (\text{نمره ۵})$$

۵۳

$$\text{وزن (برحسب کیلوگرم)} = \frac{\text{نماتوپ}}{\text{مجنور قد (برحسب متر)}}$$

$$\text{نماتوپ بهراد} = \frac{64,8}{(1,8)^2} = 20$$

$$\text{نماتوپ آرين} = \frac{63,58}{(1,7)^2} = 22$$

بهراد نماتوپ کمتری دارد.

$$20 = \frac{x}{(1,7)^2} \Rightarrow x = 57,8$$

$$63,58 - 57,8 = 5,78$$

(صفحه ۶۱ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{نماتوپ بهراد} = \frac{64,8}{(1,8)^2} = 20 \quad (\text{نمره ۵})$$

$$\text{نماتوپ آرين} = \frac{63,58}{(1,7)^2} = 22 \quad (\text{نمره ۵})$$

بهراد نماتوپ کمتری دارد. (نمره ۲۵)

$$20 = \frac{x}{(1,7)^2} \Rightarrow x = 57,8 \quad (\text{نمره ۵})$$

$$63,58 - 57,8 = 5,78 \quad (\text{نمره ۲۵})$$

۵۴ به میانگین درآمد ۵۰۰ هزار تومان اضافه می‌شود؛ پس:

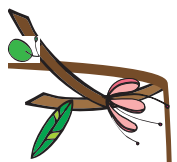
$$\bar{x} = 2 \times 10 = 20 \text{ میلیون تومان} \Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} = \text{خط فقر}$$

$$\bar{x}' = 20 + 0,5 = 20,5 \text{ میلیون تومان}$$

$$\Rightarrow \text{خط فقر جدید} = \frac{\bar{x}'}{2} = \frac{20,5}{2} = 10,25 \text{ میلیون تومان}$$

(صفحه ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:



$$(\text{نمره ۵}) \quad \bar{x} = 2 \times 10 = 20 \text{ میلیون تومان} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}}{2} = \text{خط فقر}$$

$$(\text{نمره ۵}) \quad \bar{x}' = 20 + 0.5 = 20.5 \text{ میلیون تومان}$$

$$(\text{نمره ۵}) \Rightarrow \text{خط فقر جدید} = \frac{\bar{x}'}{2} = \frac{20.5}{2} = 10.25 \text{ میلیون تومان}$$

۵۵ تورم در طی چند سال با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$100 \times \frac{\text{شاخص بهای کالا در سال ۹۰} - \text{شاخص بهای کالا در سال ۹۶}}{\text{شاخص بهای کالا در سال ۹۰}} = \text{تورم}$$

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\text{تورم} = \frac{186 - 122}{122} \times 100 = \frac{64}{122} \times 100 \approx 52.45\%$$

(توجه شود که تورم همواره به درصد بیان می‌شود.)

۵۶ خط فقر برابر با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه است. با توجه به صورت سؤال $\bar{x} = 400$ (هزار تومان) است.

ردیف	درآمد ماهیانه خانواده برحسب هزار تومان	تعداد اعضای خانواده
۱	۹۰۰	۳
۲	x	۲
۳	۲۲۵۰	۵
۴	۱۴۰۰	۴
۵	۱۵۰۰	۳

$$\frac{900 + x + 2250 + 1400 + 1500}{17} = 400 \Rightarrow \frac{6050 + x}{17} = 400 \Rightarrow 6050 + x = 6800 \Rightarrow x = 750$$

۵۷ نکته: خط فقر برابر است با: نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه، ابتدا با توجه به جدول متوسط درآمد هر فرد را به دست می‌آوریم.

ردیف	درآمد ماهیانه برحسب هزار تومان	تعداد اعضای خانواده	متوسط درآمد هر فرد
۱	۷۵۰	۱	۷۵۰
۲	۱۲۵۰	۵	۲۵۰
۳	۲۲۵۰	۳	۷۵۰
۴	۲۰۰۰	۴	۵۰۰
۵	۵۰۰	۲	۲۵۰

در ۱۵ داده مرتب شده داده هشتم میانه است. بنابراین:

$$\text{هزار تومان} \quad 250 = \frac{500}{2} = \text{خط فقر به روش میانه} \Rightarrow 500 = \text{میانه}$$

سپس نصف میانگین متوسط درآمد هر فرد جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{750 + 1250 + 2250 + 2000 + 500}{15} = 450 \Rightarrow 450 \div 2 = 225 \text{ (خط فقر برحسب هزار تومان)}$$

هزار تومان $25 = 225 - 200$ اختلاف خواسته شده

۵۸ درصد نرخ بیکاری یک جامعه از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\text{درصد نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

حال با توجه به نکته بالا و قرار دادن متغیر x به جای جمعیت بیکار داریم:

$$\frac{x}{6000000} \times 100 = 15\% \Rightarrow \frac{x}{6000000} = 15 \Rightarrow x = 15 \times 6000000 \Rightarrow x = 9000000$$

۵۹ نکته: برای به دست آوردن شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$100 \times \frac{\text{مجموع هزینه‌های کالا در سال موردنظر}}{\text{مجموع هزینه‌های کالا در سال پایه}} = \text{شاخص بهای کالا و خدمات}$$

با توجه به نکته بالا و قرار دادن متغیر x به جای قیمت کالا در سال پایه داریم:

$$\frac{900 \times 85}{85x} \times 100 = 120 \Rightarrow \frac{900}{x} \times 100 = 120 \Rightarrow \frac{90000}{x} = 120 \Rightarrow 120x = 90000 \Rightarrow x = 750$$

۶۰ نکته: برای محاسبه شاخص سلامت یک شخص، وزن فرد را بر حسب متر تقسیم می‌کنیم.

$$\text{متر} \quad 1.8 = 180 \text{ سانتی متر}$$

$$\text{شاخص سلامت} = \frac{90}{(1,8)^2} = \frac{90}{3,24} \approx 27,77 \Rightarrow [27,77] = 27$$

۶۱ با توجه به اینکه این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۰ نصف شده است در نتیجه ۵۰٪ کاهش یافته است.

۶۲ با توجه به فرمول داریم:

$$((\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})) \times 0,4 = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$\Rightarrow ((15 + 10) \times 0,4) = 10$$

۶۳ نکته: برای به دست آوردن شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی از رابطه زیر استفاده می کنیم.

$$\text{شاخص بهای کالا و خدمات} = \frac{\text{مجموع هزینه های سه کالا در سال مورد نظر}}{\text{مجموع هزینه های سه کالا در سال پایه}} \times 100$$

$$\begin{aligned} \text{شاخص بهای دو کالا} &= \frac{800 \times 10 + 1500 \times 20 + 900 \times 10}{600 \times 10 + 1200 \times 20 + 800 \times 10} \times 100 = \frac{8000 + 30000 + 9000}{6000 + 24000 + 8000} \times 100 \\ &= \frac{47000}{38000} \times 100 \approx 123,68 \end{aligned}$$

۶۴

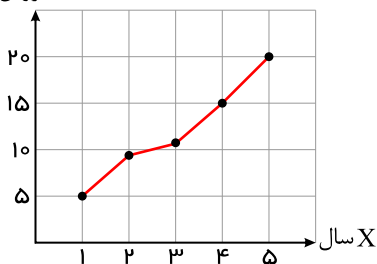
الف

نادرست

۶۵

الف

Y فروش



$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \Rightarrow \bar{y} = \frac{6+9+11+15+19}{5} = 12$$

$$(3, 12), (5, 19) \rightarrow m = \frac{19-12}{5-3} = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$y - 12 = 3,5(x - 3) \rightarrow y = 3,5x - 10,5 + 12 \rightarrow y = 3,5x + 1,5$$

$$y = 3,5(7) + 1,5 = 26 \text{ فروش در سال هفتم}$$

ب

۶۶

الف

درست

۶۷

الف

$$(9, 350), (11, 750) \quad m = \frac{750-350}{11-9} = \frac{400}{2} = 200$$

$$y - 350 = 200(x - 9) \rightarrow y = 200x - 1450 \xrightarrow{x=10} y = 200 - 1450 = -1250$$

$$\text{خطای درونیابی} = |550 - 450| = 100$$

ب

۶۸

الف

برونیابی

۶۹



الف

$$(15, 650), (17, 300) \quad m = \frac{650 - 300}{15 - 17} = -175$$

$$y - 300 = -175(x - 17) \rightarrow y = -175x + 3275 \xrightarrow{x=16} y = 475$$

$$75 = 475 - 400 = \text{خطای درون یابی}$$

ب

۷۰

برون یابی

الف

ب

الگو

۷۱

$$m = \frac{31 - 27}{24 - 22} = 2 \quad y = 2x - 17 \quad y(23) = 2 \times 23 - 17 = 29$$

۷۲

درون یابی خطی

الف

۷۳

گزینۀ ۲،

الف

۷۴

$$\text{میانگین سال} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = 3$$

$$\text{میانگین فروش} = \frac{5 + 9 + 12 + 16 + 18}{5} = 12$$

$$\text{شیب} = \frac{18 - 12}{5 - 3} = 3 \quad y - 18 = 3(x - 5) \quad y = 3x + 3$$

$$\text{فروش سال هفتم } y = 3 \times 7 + 3 = 24$$

۷۵ برای درون یابی برای ساعت ۱۱ نقاط اطراف یعنی $A|_{70}^{\circ}$ و $B|_{60}^{\circ}$ را در نظر می گیریم:

$$\text{شیب خط } a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{70 - 60}{10 - 12} = -5$$

معادله خط عبارت است از:

$$y = -5x + b \xrightarrow{A(10, 70)} 70 = -50 + b \Rightarrow b = 120$$

پس:

$$y = -5x + 120 \xrightarrow{x=11} y = -55 + 120 \rightarrow y = 65$$

(صفحه ۶۵ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

$$\text{نقاط } A|_{70}^{\circ}, B|_{60}^{\circ} \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\text{شیب خط } a = \frac{70 - 60}{10 - 12} = \frac{10}{-2} = -5 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = -5x + b \xrightarrow{A|_{70}^{\circ}} 70 = -50 + b \Rightarrow b = 120 \Rightarrow y = -5x + 120 \text{ (نمره ۵)}$$

$$x = 11 \rightarrow y = -55 + 120 = 65 \text{ (نمره ۵)}$$

۷۶ مسئله از نوع برون یابی است. روزهای هفته را با شماره های ۱ تا ۷ مشخص می کنیم: پس:

$$7 = \text{جمعه}, 6 = \text{پنجشنبه}, 2, \dots = \text{یکشنبه}, 1 = \text{شنبه} \rightarrow \text{روزهای هفته}$$

نقاط مورد نظر برای برون یابی عبارتند از:

$$\text{نقطه میانگین } \frac{375}{1000} \text{ پنجشنبه } \frac{6}{1400} \rightarrow \bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = \frac{21}{6} = 3.5 \rightarrow \text{متوسط روز اول}$$

معادله خط برای برون یابی عبارت است از:

$$\text{شیب} = \frac{1400 - 1000}{6 - 3,5} = \frac{400}{2,5} = \frac{800}{5} = 160$$

$$y = 160x + b \rightarrow 1400 = 160 \times 6 + b \Rightarrow b = 1400 - 960 = 440$$

پس:

$$y = 160x + 440 \xrightarrow{x=7} y = 160 \times 7 + 440 = 1120 + 440 = 1560$$

(صفحة ۶۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

(نمره ۲۵) ۷ = جمعه، ۶ = پنجشنبه، ۲، ۳، ۴، ۵ = یکشنبه، ۱ = شنبه → روزهای هفته

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5 \rightarrow \text{متوسط روز اول}$$

(نمره ۵) ۱۴۰۰ | پنجشنبه ۳ | نقطه میانگین

$$\text{شیب} = \frac{1400 - 1000}{6 - 3,5} = \frac{400}{2,5} = \frac{800}{5} = 160$$

$$y = 160x + b \rightarrow 1400 = 160 \times 6 + b \Rightarrow b = 1400 - 960 = 440 \text{ (نمره ۵)}$$

$$y = 160x + 440 \xrightarrow[\text{جمعه}]{x=7} y = 160 \times 7 + 440 = 1120 + 440 = 1560 \text{ (نمره ۵)}$$

۷۷ چون نقطه خواسته شده خارج نقاط موجود است؛ پس مسئله برون یابی است.

ابتدا میانگین ها را حساب می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1+4+7}{3} = 4 \Rightarrow A|_4^7$$

$$\bar{y} = \frac{12+0+9}{3} = 7$$

و با در نظر گرفتن نقطه $B|_9^7$ معادله خط را می نویسیم:

$$\text{شیب} = \frac{9-7}{7-4} = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{3}x + b \xrightarrow{A|_4^7} 9 = \frac{14}{3} + b \rightarrow b = \frac{13}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$$

بنابراین:

$$x = 8 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \times 8 + \frac{13}{3} \rightarrow y = \frac{29}{3}$$

(صفحة ۶۸ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

برون یابی است.

$$\bar{x} = \frac{1+4+7}{3} = 4 \Rightarrow A|_4^7, B|_9^7 \text{ (نمره ۲۵)}$$

$$\bar{y} = \frac{12+0+9}{3} = 7$$

$$\text{شیب} = \frac{9-7}{7-4} = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{3}x + b \xrightarrow{A|_4^7} 9 = \frac{14}{3} + b \rightarrow b = \frac{13}{3} \text{ (نمره ۷۵)}$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{13}{3} \xrightarrow{\text{Rightarrow}} 8 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \times 8 + \frac{13}{3} \rightarrow y = \frac{29}{3} \text{ (نمره ۲۵)}$$

۷۸ ابتدا میانگین داده های x و y را مشخص می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{8+10+12+14}{4} = 11$$

$$\bar{y} = \frac{250+350+200+300}{4} = 275$$

پس معادله خط گذرنده از $(11, 275)$ و $(14, 300)$ را مشخص می کنیم:

$$m: \text{شیب خط} = \frac{300 - 275}{14 - 11} = \frac{25}{3}$$

پس با قرار دادن نقطه $(14, 300)$ در معادله کلی خط با شیب $\frac{25}{3}$ داریم:

$$y = \frac{25}{3}x + b \Rightarrow 300 = \frac{25}{3} \times 14 + b$$

$$\Rightarrow b = 300 - \frac{350}{3} = \frac{550}{3}$$

پس معادله خط به صورت $y = \frac{25}{3}x + \frac{550}{3}$ خواهد بود.



- ۷۹ بنابر تعریف، سری زمانی مجموعه داده‌هایی است که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند. بنابراین فقط در مورد (ب) فواصل زمانی منظم دیده نمی‌شود. بنابراین: الف) سری زمانی هست (ب) سری زمانی نیست (ج) سری زمانی هست (د) سری زمانی هست
- ۸۰ نمودار سری زمانی که نوسانات زیادی داشته باشد. درونیابی و برون‌یابی خطی برای آنها مناسب نیست. بنابراین: الف) مناسب است (ب) مناسب است (ج) مناسب نیست (د) مناسب است