



# بیستوفیل

ریاضی و آمار دوازدهم  
انسانی





# نوטר وفیل خونه رتبه برترها

## قبولی های کنکور ۱۴۰۴



### تک رتبه نوטר وفیل

رتبه ۸  
ایمان نیک نام جهرمی

### دو رتبه های نوטר وفیل

رتبه ۳۲  
امیر محمد رضائی

رتبه ۲۰  
سینا راضی

رتبه ۱۶  
آریا قهرمانی

رتبه ۱۴  
امیر محمد کیانی

رتبه ۸۰  
محمد مهدی شریفی

رتبه ۷۵  
محمد صالح عارفی

رتبه ۶۱  
بهار هلالی

رتبه ۵۹  
ایمان انفرادی

رتبه ۵۵  
مهسا سیاوشی

### سه رتبه و چهار رتبه های نوטר وفیل

رتبه ۲۲۲  
امیر محمد شکوهی

رتبه ۱۶۹  
هانیه خواجه

رتبه ۱۶۰  
اشکان کوثری

رتبه ۱۴۷  
محدثه حیدری

رتبه ۴۳۲  
سید محمد صادق حسینی

رتبه ۳۴۱  
حمید رضا بشیری

رتبه ۳۰۸  
سید علی اکرمی

رتبه ۲۷۱  
فاطمه سادات موسوی

رتبه ۲۵۹  
ابوالفضل ناصریان

رتبه ۵۳۹  
نجمه کبختا

رتبه ۵۳۷  
ریحانه حیدری

رتبه ۵۲۳  
فاطمه شاهسونند

رتبه ۵۱۴  
محمد پارسا عبدالله آبادی

رتبه ۴۷۳  
زهره بابائی

رتبه ۶۶۱  
فاطمه اصغری

رتبه ۶۰۶  
سجاد محمودی زاده

رتبه ۵۷۰  
زهره ولی نژاد

رتبه ۵۵۷  
محمد صالح زارعی

رتبه ۵۴۶  
حسین تقضلی نژاد

رتبه ۷۸۱  
احسان قنبری

رتبه ۷۱۴  
محمد یزدیان

رتبه ۶۹۱  
بهار ضرغامی

رتبه ۶۷۲  
محمد ماهان عنبرستانی

رتبه ۶۶۷  
سیاوش مصطفایی

رتبه ۹۰۹  
کیمیا فدائی

رتبه ۸۹۳  
فاطمه مشاوری نجف آبادی

رتبه ۸۰۴  
آرمین رضایی

رتبه ۸۰۳  
ماتده رنجبر

رتبه ۷۸۶  
نیما غفاری

رتبه ۱۱۲۷  
زهره بابائی

رتبه ۱۱۲۲  
علی طاهر زاده

رتبه ۱۰۵۸  
الینا جلالی فر

رتبه ۱۰۵۲  
پویان فریور افشار

رتبه ۹۴۷  
صفورا بقائی

رتبه ۱۳۵۰  
علی زینلی

رتبه ۱۲۸۴  
فاطمه معین زاده

رتبه ۱۲۸۴  
بهار امیری

رتبه ۱۲۳۶  
مبینا ایزدی

رتبه ۱۲۳۴  
مطهره توحیدی

رتبه ۱۵۰۳  
فاطمه رحیم زاده

رتبه ۱۴۹۳  
محمد مهدی خرم زاده

رتبه ۱۴۸۳  
سینا خاوری خراسانی

رتبه ۱۴۲۴  
سید امیر حسین حسینی

رتبه ۱۳۷۲  
پارسا رضایی

رتبه ۱۶۹۶  
ندا ملک شاهی

رتبه ۱۶۷۸  
سجاد ینکی

رتبه ۱۶۳۹  
ابوالفضل نیرومند

رتبه ۱۶۲۸  
امیر محمد فکور حقیقی

رتبه ۱۵۳۴  
فاطمه عبیری

رتبه ۲۵۵۹  
سارا حمزه

رتبه ۲۰۱۵  
علی شیرزاد

رتبه ۱۹۶۶  
مهسا رضایی مقدم

رتبه ۱۷۵۴  
هلینا حاجیلویی

رتبه ۱۷۳۱  
محمد رضا محسنی

رتبه ۲۷۹۴  
مریم بادلی

رتبه ۲۷۸۱  
سعید شبانی

رتبه ۲۷۵۱  
فهمیه سید آبادی

رتبه ۲۷۱۱  
محمد غلامی

رتبه ۲۶۲۵  
زهره جمعی

رتبه ۳۳۴۳  
سینا ارزمانی

رتبه ۳۲۴۴  
هلینا سجادی

رتبه ۳۱۳۳  
صبا شایع ثانی

رتبه ۲۸۸۱  
پارسا جمال امیدی

رتبه ۲۸۱۰  
هدیه رحیمی



مشاوره کنکور نوتروفیل

# بیستوفیل ریاضی و آمار فصل ۱ دوازدهم

سال دوازدهم  
انسانی

# فهرست

## شمارش

۱ ..... اصل جمع و ضرب

۱ ..... فاکتوریل، جایگشت و ترکیب

## احتمال

۲ ..... فضای نمونه، پیشامد و اعمال روی پیشامدها

۳ ..... احتمال یک پیشامد

۴ ..... احتمال متمم - قوانین

## آمار



## شمارش



### اصل جمع و ضرب

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۱ با ارقام ۱, ۲, ۴, ۷, ۹ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۲ با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۳ با ارقام ۱, ۰, ۳, ۵, ۷, ۹ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی و مضرب ۵ می توان نوشت؟

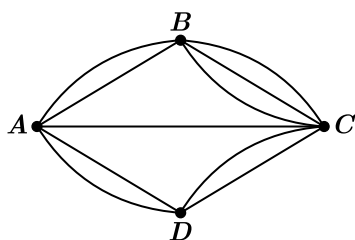
۴ یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. پیشامد  $A$  که در آن «سکه رو و تاس زوج بیاید» را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

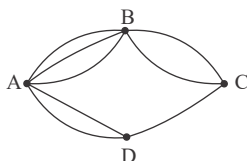
۵ میان چهار شهر  $A, B, C$  و  $D$  راه هایی وجود دارد.

به چند طریق می توان از شهر  $A$  به شهر  $C$  سفر کرد؟



۶ مطابق شکل زیر، میان چهار شهر راه هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می توان از شهر  $B$  به شهر  $D$  سفر کرد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۷ با حروف کلمه "مهرسان" و بدون تکرار حروف (بامعنی یا بی معنی)؛

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که با "م" شروع شوند؟

### فاکتوریل، جایگشت و ترکیب

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۸ مجموعه پنج عضوی  $\{1, 2, 4, 6, 8\}$  چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۹ روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۱۰ مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می تواند:

الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۱۱ با ارقام ۱ تا ۹ چند عدد چهاررقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۲ مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  را در نظر بگیرید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل دو عضو  $c, b$  می باشد؟

۱۳ می خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یک میوه انتخاب کنیم. به چند طریق می توانیم از این میوه را انتخاب کنیم.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۴ درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.





مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف تعداد زیر مجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب پیشامد  $B - A$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $B$  رخ دهد و پیشامد  $A$  رخ ندهد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۵ با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۶ تعداد زیر مجموعه‌های ۳ عضوی از مجموعه  $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  که شامل عدد ۷ باشد، کدام است؟

۱۰ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۱۷ انجمن اولیا و مربیان یک مدرسه شامل ۴ زن و ۶ مرد است. می‌خواهیم گروهی سه نفره انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف دو نفر مرد و یک نفر زن باشند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب حداقل دو نفر زن باشند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۸ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۱۹ مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  چند زیر مجموعه چهار عضوی دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۰ مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۱ تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای  $A$  و  $B$  به صورت زیر هستند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

$$A = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف پیشامد اینکه  $B$  رخ دهد ولی  $A$  رخ ندهد، را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۲۲ مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  چند زیر مجموعه سه عضوی و شامل عدد ۴ دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۲۳ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف حاصل  $\frac{8!}{4!}$  برابر ۲! است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۲۴ ارقام ۱ تا ۹ مفروض‌اند: (بدون تکرار ارقام)

الف چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟

ب چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۲۵ به چند طریق می‌توان ۳ توپ هم‌رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۲۶ با حروف کلمه «کوهستان» و بدون تکرار حروف: (بامعنی و بی‌معنی)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که با «ک» شروع و به «س» ختم شوند؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۷ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).



فضای نمونه، پیشامد و اعمال روی پیشامدها

۲۸ دو تاس را پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

الف اعداد رو شده از دو تاس مانند هم باشند.

ب حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس کمتر از ۴ باشد.



۳۹ تاسی را پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

الف) پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد.

ب) پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۰ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

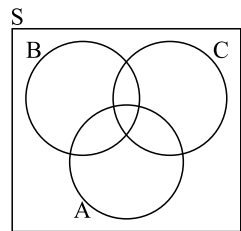
ب) مطلوب است احتمال آن که هر سه فرزند از یک جنسیت نباشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۳۱ در پرتاب یک سکه به همراه یک تاس؛

الف - فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

ب - پیشامد رو آمدن سکه و زوج بودن تاس را مشخص کنید.



۳۲ اگر  $A$ ,  $B$ ,  $C$  سه پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، پیشامد آنکه " $A$  یا  $C$  رخ دهد ولی  $B$  رخ ندهد" را در

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

شکل مقابل سایه بزنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۳۳ خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف) فضای نمونه‌ای مناسب برای ترکیب جنسیتی فرزندان این خانواده را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب) پیشامد  $A$  که در آن هر ۲ فرزند خانواده از یک جنس باشند را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۳۴ هریک از اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را روی کارتهایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارتها، به‌طور تصادفی یک کارت برمی‌داریم. پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف) عدد روی کارت، اول باشد ولی بزرگ‌تر از ۴ نباشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب) عدد روی کارت، مجذور کامل و فرد باشد.

۳۵ فرض کنید  $A$  و  $B$  و  $C$  سه پیشامد غیرتهی در فضای نمونه  $S$  باشد، عبارت مجموعه‌ای مربوط به پیشامد «فقط پیشامد  $A$  رخ دهد و

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

پیشامدهای  $B$  یا  $C$  رخ ندهد، کدام است؟

$$(B \cap C) - A \quad (B \cup C) - A \quad A - (B \cup C) \quad A - (B \cap C)$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۳۶ خانواده‌ای دارای سه فرزند است:

الف) پیشامد  $A$  اینکه فقط دو فرزند پسر باشد را مشخص کنید.

ب) پیشامد  $B$  اینکه فرزندان هم‌جنس باشند را مشخص کنید.

پ) آیا دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناسازگارند؟ چرا؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۳۷ فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه چند عضو دارد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۳۸ در پرتاب دو تاس، پیشامد اینکه «مجموع اعداد رو شده برابر ۶ بوده، ولی آن دو عدد برابر نباشند» را با اعضا

بنویسید.

احتمال یک پیشامد

۳۹ از جعبه‌ای که شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است، ۲ سیب را به‌طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

الف) هر دو سیب سالم باشند.

ب) یک سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

۴۰ از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه‌دار است، ۴ سیب را به‌طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه سه سیب

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.





۴۱ هریک از اعداد فرد طبیعی ۱ تا ۱۵ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به‌طور تصادفی یک کارت را برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۴۲ یک تاکسی دارای ۴ سرنشین است؛ مطلوب است محاسبه احتمال اینکه هر ۴ نفر در ماه خرداد متولد شده باشند. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۴۳ از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۴۴ از بین ۴ کارمند زن و ۶ کارمند مرد می‌خواهیم یک تیم بازرسی ۳ نفره انتخاب کنیم. احتمال اینکه یک زن و دو مرد انتخاب شود را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۴۵ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم،  $A$  را پیشامد آنکه اعداد آمده از دو تاس یکسان باشند و  $B$  را پیشامد آنکه مجموع اعداد آمده از دو تاس مساوی ۸ باشند، در نظر می‌گیریم: مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف پیشامدهای  $A$  و  $B$  را مشخص کنید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب آیا  $A$  و  $B$  ناسازگارند؟ چرا؟ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۴۶ از جعبه‌ای که شامل ۳ مداد و ۵ خودکار است، به‌طور تصادفی ۴ شیء خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه حداقل ۳ شیء انتخابی خودکار باشد. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۴۷ با حروف کلمه «دانش پژوه» یک واژه شش حرفی با حروف متمایز می‌سازیم، با کدام احتمال، واژه ساخته‌شده به حروف نقطه‌دار ختم می‌شود؟ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۴۸ گروه المپیاد ادبی شهری، شامل ۵ دانش‌آموز دختر و ۴ دانش‌آموز پسر است. می‌خواهیم به‌طور تصادفی ۳ نفر را از بین آنها انتخاب کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه: مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف دو دختر و یک پسر انتخاب شود. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب حداقل ۲ پسر انتخاب شده باشد. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۴۹ جاهای خالی را با توجه به کلمات داده‌شده، کامل کنید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف اگر  $A$  یک پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشد، آنگاه  $A \cap A'$  یک پیشامد ..... است. (حتمی - نشدنی) مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب در پرتاب یک تاس، پیشامدهای زوج آمدن و فرد آمدن عدد روشده، دو پیشامد ..... هستند. (ناسازگار - سازگار) مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۵۰ از کیسه‌ای که شامل ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به‌طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال اینکه هر دو مهره از یک رنگ باشند، را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۵۱ می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۳ دانش‌آموز پایه یازدهم، افرادی انتخاب کنیم و یک تیم ۳ نفره برای مسابقات گلبال تشکیل دهیم. احتمال اینکه، دو نفر از پایه دوازدهم و یک نفر از پایه یازدهم انتخاب شوند را محاسبه نمایید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

احتمال متمم - قوانین

۵۲ احتمال اینکه دانش‌آموزی فردا به کتابخانه مدرسه نرود برابر با  $\frac{7}{25}$  است. چقدر احتمال دارد او فردا به کتابخانه مدرسه برود؟ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۵۳ از جعبه‌ای که شامل ۷ پرتقال سالم و ۳ پرتقال لکه‌دار است، ۳ پرتقال را به‌طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال اینکه تعداد پرتقال‌های سالم از تعداد پرتقال‌های لکه‌دار بیشتر باشد را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۵۴ احتمال اینکه رضا در امتحان ریاضی و آمار قبول شود برابر  $\frac{8}{9}$  است. احتمال اینکه رضا در این درس قبول نشود، را مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴ محاسبه کنید.



## آمار



۵۵ \* گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) حاصل  $\frac{6!}{3!}$  کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۳۵

ب) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵۶

پ) حاصل عبارت  $p(2, 2)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴

۵۶ \* جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) پیشامد  $A'$  زمانی رخ می‌دهد که پیشامد ..... رخ ندهد.

ب) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک ..... از آن ۵ شیء می‌نامیم.

پ) در ..... انتخاب  $r$  شیء از بین  $n$  شیء، جابه‌جایی اشیا اهمیت ندارد.

ت) بیان یا مفهوم مسئله، ..... گام چرخه آماری در حل مسائل است.

ث) مقدار  $\frac{0!}{1!}$  برابر ..... است.

۵۷ \* جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) حاصل  $4! + 1!$  برابر است با .....

ب) در گام ..... از چرخه آمار، داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج را ارائه می‌دهیم.

۵۸ \* گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) احتمال پیشامد نشدنی برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

ب) کدام نمودار، بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها متراکم‌تر و پراکنده‌تر است؟

- (۱) مستطیلی (۲) دایره‌ای (۳) میله‌ای (۴) جعبه‌ای

پ) گام سوم در چرخه آمار، در حل مسائل ..... است.

- (۱) بحث و نتیجه‌گیری (۲) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها (۳) طرح و برنامه‌ریزی (۴) تحلیل داده‌ها

ت) اگر در داده‌ها، داده دورافتاده وجود نداشته باشد، کدام معیار گرایش به مرکز مناسب است؟

- (۱) مد (۲) انحراف معیار (۳) میانگین (۴) میانه

۵۹ \* جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف) مجموعه ..... زیر مجموعه همه مجموعه‌هاست.

ب) اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر موردنظر ..... است.





مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

تعداد اعضای جامعه را ..... جامعه می‌نامیم.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

نمودار ..... بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌ترند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

فضای نمونه‌ای پرتاب سه سکه ۹ عضو دارد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

در پرتاب یک تاس، احتمال وقوع عددی بیشتر از شش یک پیشامد حتمی است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

هنگامی که داده دورافتاده داشته باشیم، می‌توانیم از میانه و دامنه میان چارکی استفاده کنیم.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

گردآوری و سازماندهی داده‌ها سومین گام در چرخه آمار است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب سه سکه با هم، برابر ۶ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش ..... همراه باشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

الف) برگزاری آزمون‌های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره دانش‌آموزان

ب) بررسی علل پایین بودن سرانه مطالعه دانش‌آموزان کشور در مقطع متوسطه دوم

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۶۴) برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟  
چرا؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۵) کدام گزینه جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه حل مسائل آماری محسوب نمی‌شود؟

۱) استفاده از نمودارها      ۲) مرتب کردن داده‌ها      ۳) گزارش معیارها      ۴) تفسیر داده‌ها

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۶) در یک نمودار جعبه‌ای اگر چارک اول برابر ۳ و دامنه میان چارکی آن ( $IQR$ ) برابر ۱۱ باشد، چارک سوم آن کدام است؟

۱۵ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۱۴ (۱)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۷) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، ..... است.

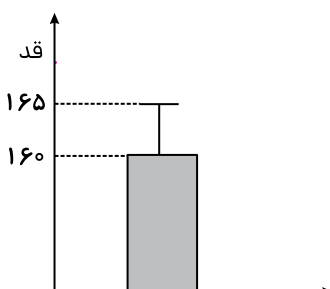
مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۸) برای بررسی میزان مطالعه افراد یک شهر، آیا انتخاب نمونه از بین افراد عضو کتابخانه عمومی آن شهر، روش نمونه‌گیری مناسبی است؟  
چرا؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۹) نمودار مقابل مربوط به قد دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به نمودار، میانگین و انحراف معیار را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳





۷۰ در نمونه‌گیری زیر میزان مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (برحسب مترمکعب) به‌دست آمده است. میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۱۳۰, ۶۵, ۷۵, ۱۲۰, ۵۰, ۳۰, ۷۰, ۱۱۰, ۴۰

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۷۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

الف اگر در داده‌ها داده دورافتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی ..... مناسب است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

ب داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم، گام ..... در چرخه آمار است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۷۲ درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

الف معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها در کجا متمرکزند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

ب برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید با گزارش تعداد همراه باشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

پ دامنه تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز می‌باشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

ت وقتی داده دورافتاده نداریم، میانه شاخص مناسب‌تری از میانگین برای توصیف داده‌ها می‌باشد.

۷۳ با توجه به داده‌های زیر میانگین و میانه آن‌ها را به‌دست آورید.

۴ - ۳ - ۴ - ۲ - ۸ - ۳ - ۷ - ۵ - ۱ - ۳ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۷۴ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف برای جامعه آماری با داده دورافتاده، استفاده از میانگین و انحراف معیار کافی است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

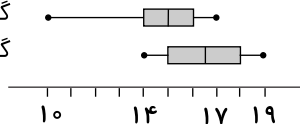
۷۵ جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش ..... همراه باشد.

۷۶ با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم‌شده به سوالات زیر پاسخ دهید.

گروه دوم مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳  
گروه اول



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه‌کننده باشد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب دامنه میان‌چارکی کدام گروه بزرگ‌تر است؟

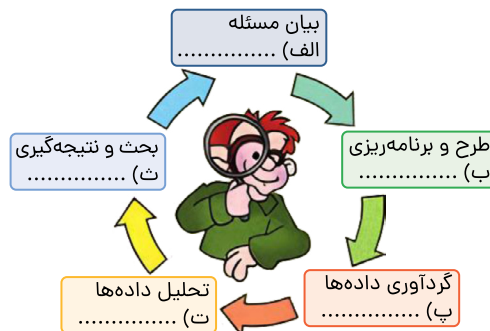
مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

پ در کدام گروه مقدار میانه و میانگین به هم نزدیک‌ترند؟

۷۷ با توجه به چرخه زیر، هر یک از عبارت‌های داخل جدول را به گام نظیر آن مرتبط کرده و پاسخ را بنویسید. (یک مورد در جدول اضافی است)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

|             |
|-------------|
| نقد و بررسی |
| تعریف مسئله |
| پاکسازی     |
| معیارها     |
| علم آمار    |
| روش کار     |



۷۸ جدول زیر نشان‌دهنده تعداد تصادفات خودروها و سرعت حرکت آنها در زمان تصادف است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

| سرعت<br>(کیلومتر در ساعت) | ۰  | ۱۰  | ۲۰  | ۳۰  | ۴۰  | ۵۰  | ۶۰  | ۷۰ | ۸۰ | ۹۰ | ۱۰۰ | ۱۱۰ |
|---------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|
| تعداد خودروهای تصادف کرده | ۴۰ | ۱۳۰ | ۲۱۰ | ۲۵۰ | ۳۵۰ | ۲۴۰ | ۱۵۰ | ۷۰ | ۴۰ | ۲۰ | ۲۰  | ۱۰  |

همان‌طور که دیده می‌شود، تعداد تصادفات خودروهایی که سرعتشان بیش از ۹۰ کیلومتر در ساعت بوده، کمتر است.

پس: «هرچه سریع‌تر بروید، مطمئن‌تر و امن‌تر است.»

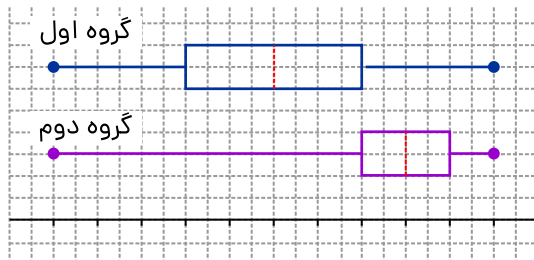
به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) نتیجه‌گیری بالا چه اشکالی دارد؟

ب) چرا این تصور ایجاد شده است؟

۷۹ با توجه به نمودارهای جعبه‌ای رسم‌شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف) در کدام گروه، گزارش میانگین و انحراف معیار می‌تواند گمراه‌کننده باشد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب) در کدام گروه میانه و میانگین به هم نزدیک‌تر است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

پ) دامنه میان‌چارکی کدام گروه بزرگ‌تر است؟

۸۰ با توجه به گام‌های چرخه آمار در حل مسائل، هریک از جملات ستون A را به یک عبارت مناسب از ستون B مرتبط کنید. (در ستون B،

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

یک مورد اضافی است.)

| ستون B                | ستون A                                                                                                         |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (a) طرح و برنامه‌ریزی | الف) نتایج به‌دست‌آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.                                           |
| (b) تحلیل داده‌ها     | ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.                                      |
| (c) گردآوری داده‌ها   | ج) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم. |
| (d) بحث و نتیجه‌گیری  |                                                                                                                |



# پاسخنامه تشریحی

۱ چون عدد فرد می‌خواهیم پس یکان باید فرد باشد، پس تعداد اعداد فرد سه رقمی بدون تکرار ارقام برابر است با:

$$\boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 36$$

یکی یکی کم می‌شود  
۹ یا ۷ یا ۱

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \text{ حالت اول: رقم یکان صفر باشد.}$$

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48 \text{ حالت دوم: رقم یکان پنج باشد.}$$

$$60 + 48 = 108$$

$$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$

$$4 \times 4 \times 3 \times 4 = 192$$

$$300 - 192 = 108$$

$$A = \{(2, 2), (4, 2), (6, 2)\}$$

$$2 \times 3 + 1 + 2 \times 2 = 11$$

$$3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$$

$$6 \times 5 \times 4 = 120$$

$$1 \times 5 \times 4 = 20$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10$$

زیرمجموعه‌های دو عضوی

$$\text{تعداد حالات مطلوب: } \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$\binom{3}{1} + \binom{2}{1} + \binom{4}{1} = 3 + 2 + 4 = 9$$

کتاب ریاضی    کتاب عربی    کتاب ادبیات

$$\binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

یک کتاب ریاضی    یک کتاب عربی    یک کتاب ادبیات

$$p(9, 4) = \frac{9!}{5!} = 3024 \text{ یا } 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$$

۲ برای تعداد اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام داریم:

۳

روش دوم: کل اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده و بدون تکرار:

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده که مضرب ۵ نیستند و بدون تکرار ارقام:

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام:

۴

۵

۶

۷

الف

ب

۸

۹ برای تشکیل وتر ۲ نقطه باید انتخاب کنیم:

۱۰

۱۱

۱۲

الف



$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

$$\binom{9}{1} = 9$$

$$\begin{cases} 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 60 \\ 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \end{cases}$$

$$60 + 24 = 84$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \times 6 + 4}{120} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$3 \times 3 \times 1 + 3 \times 3 \times 1 = 18$$

$$4 \times 4 \times 3 - (4 \times 3 \times 1 + 3 \times 3 \times 2) = 18$$

$$C(8, 4) = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4! \times 4!} = 70$$

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

$$\frac{p(8, 4)}{4!} = 70$$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

ب

۱۳

۱۴

الف

نادرست

ب

درست

۱۵

۱۶ گزینه ۳، (عدد ۶)

۱۷

الف

ب

۱۸ روش اول:

روش دوم:

روش سوم: با ارقام داده شده: (اعداد سه رقمی منهای اعداد سه رقمی زوج)

۱۹ روش اول:

روش دوم:

روش سوم:

(پاسخی که به صورت  $\binom{8}{4} = 70$  نوشته شود، نیز صحیح است.)

۲۰

۲۱

الف

$$B - A = \{(1, 1), (3, 3), (4, 4)\}$$

۲۲

$$C(4, 2) = 6$$

برای دو عضو باقی مانده زیرمجموعه‌های سه‌عضوی از میان  $\{1, 2, 3, 5\}$  باید انتخاب کنیم که جابه‌جایی میان آنها زیرمجموعه جدیدی نمی‌سازد. پس:

$$\{1, 2, 3\} \rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} : \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad \text{یا} \quad \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 6$$

۲۳

الف

نادرست. زیرا:

$$2! = 2 \times 1 = 2, \quad \frac{8!}{4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 1680$$

ب

درست. پیشامد نشدنی است و احتمال آن برابر صفر است.

۲۴

چون ارقام غیر تکراری است پس از انتخاب هر رقم یکی کم می‌شود.

$$\text{الف)} \quad 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$$

$$\text{ب)} \quad 8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$$

۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸

۲۵

۳ توپ قرمز یا ۳ توپ آبی باید انتخاب کنیم:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} : \binom{5}{3}^{\text{قرمز}} + \binom{4}{3}^{\text{آبی}} = \frac{5!}{3!2!} + \frac{4!}{3!1!} = 14$$

۲۶

الف

$$7! \text{ یا } 5040 \text{ یا } 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

ب

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1 = 120$$

۲۷

روش اول:

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

روش دوم:

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$$

۲۸

$$\text{الف)} \quad \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$\text{ب)} \quad \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1)\}$$

حاصل ضرب دو عدد رو شده کمتر از ۴ باشد

۲۹

الف) تنها عدد اول زوج روی تاس ۲ است.

$$A = \{2\}$$

$$B = \{3, 5\}$$

ب) اعداد اول غیر زوج روی تاس:

۳۰

الف

$$S = \{(پ، پ)، (پ، د)، (د، پ)، (د، د)، (پ، پ)، (پ، د)، (د، پ)، (د، د)، (پ، پ)، (پ، د)، (د، پ)، (د، د)\}$$

ب

احتمال مطلوب متمم حالتی است که هر سه فرزند دختر یا هر سه فرزند پسر باشد.

$$n(S) = 8$$

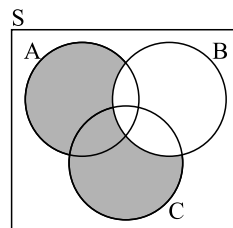


$$n(A) = 8 - \underbrace{2}_{\text{هرسه فرزند دختر یا هرسه فرزند پسر}} = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{8}$$

$$n(S) = 2 \times 6 = 12 \quad \text{الف)}$$

$$A = \{(2, \text{رو}), (4, \text{رو}), (6, \text{رو})\} \quad \text{ب)}$$



$$S = \{(\text{پسر}, \text{پسر}), (\text{دختر}, \text{پسر}), (\text{پسر}, \text{دختر}), (\text{دختر}, \text{دختر})\}$$

$$A = \{(\text{دختر}, \text{دختر}), (\text{پسر}, \text{پسر})\}$$

$$\{2, 3\}$$

$$\{1, 9\}$$

$$\text{گزینه ۲، } (A - (B \cup C))$$

پیشامدهای B یا C رخ ندهد یعنی  $(B \cup C)$  رخ ندهد. از طرفی گفته فقط پیشامد A رخ دهد و  $B \cup C$  رخ ندهد، پس:

$$A - (B \cup C)$$

$$\text{الف) } 36$$

$$A = \{(د, پ), (د, د), (پ, پ), (پ, د)\}$$

ب)

$$B = \{(پ, پ), (پ, د), (د, د)\}$$

پ) بله ناسازگارند. زیرا  $A \cap B = \emptyset$  (اشتراک دو مجموعه تهی است).

$$12 \quad 37$$

$$38$$

$$A = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2)\}$$

الف) دو تا سالم از بین ۸ سالم انتخاب می‌شوند:

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{\frac{8!}{2! \times 6!}}{\frac{12!}{2! \times 10!}} = \frac{28}{66} = \frac{14}{33}$$

ب) یک سیب سالم از ۸ سالم و یک سیب لکه‌دار از ۴ لکه‌دار انتخاب می‌کنیم:

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{8}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{4 \times 8}{\frac{12!}{2! \times 10!}} = \frac{32}{66} = \frac{16}{33}$$

۴۰: A: پیشامد اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{3} \times \binom{2}{1}}{\binom{11}{4}} = \frac{84 \times 2}{330} = \frac{84}{165}$$

۴۱

A پیشامد مورد نظر و S فضای نمونه عبارتند از:

$$A = \{3, 9, 15\} \quad S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

۴۲ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه را حساب می‌کنیم:

$$n(S) = 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^4$$

فقط در یک حالت هر ۴ نفر در ماه خرداد به دنیا آمده‌اند. بنابراین:  $n(A) = 1$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{12^4} = \left(\frac{1}{12}\right)^4$$

۴۳ تعداد کل مهره‌ها برابر ۷ مهره است و می‌خواهیم ۲ مهره را به تصادف انتخاب کنیم. پس:

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{5! \times 2!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$n(A) = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

هر دو مهره سفید

$$\Rightarrow p(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{6}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{4 \times 15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

۴۴

۴۵

الف

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$B = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

$$A \cap B = \{(4, 4)\} \rightarrow \text{ناسازگار نیستند}$$

۴۶

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{4} \times \binom{3}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$$

$$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 4}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{2}$$

۴۷

۴۸

الف

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{10}{21}$$

ب



$$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{6 \times 10 + 4}{84} = \frac{64}{84} = \frac{16}{21}$$

روش دوم:

$$p(B) = 1 - p(B') = 1 - \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = 1 - \frac{6 \times 10 + 10}{84} = 1 - \frac{70}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

۴۹

الف

نشدنی

ب

ناسازگار

۵۰ روش اول:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3 + 6}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

روش دوم:

$$P(A') = 1 - \frac{\binom{3}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = 1 - \frac{12}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

۵۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 \times 3}{56} = \frac{30}{56} \approx 0.53$$

۵۲

$$p(A') = 1 - p(A) = 1 - \frac{7}{25} = \frac{18}{25}$$

۵۳ روش اول:

$$P(A) = \frac{\binom{7}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{7}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{21 \times 3 + 35}{120} = \frac{98}{120} = \frac{49}{60}$$

روش دوم: با استفاده از اصل متمم، احتمال انتخاب ۲ یا ۳ پرتقال لکه‌دار را از ۱ کم می‌کنیم:

$$P(A) = 1 - \frac{\binom{7}{1} \times \binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{\binom{10}{3}} = 1 - \frac{21}{120} = \frac{99}{120} = \frac{33}{40}$$

۵۴

$$1 - 0.8 = 0.2 \approx \frac{2}{10}$$

۵۵

الف

گزینه ۳،

ب

گزینه ۴،

پ

گزینه ۳،

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$



$$P(2, 2) = \frac{2!}{0!} = \frac{2 \times 1}{1} = 2$$

$$\frac{0!}{1!} = \frac{1}{1} = 1$$

۵۶

الف

A

ب

جایگشت

پ

ترکیب

ت

اولین

ث

۵۷

الف

۲۵

ب

گام چهارم (تحلیل داده‌ها)

۵۸

الف

گزینه ۱، صفر

ب

گزینه ۴، جعبه‌ای

پ

گزینه ۲، گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

ت

گزینه ۳، میانگین

۵۹

الف

تهی

ب

اندازه‌گیری یا سنجش

پ

اندازه

ت

جعبه‌ای

۶۰

الف

نادرست

ب

نادرست

پ

درست

ت

درست

ث

نادرست

۶۱

الف

نادرست

۶۲

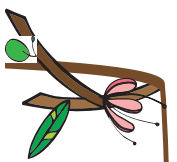
الف

برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

۶۳

الف) طرح و برنامه‌ریزی

ب) بیان مسئله



۶۴ ✱ خیر - چون معرف خوبی از جامعه نیستند.

۶۵ ✱ گزینه ۴: تفسیر داده‌ها

۶۶ ✱ گزینه ۱: ۱۴

۶۷ ✱

الف

نمودار جعبه‌ای

۶۸ ✱ خیر زیرا کسانی که در کتابخانه نیستند، شانس حضور در نمونه را ندارند و چون فقط از افراد کتابخانه، نمونه‌گیری انجام شده است، این نمونه معرف خوبی نیست و میانگین داده‌های به‌دست‌آمده (آماره نمونه) بزرگ‌تر از میانگین آن در جامعه آماری (پارامتر جامعه) می‌شود چون افرادی که اصلاً به کتابخانه نمی‌روند، در نظر گرفته نشده‌اند.

۶۹ ✱

$$\bar{x} = 160, \sigma = 165 - 160 = 5$$

۷۰ ✱ ابتدا داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم؛ داریم:

از آنجایی که داده‌ها فرد است؛ داده وسط برابر میانه است.

$$30, \boxed{40, 50}, 65, 70, 75, \boxed{110, 120}, 130$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{میانگین}} = 45$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{میانگین}} = 115$

۷۱ ✱

الف

دامنه میان چارگی

ب

سوم یا گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

۷۲ ✱

الف

درست

ب

درست

پ

نادرست

ت

نادرست

۷۳ ✱ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 3 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 8$$

$$\text{میانگین} = \frac{3+4}{2} = 3,5$$

$$\bar{x}_{\text{میانگین}} = \frac{1+2+3+3+3+4+4+5+7+8}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

۷۴ ✱

الف

نادرست

۷۵ ✱

الف

تعداد

۷۶ ✱

الف

گروه دوم

ب

گروه اول

پ

گروه اول

۷۷ ✱ الف) تعریف مسئله (ب) روش کار (پ) پاک‌سازی (ت) معیارها (ث) نقد و بررسی

۷۸ ✱ الف) در هر بازه سرعت، تعداد خودروهایی که با آن سرعت حرکت کرده است، مشخص نشده است.

ب) برای تحلیل صحیح داده‌ها نباید فقط فراوانی گزارش شود بلکه باید نسبت تعداد تصادف‌های هر دسته به تعداد خودروهایی که با سرعت آن دسته حرکت می‌کرده‌اند، گزارش شود.

۷۹ ✱

الف

گروه دوم



ب گروه اول

پ گروه اول

الف d یا (بحث و نتیجه گیری)

ب a یا (طرح و برنامه ریزی)

ج b یا (تحلیل داده ها)



مشاوره کنکور نوتروفیل

## بیستوفیل آمار و ریاضی فصل ۲ دوازدهم

سال دوازدهم  
انسانی

# فهرست

۱..... مدل سازی و دنباله

۲..... دنباله های حسابی



## مدلسازی و دنباله



۱ با توجه به دنباله‌های  $d_n = n^2 + 1$ ,  $c_n = \frac{1}{3n-1}$ ,  $b_n = (-\frac{1}{2})^{n-1}$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۲ با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{n+6}{n}$ ,  $b_n = n^2$ ,  $c_n = (3)^{n-2}$  حاصل عبارت  $b_4 + a_3 - c_2$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳ با توجه به دنباله‌های  $c_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$ ,  $b_n = n + 4$ ,  $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$  حاصل عبارت  $a_1 + b_8 - c_2$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۴ چهار جمله اول دنباله  $a_n = (-\frac{1}{2})^n$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۵ برای جملات دنباله روبه‌رو:

۱۴۰۰ - مرجع: امتحان نهایی - ۳, ۸, ۱۳, ۱۸, ۲۳, ...

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

۶ جمله پنجم از دنباله بازگشتی را بنویسید.

۱۴۰۰ - مرجع: امتحان نهایی -  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$   $a_1 = a_2 = a_3 = 2$

۷ اگر ضابطه تابعی (جمله عمومی) دنباله‌ای  $a_n = 2n - 1$  باشد:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف) ۳ جمله اول دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب) رابطه بازگشتی دنباله را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

پ) نمودار دنباله را برای ۳ جمله اول رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۸ با توجه به دنباله‌های  $c_n = (-\frac{1}{2})^{n-1}$ ,  $b_n = 2n^2 + 1$ ,  $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$  حاصل عبارت  $b_3 - a_2 + c_3$  را بیابید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۹ برای جملات دنباله روبه‌رو رابطه بازگشتی بنویسید.

۱۴۰۱ - مرجع: امتحان نهایی - ۵, ۱۰, ۱۵, ...

۱۰ با توجه به دنباله‌های  $c_n = \frac{n}{n-2}$ ,  $a_n = \frac{2n-1}{n-2}$ ,  $b_n = n^2$  حاصل عبارت  $b_5 + a_3 + c_4$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۱۱ جمله پنجم دنباله بازگشتی زیر را مشخص کنید.

۱۴۰۲ - مرجع: امتحان نهایی -  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$   $a_1 = a_2 = a_3 = 1$

۱۲ جمله‌های دوم تا پنجم دنباله بازگشتی  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + n \end{cases}$  را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۳ درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف) یک دنباله، تابعی است که دامنه آن اعداد حقیقی می‌باشد.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳





مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۴ ضابطه‌ی تابعی دنباله‌ی  $\frac{1}{p}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \dots$  کدام گزینه است؟

$$a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1} \quad (۱)$$

$$a_n = \frac{-n}{n+1} \quad (۲)$$

$$a_n = (-1)^n \frac{n}{n+1} \quad (۳)$$

$$a_n = \frac{n}{n+1} \quad (۴)$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۵ با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$  و  $b_n = n^2 + 2$  حاصل عبارت  $8a_3 + b_2$  را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۶ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف در دنباله با جمله عمومی  $a_n = n^2 + 1$  جمله سوم برابر با ..... است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۷ پنج جمله اول دنباله بازگشتی  $a_1 = a_2 = 1$  و  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۱۸ دنباله‌های  $a_n = 3^{3-n}$ ،  $b_n = \frac{1}{n+1}$  داده شده است. حاصل  $a_2 + 5b_4$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۱۹ جدول زیر را کامل کنید.

| ضابطه تابع    | جمله عمومی دنباله ساخته شده از تابع | سه جمله اول دنباله |
|---------------|-------------------------------------|--------------------|
| $y = -2x + 1$ | .....                               | .....              |

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۰ با توجه به دنباله‌های  $a_n = 5^{(n-4)}$  و  $b_n = \frac{6}{2n-1}$  حاصل عبارت  $9b_5 - a_4$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۱ جملات دوم، سوم و چهارم دنباله بازگشتی  $a_1 = 1$ ،  $a_{n+1} = 2a_n + 1$  را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۲ جاهای خالی را با عدد مناسب، کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف جمله دوم رابطه بازگشتی  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = a_n + n$  برابر ..... است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۲۳ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف در دنباله زوج  $n$  فرد  $n$   $a_n = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{n} & \text{فرد } n \end{cases}$  جمله هشتم برابر یک است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۲۴ جاهای خالی را با توجه به اعداد و عبارتهای داخل کمانک، کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف جمله عمومی دنباله  $\frac{1}{p}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$  برابر ..... است.  $a_n = \frac{n}{n+1}$  یا  $a_n = \frac{n-1}{n}$ 

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۲۵ با توجه به دنباله‌های  $a_n = (\frac{1}{3})^{n-5}$  و  $b_n = \frac{2}{2n+1}$  حاصل عبارت  $9b_4 - a_5$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۲۶ پنج جمله اول دنباله  $a_{n+1} = -a_n + (-1)^n$  را با فرض  $a_1 = 3$  بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۲۷ جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

الف بین دو عدد ۳ و ۱۹ ..... واسطه حسابی با اختلاف مشترک ۴ می‌توان نوشت.

۲۸ در یک دنباله حسابی جمله نهم برابر ۶۱ و جمله شانزدهم برابر ۹۶ است. اختلاف مشترک و جمله سیام این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸





مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۲۹ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

۳۰ یازدهمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم برابر ۹۲ است. جمله بیست و ششم این دنباله حسابی را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۱ مجموع بیست جمله اول دنباله  $۱۰, ۷, ۴$  را محاسبه کنید.

۳۲ هشتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۳ هفتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۴۵ و جمله پانزدهم آن برابر ۹۳ است. جمله سی و یکم این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۴ الف) مجموع شانزده جمله اول اعداد زوج را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

ب) در یک دنباله حسابی، جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۱۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۶۰۱ است؟

۳۵ سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که همه اعداد تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت دهند. (به دست آوردن اختلاف مشترک الزامی است).

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۶ برای جملات دنباله:  $۱, ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, \dots$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

۳۷ اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = -5 + 3(n-1)$  باشد، جمله اول و اختلاف مشترک را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۳۸ با توجه به رابطه 
$$\begin{cases} a_{n+1} = 5 + a_n \\ a_1 = -2 \end{cases}$$
 مجموع دوازده جمله اول دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۳۹ در یک دنباله حسابی جمله اول ۱۲ و اختلاف مشترک ۲۰ است. کدام جمله از دنباله برابر ۵۹۲ است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۴۰ در یک دنباله حسابی اگر  $a_6 + a_4 + a_8 = 90$  باشد، جمله ششم دنباله چقدر است؟

۴۱ جدول زیر را کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

| ضابطه دنباله   | فرمول بازگشتی | ۴ جمله اول دنباله |
|----------------|---------------|-------------------|
| $a_n = 2n + 1$ |               |                   |

۴۲ در یک دنباله حسابی جمله اول ۱۷- و جمله دهم برابر ۱۰ است. جمله عمومی این دنباله را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۴۳ کدام یک از جملات عمومی زیر مربوط به یک دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک آن را به دست آورید.

الف) مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰  $a_n = n(n-1)$

ب)  $b_n = 3(n-2)$

۴۴ سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۵ و ۲۳ قرار دهید که یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهند. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۴۵ مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰  $۱, ۳, ۵, ۷, \dots$

۴۶ در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۲۰ است. کدام جمله دنباله برابر ۲۲۵ است؟ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۴۷ درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف) در دنباله  $a_{n+1} = a_n + 3$ ، اگر جمله پنجم ۱۷ باشد، جمله ششم آن ۲۳ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۴۸ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف) چهار جمله اول دنباله  $a_n = 3n + 2$  را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب) رابطه بازگشتی دنباله  $۵, ۱۱, ۱۷, \dots$  را بنویسید.





مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۴۹ در یک دنباله حسابی، جمله اول ۵ و اختلاف مشترک برابر ۷ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف جمله یازدهم این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب کدام جمله دنباله، برابر ۹۶ است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۰ در دنباله حسابی ۱۵، ۱۱، ۷، ۳، مجموع بیست جمله اول این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف هر دنباله حسابی، یک تابع خطی است که شیب آن همان اختلاف مشترک جملات دنباله است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب دنباله ۶، ۳، ۰، ۲- یک دنباله حسابی است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۲ در یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و اختلاف مشترک ۶؛

الف جمله پانزدهم را به دست آورید.

ب مجموع ده جمله اول را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۳ چهار جمله اول دنباله  $a_n = n^2 + 1$  را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۴ سه عدد را به گونه‌ای میان دو عدد ۱۰ و ۲۲ قرار دهید که یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل شود.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۵ اعداد توان‌دار را به صورت رادیکالی و اعداد رادیکالی را به صورت اعداد توان‌دار بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

$$\frac{4}{5} \text{ (} \frac{9}{10} \text{)}$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۶ جمله یازدهم یک دنباله حسابی ۳۲ و جمله نوزدهم آن ۷۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۵۷ در یک دنباله حسابی جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک ۱۰ است. کدام جمله از دنباله برابر ۲۲۵ است.

۵۸ مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی روبه‌رو را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱ ۴، ۱۰، ۱۶، ۲۲، ...

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

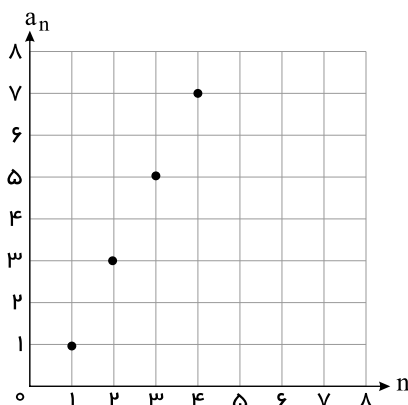
۵۹ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط آن، همان اختلاف مشترک جملات دنباله، یعنی  $d$  است.

۶۰ با توجه به نمودار دنباله داده‌شده، با نوشتن اعضای دنباله، جمله عمومی آن را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۱ یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۴۷ و جمله هفدهم آن ۷۷ است. جمله اول این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۲ در دنباله حسابی ۱، ۵، ۹، ...، ۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف جمله عمومی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب مجموع جملات دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۶۳ میان دو عدد ۱۲ و ۵۲ چهار عدد را به گونه‌ای قرار دهید که شش جمله حاصل یک دنباله حسابی افزایشی تشکیل

دهند.



۶۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف

اگر ضابطه دنباله‌ای به صورت  $a_n = 5 - 3n$  باشد، جمله ..... دنباله برابر ۲۸ - است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۵

سه عدد به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۶

یک طراح برای یک سینما در ردیف اول ۱۵ صندلی و در ردیف دوم ۱۸ صندلی و در ردیف سوم ۲۱ صندلی مشخص کرده است. اگر صندلی‌های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، برای این سالن با ۱۶۸ صندلی، باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۷

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف

دنباله ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۰۰۰ یک دنباله حسابی است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۸

بین اعداد ۷ و ۲۷ سه عدد را طوری قرار دهید که این پنج عدد با هم، تشکیل دنباله حسابی افزایشی دهند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۹

مدت زمان مطالعه روزانه دانش‌آموزی در درس ریاضی و آمار برحسب دقیقه به صورت دنباله زیر است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳ ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۰۰۰

مجموع مدت زمان مطالعه دانش‌آموز در شانزده روز اول را بیابید. (با استفاده از فرمول مجموع)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۷۰

جمله عمومی دنباله ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۰۰۰ کدام گزینه است؟

$$a_n = 5 - 3n \quad (۴) \quad a_n = 3n - 1 \quad (۳) \quad a_n = 2n - 1 \quad (۲) \quad a_n = 3n + 2 \quad (۱)$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۷۱

الف) دنباله حسابی ۱، ۵، ۹، ۰۰۰، چند جمله دارد؟

ب) مجموع ده جمله اول این دنباله را با استفاده از فرمول به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۲

در یک دنباله حسابی  $a_9 - a_5 = ۲۸$  می‌باشد. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

$$۷(۱) \quad ۴(۲) \quad ۶(۳) \quad ۳(۴)$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۳

دنباله حسابی مقابل داده شده است: ۱، ۴، ۹، ۰۰۰ -

الف

جمله چندم این دنباله برابر ۱۴۴ می‌باشد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب

مجموع بیست جمله اول دنباله را با استفاده از فرمول مجموع جملات، به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۴

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف

با توجه به جمله عمومی دنباله حسابی  $a_n = 5n - 2$ ، اختلاف مشترک جملات دنباله برابر ۵ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۵

میان دو عدد ۳ و ۱۵، دو عدد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله حسابی، تشکیل دهند. آن دو عدد را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۶

جمله پنجم یک دنباله حسابی ۲۶ و جمله دوازدهم آن ۶۱ است. اختلاف مشترک و جمله اول را مشخص کنید. (استفاده از فرمول الزامی است.)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۷

در یک دنباله حسابی جمله اول ۳ و اختلاف مشترک ۴ است. (استفاده از فرمول الزامی است.)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف

چندمین جمله آن ۵۱ است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب

مجموع بیست جمله اول این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۷۸

با توجه به رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n + 5$  و  $a_1 = -2$  به سؤالات زیر پاسخ دهید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف

جمله دوم و سوم این دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

ب

اختلاف مشترک دنباله فوق را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

پ

جمله عمومی آن را به کمک فرمول بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۷۹

در یک دنباله حسابی، جمله هفتم ۳۳ و جمله دوازدهم برابر ۵۸ است. جمله پنجاهم این دنباله را به کمک فرمول به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۸۰

رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n + n$ ،  $a_1 = 1$  داده شده است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف

چهار جمله اول دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴







## پاسخنامه تشریحی

۱ در ضابطه  $b_n$  مقدار  $n = 4$ ، ضابطه  $c_n$  مقدار  $n = 1$  و در ضابطه  $d_n$  مقدار  $n = 1$  را جایگزین می‌کنیم:

$$b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow b_4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{4-1} = -\frac{1}{2}$$

$$d_n = n^2 + 1 \Rightarrow d_1 = (1)^2 + 1 = 2$$

$$c_n = \frac{1}{3n-1} \Rightarrow c_1 = \frac{1}{3 \times 1 - 1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b_4 + d_1 - c_1 = -\frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{2} = 1$$

در نتیجه:

$$b_4 = 16, a_4 = 3, c_4 = 1 \Rightarrow b_4 + a_4 - c_4 = 16 + 3 - 1 = 18$$

۳ در  $a_n$  مقدار  $n = 1$ ، در  $b_n$  مقدار  $n = 8$  و در  $c_n$  مقدار  $n = 2$  را جایگزین می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{1}{(-1)^1} = -1$$

$$b_8 = 8 + 4 = 12$$

$$c_2 = \frac{2}{2} = 1$$

$$a_1 + b_8 - c_2 \xrightarrow{a_1=-1, b_8=12, c_2=1} -1 + 12 - 1 = 10$$

۴

پاسخ: با جایگذاری مقادیر  $n = 1, 2, 3, 4$  در دنباله  $a_n$  داریم:

$$a_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}, \quad a_2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}, \quad a_4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

۵ الف) از جمله دوم به بعد هر جمله از اضافه شدن عدد ۵ به جمله قبلی به دست می‌آید، بنابراین:

$$a_{n+1} = a_n + 5, \quad a_1 = 3$$

ب) دنباله یک دنباله حسابی با  $a_1 = 3$  و  $d = 5$  است، بنابراین:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{a_1=3, d=5} a_n = 3 + (n-1) \times 5 \Rightarrow a_n = 5n - 2$$

۶

ابتدا جمله چهارم و سپس جمله پنجم را به دست می‌آوریم:

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 6 \Rightarrow a_5 = a_2 + a_3 + a_4 = 2 + 2 + 6 = 10$$

۷

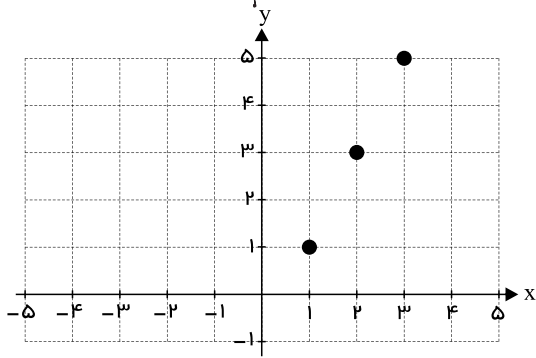
الف

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 5$$

ب

$$a_{n+1} = a_n + 2 \quad a_1 = 1$$

پ



$$b_r - a_r + c_r = 2(3)^r + 1 - \frac{2(2) - 1}{2+1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{r-1} \rightarrow 19 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{37}{2} \Rightarrow 18\frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} = 5 + a_n, \quad a_1 = 5$$

$$a_3 = 5, \quad b_5 = 25, \quad c_2 = 2 \Rightarrow 5 + 25 + 2 = 32$$

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = a_1 + a_1 + a_1 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\xrightarrow{n=2} a_2 = a_1 + a_2 + a_1 = 1 + 1 + 3 = 5$$

$$a_3 = a_1 + 1 \stackrel{a_1=2}{=} 2 + 1 = 3$$

$$a_4 = a_3 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$a_5 = a_4 + 3 = 5 + 3 = 8$$

$$a_6 = a_5 + 4 = 8 + 4 = 12$$

$$a_r = \frac{(-1)^r}{r+1} = -\frac{1}{2}$$

$$b_r = 2^r + 2 = 6$$

$$8a_r + b_r = 8\left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = -4 + 6 = 2$$

$$n = 1 \rightarrow a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 2 \rightarrow a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$n = 3 \rightarrow a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

$$1, 1, 2, 3, 5$$

$$a_r = 3^{3-r} = 3$$

$$b_r = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow 3 + 5 \times \frac{1}{5} = 4$$

$$\text{جمله عمومی دنباله: } a_n = -2n + 1$$

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

نادرست

الف

$$a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1} \text{ گزینه ۱، یعنی}$$

۱۴

۱۵

۱۶

الف

۱۰

روش اول: ۱۷

روش دوم:

۱۸

۱۹

۵-، ۳-، ۱-: سه جمله اول دنباله به ترتیب از چپ به راست

۲۰ \* روش اول:

$$b_5 = \frac{6}{9}, a_6 = 5^\circ = 1 \Rightarrow 9b_5 - a_6 = 9 \times \frac{6}{9} - 1 = 6 - 1 = 5$$

روش دوم:

$$9b_5 - a_6 = 9 \times \frac{6}{9} - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$a_7 = 3, a_8 = 7, a_9 = 15$$

۲۱ \*

۲۲ \*

الف دو

۲۳ \*

الف

درست؛ به ازای  $n = 8$  (زوج)،  $a_8 = 1$  خواهد بود.

۲۴ \*

الف

$a_n = \frac{n}{n+1}$ ؛ در هر جمله مخرج یک واحد از صورت بیشتر است. دقت کنید  $a_n = \frac{n-1}{n}$  اشتباه است، زیرا در آن  $a_1 = 0$  است و  $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \dots$  از جملات دوم به بعد ساخته می شوند.

۲۵ \*

یا

$$b_6 = \frac{2}{9}, a_5 = \left(\frac{1}{3}\right)^\circ = 1 \Rightarrow 9b_6 - a_5 = 2 - 1 = 1$$

$$9b_6 - a_5 = 9 \times \frac{2}{9} - 1 = 1$$

۲۶ \* با جایگذاری  $n = 1, 2, 3, 4$  به ترتیب جملات دوم تا پنجم را به دست می آوریم:

$$a_1 = 3$$

$$n = 1 \rightarrow a_2 = -a_1 + (-1)^1 \frac{a_1 - 3}{1} = -3 - 1 = -4$$

$$n = 2 \rightarrow a_3 = -a_2 + (-1)^2 \frac{a_2 - 4}{2} = 4 + 1 = 5$$

$$n = 3 \rightarrow a_4 = -a_3 + (-1)^3 \frac{a_3 - 5}{3} = -5 - 1 = -6$$

$$n = 4 \rightarrow a_5 = -a_4 + (-1)^4 \frac{a_4 - 6}{4} = 6 + 1 = 7$$

۲۷ \*

الف

با توجه به شکل زیر داریم:

$$\begin{array}{c} \uparrow \downarrow \\ 3, \square, \dots, \square, 19 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ a_1 \quad \quad \quad a_{n+2} \end{array}$$

واسطه حسابی  $a_n$

$$a_{n+2} = a_1 + (n+1)d \Rightarrow 19 = 3 + 4(n+1) \Rightarrow 16 = 4(n+1) \Rightarrow n = 3$$

در نتیجه ۳ واسطه حسابی می توانیم درج کنیم.

۲۸ \*

پاسخ: با استفاده از فرمول جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_9 = a_1 + 8d \Rightarrow 61 = a_1 + 8d \\ a_{16} = a_1 + 15d \Rightarrow 96 = a_1 + 15d \end{cases} \Rightarrow 15d - 8d = 96 - 61 \Rightarrow 7d = 35 \Rightarrow d = 5$$

جمله نهم ۶۱ است. با داشتن  $d$  داریم:

$$a_1 + 8d = 61 \Rightarrow a_1 + 40 = 61 \Rightarrow a_1 = 21$$

$$\rightarrow a_{30} = 21 + 29 \times 5 = 166$$

۲۹ \* دنباله اعداد فرد یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۲ و جمله اول است:



$$\overset{+2}{1}, \overset{+2}{3}, \overset{+2}{5}, \overset{+2}{7}, \dots$$

$$d = 2, a_1 = 1$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(2 \times 1 + 19 \times 2) = 900$$

۳۰ دنباله حسابی را به صورت زیر در نظر می گیریم؛ داریم:

$$a_1, \dots, \underbrace{a_1}_{52}, \dots, \underbrace{a_{19}}_{92}, \dots$$

$$d = \frac{a_{19} - a_{11}}{19 - 11} = \frac{92 - 52}{19 - 11} = 5 \quad (1)$$

از طرفی:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{11} = a_1 + (11-1)d \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 52 = a_{11} = a_1 + 50 \Rightarrow a_1 = 2 \quad (2)$$

در نتیجه:

$$a_{26} = a_1 + (26-1)d \xrightarrow{(2),(1)} a_{26} = 2 + 25 \times 5 = 127$$

نکته: اگر  $a_m$  و  $a_n$  ( $m > n$ ) دو جمله تصاعد حسابی باشند اختلاف مشترک برابر است با:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

۳۱

پاسخ: چون اختلاف هر دو جمله متوالی یکسان است، پس اعداد یک دنباله حسابی تشکیل می دهند و داریم:

$$d = 7 - 4 = 3, a_1 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 4 + 19 \times 3] = 650$$

۳۲

پاسخ: برای دو جمله  $a_m$  و  $a_n$  داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \Rightarrow d = \frac{a_{16} - a_8}{16 - 8} = \frac{105 - 65}{16 - 8} = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_8 = a_1 + (8-1) \times 5 \xrightarrow{a_8=65} 65 = a_1 + 35 \Rightarrow a_1 = 30$$

$$\Rightarrow a_{29} = 30 + (29-1) \times 5 \Rightarrow a_{29} = 170$$

۳۳

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{93 - 45}{15 - 7} = 6$$

$$a_7 = a_1 + 36 = 45 \Rightarrow a_1 = 9$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{a_1=9, d=6} a_{21} = 9 + 30 \times 6 = 189$$

۳۴

پاسخ: اعداد مورد نظر تشکیل دنباله حسابی با  $a_1 = 3$  و  $d = 2$  می دهند. بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}[2 \times 3 + 15 \times 2] \Rightarrow S_{16} = 272$$

$$b) a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 601 = 3 + (n-1)2 \Rightarrow 601 - 3 = 18n - 2 \Rightarrow 18n = 599 \Rightarrow n = 33$$

۳۵

چون اختلاف مشترک مثبت است، دنباله زیر را در نظر می گیریم:

$$\underbrace{10}_{a_1}, \square, \square, \square, \underbrace{26}_{a_6}$$

$$a_6 = a_1 + 4d \Rightarrow 26 = 10 + 4d \Rightarrow 16 = 4d \Rightarrow d = 4$$

پس اعداد را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$10, 14, 18, 22, 26$$

۳۶

الف

از جمله دوم به بعد هر جمله از اضافه شدن مقدار ثابت ۳ به جمله قبلی به دست می آید. بنابراین:

$$a_{n+1} = 3 + a_n, \quad a_1 = 1$$

ب

دنباله داده شده، دنباله ای حسابی با  $d = 3$  و  $a_1 = 1$  است. بنابراین:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 3n - 2$$

۳۷

برای به دست آوردن  $a_1$  کافی است که  $n = 1$  را در جمله عمومی جایگزین کنیم:

$$a_1 = -5 + 3(1 - 1) = -5$$

برای به دست آوردن  $d$  داریم:

$$a_2 = -5 + 3 \times 1 = -2 \Rightarrow d = -2 - (-5) = 3$$

۳۸

با توجه به رابطه دنباله، دنباله حسابی است و داریم:

$$a_1 = -2, \quad a_2 = 5 + a_1 = 5 - 2 = 3 \Rightarrow d = 3 - (-2) = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d], \quad a_1 = -2, \quad d = 5$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}[-4 + (12 - 1) \times 5] = 306$$

۳۹

به کمک فرمول جمله عمومی داریم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow 592 = 12 + (n - 1) \times 20$$

$$\Rightarrow 592 - 12 + 20 = 20n \Rightarrow 600 = 20n \Rightarrow n = 30$$

۴۰

با توجه به  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  و  $d$  می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1)d \\ a_6 &+ a_7 + a_8 &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d = 90 \Rightarrow 3a_1 + 18d = 90 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 6d = 30 \Rightarrow a_6 = 30$$

۴۱

پاسخ:

$$\left\{ \begin{aligned} \xrightarrow{n=1} a_1 &= 2 + 1 = 3 \\ \xrightarrow{n=2} a_2 &= 4 + 1 = 5 \\ \xrightarrow{n=3} a_3 &= 6 + 1 = 7 \\ \xrightarrow{n=4} a_4 &= 8 + 1 = 9 \end{aligned} \right.$$

چهار جمله اول دنباله

فرمول بازگشتی:  $a_{n+1} = a_n + 2, \quad a_1 = 3$

۴۲ با توجه به فرمول  $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$  داریم:

$$d = \frac{10 - (-17)}{10 - 1} = \frac{27}{9} = 3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -17 + (n - 1) \times 3$$

$$\Rightarrow a_n = 3n - 20$$

۴۳

الف) دنباله حسابی نیست؛ زیرا جملات دنباله به صورت ۰، ۲، ۶، ۱۲، ... است.  
ب) دنباله حسابی است؛ زیرا جملات به صورت زیر است که اختلاف دو جمله متوالی یکسان است.

$$-3, 0, 3, 6, \dots \Rightarrow d = 3$$

۴۴

اگر بین  $a$  و  $b$ ، تعداد  $k$  واسطه حسابی قرار دهیم، آنگاه:



$$d = \frac{b-a}{k+1}$$

$$۱۵, -, -, -, ۲۳$$

$$d = \frac{۲۳-۱۵}{۳+۱} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

$\Rightarrow$  اعداد دنباله: ۱۵, ۱۷, ۱۹, ۲۱, ۲۳

$$۱, ۳, ۵, ۷, \dots$$

$$a_1 = 1, \quad d = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{۲۰} = \frac{۲۰}{2}(2 \times 1 + 19 \times 2) = ۴۰۰$$

$$a_1 = ۲۵, \quad d = ۲۰, \quad a_n = ۲۲۵$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow ۲۲۵ = ۲۵ + (n-1) \times ۲۰ \Rightarrow ۲۰۰ = (n-1) \times ۲۰ \Rightarrow n-1 = ۱۰ \Rightarrow n = ۱۱$$

$$a_{n+1} = a_n + ۳ \Rightarrow a_۶ = a_۵ + ۳ = ۱۷ + ۳ = ۲۰$$

الف

$$a_1 = ۳ \times ۱ + ۲ = ۵$$

$$a_۲ = ۳ \times ۲ + ۲ = ۸$$

$$a_۳ = ۳ \times ۳ + ۲ = ۱۱$$

$$a_۴ = ۳ \times ۴ + ۲ = ۱۴$$

$$۵, ۱۱, ۱۷, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 + ۶$$

$$a_1 = ۵ \quad \text{و} \quad d = ۷$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{۱۱} = a_1 + ۱۰d = ۵ + ۱۰ \times ۷ = ۷۵$$

$$۹۶ = ۵ + (n-1) \times ۷ \Rightarrow ۹۶ - ۵ = ۷n - ۷$$

$$\Rightarrow ۹۸ = ۷n \Rightarrow n = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴$$

$$a_1 = ۳$$

$$d = ۷ - ۳ = ۴$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{۲۰} = \frac{۲۰}{2}(2 \times ۳ + 19 \times ۴) = ۱۰ \times (۶ + ۷۶) = ۸۲۰$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \Rightarrow a_{۱۵} = ۳ + ۱۴ \times ۶ = ۸۷$$

۴۵ با توجه به جملات دنباله داریم:

۴۶

۴۷

الف نادرست.

۴۸

ب

۴۹

الف

ب

۵۰ با توجه به چهار جمله اول داده شده داریم:

۵۱

الف درست

ب نادرست

۵۲ (الف)

(ب)

$$S_{10} = \frac{10[(2 \times 3) + (9 \times 6)]}{2} = 5(6 + 54) = (5 \times 60) = 300$$

$$a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 10, a_4 = 17$$

$$d = \frac{a_5 - a_1}{4} = \frac{22 - 10}{4} = 3, \quad 10, 13, 16, 19, 22$$

$$\sqrt[5]{(0.9)^4}$$

$$d = \frac{72 - 32}{19 - 11} = \frac{40}{8} = 5 \quad a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow 32 = a_1 + 50$$

$$a_1 = -18 \quad a_{20} = -18 + 19 \times 5 = 127$$

$$225 = 25 + (n - 1) \times 10 \rightarrow 225 - 25 + 10 = 10n$$

$$\rightarrow 210 = 10n \rightarrow n = 21$$

$$s_{20} = \frac{20}{2} [2 \times a_1 + (20 - 1) \times d] \rightarrow s_{20} = 10[8 + 19 \times 6] = 1220$$

$$1, 3, 5, \dots \quad a_n = 2n - 1$$

$$\begin{cases} a_1 + 10d = 47 \\ a_1 + 16d = 77 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - 10d = -47 \\ a_1 + 16d = 77 \end{cases} \quad \frac{d=5}{a_1=-3}$$

$$d = \frac{77 - 47}{16 - 11} = 5 \quad 47 = a_1 + 10 \times 5 \Rightarrow a_1 = -3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \xrightarrow[d=4]{a_1=1} a_n = 1 + (n - 1)(4) \rightarrow a_n = 4n - 3$$

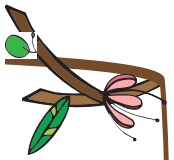
$$a_n = 4n - 3 \Rightarrow 4n - 3 = 401 \Rightarrow 4n = 401 + 3 \Rightarrow 4n = 404 \Rightarrow n = \frac{404}{4} = 101$$

$$S_n = \frac{101 \times (1 + 401)}{2} = \frac{101 \times 402}{2} = 101 \times 201 = 20301$$

$$S_n = \frac{101 \times (2 \times 1 + (101 - 1) \times 4)}{2} = \frac{101 \times (2 + 400)}{2} =$$

$$\frac{101 \times 402}{2} = 101 \times 201 = 20301$$

به دست آوردن  $d$  از هر دو روش درست است. ۶۳



$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{52-12}{4+1} = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow d = 8 \\ a_{52} &\Rightarrow 12 + 5d = 52 \Rightarrow d = 8 \end{aligned} \right\}$$

$$12 \xrightarrow{+8} 20 \xrightarrow{+8} 28 \xrightarrow{+8} 36 \xrightarrow{+8} 44 \xrightarrow{+8} 52$$

۶۴

الف

جمله یازدهم

۶۵

$$10, 14, 18, 22, 26$$

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{26 - 10}{5 - 1} = \boxed{4}$$

$$d = \frac{b - a}{n + 1} = \frac{26 - 10}{3 + 1} = \boxed{4}$$

$$15, 18, 21, \dots$$

$$\begin{cases} a_1 = 15 & d = 3 & S_n = 168 \\ S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \\ 168 = \frac{n}{2}[2 \times 15 + 3n - 3] \rightarrow \\ \text{یا} \\ 168 = \frac{n}{2}[27 + 3n] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 336 = 27n + 3n^2 \rightarrow \\ \text{یا} \\ n^2 + 9n - 112 = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 7 \text{ قی} \\ n = -16 \text{ قی} \end{cases} \end{cases}$$

۶۷

الف

نادرست

۶۸ به دست آوردن  $d$  از هر سه روش درست است.

$$d = \frac{27-7}{3+1} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow d = 5$$

یا

$$27 = 7 + 4d \Rightarrow d = 5$$

یا

$$d = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = \frac{27 - 7}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$7, 12, 17, 22, 27$$

$$S_{16} = \frac{16}{2}(2 \times 10 + (16-1) \times 5) = \frac{16}{2}(20 + 15 \times 5) = 8(20 + 75) = 8 \times 95 = 760$$

روش دوم:

$$a_{16} = 10 + (15)(5) = 85 \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}(10 + 85) = 8 \times 95 = 760$$

۷۰ گزینه ۳؛ یعنی  $a_n = 3n - 1$ 

۷۱ الف

روش اول:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 105 = 1 + 4(n-1) \Rightarrow 26 = n-1 \Rightarrow n = 27$$

روش دوم:

$$n = \frac{105-1}{4} + 1 = 27$$

(ب)

$$S_{10} = \frac{1}{2}(2 \times 1 + (10-1) \times 4) = 5(2 + 9 \times 4) = 5(2 + 36) = 5 \times 38 = 190$$

۷۲ گزینه ۱



$$a_n = 5n - 6 \rightarrow 5n - 6 = 144 \rightarrow n = 30$$

$$144 = -1 + (n-1) \times 5 \rightarrow n = 30$$

$$S_{r_0} = \frac{r_0}{r} [r \times (-1) + 19 \times 5] = 93$$

$$a_{r_0} = 5 \times 20 - 6 = 94 \rightarrow S_{r_0} = \frac{r_0(-1 + 94)}{3} = 93$$

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{61 - 26}{12 - 5} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\begin{cases} a_n = a_1 + (n-1) \times d \rightarrow 26 = a_1 + (5-1) \times 5 \rightarrow a_1 = 6 \\ a_n = a_1 + (n-1) \times d \rightarrow 61 = a_1 + (12-1) \times 5 \rightarrow a_1 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 11d = 61 \\ a_1 + 4d = 26 \end{cases} \rightarrow a_1 = 6, d = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \rightarrow a_n = 3 + (n-1) \times 4 = 51 \text{ يٰ } a_n = 4n - 1 = 51 \rightarrow n = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow S_{r_0} = \frac{r_0}{2} [2 \times 3 + (20-1) \times 4] = 820$$

$$a_{r_0} = 3 + (20-1) \times 4 = 79$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow S_{r_0} = \frac{r_0}{2} (3 + 79) = 820$$

$$a_r = 3, a_r = 8$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -2 + 5(n-1) = 5n - 7$$

$$d = \frac{a_{12} - a_7}{12 - 7} = \frac{58 - 33}{5} = 5 \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6 \times 5 = 33 \Rightarrow a_1 = 3 \\ a_1 + 11 \times 5 = 58 \Rightarrow a_1 = 3 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{50} = 3 + 49 \times 5 = 248$$

۷۳

الف

روش اول:

روش دوم:

ب

روش اول:

روش دوم:

۷۴

الف

درست

۷۵

۷ و ۱۱

۷۶

روش اول:

روش دوم:

۷۷

الف

روش اول:

روش دوم:

۷۸

الف

۵

ب

پ

روش اول:

روش دوم:



$$\begin{cases} a_1 + 6d = 33 \\ a_1 + 11d = 58 \end{cases} \Rightarrow d = 5, a_1 = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{50} = 3 + 49 \times 5 = 248$$

روش دیگر برای محاسبه  $a_{50}$ :

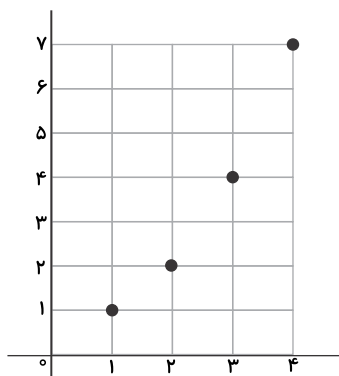
$$a_{50} = a_{12} + (50-12) \times 5 = 58 + 190 = 248 \quad \text{یا} \quad a_{50} = a_7 + (50-7) \times 5 = 33 + 215 = 248$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_3 = a_2 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$a_4 = a_3 + 3 = 4 + 3 = 7$$



۸۰

الف

ب



مشاوره کنکور نوتروفیل

# بیستوفیل آمار و ریاضی فصل ۳ دوازدهم

سال دوازدهم  
انسانی

# فهرست

- ۱.....دنباله‌ی هندسی
- ۴.....توان‌های گویا
- ۷.....تابع نمایی



## دنباله‌ی هندسی



۱ جمله سوم یک دنباله هندسی ۹ و جمله ششم آن ۲۴۳ است. جمله دهم این دنباله هندسی را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۲ عدد توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

ب)  $\sqrt[3]{25}$  (الف مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸)

۳ با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{\lambda - n}{n + 2}$  و  $b_n = 3^{n-1}$  و  $c_n = \left(\frac{1}{p}\right)^{n-1}$  حاصل عبارت  $a_3 + b_2 + c_1$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۴ با توجه به دنباله هندسی  $1, \frac{1}{p}, \frac{1}{q}, \frac{1}{r}, \dots$  حاصل عبارت  $\frac{a_{10}}{a_7}$  را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۵ با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{n+6}{n}$ ,  $b_n = n^2$ ,  $c_n = (3)^{n-2}$  حاصل عبارت  $b_4 + a_3 - c_2$  را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۶ با توجه به دنباله روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۰۰۰ و ۲۴۳ و ۸۱ و ۲۷ و ۹ و ۳ مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

الف نوع دنباله را مشخص کنید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

ب ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

پ جمله عمومی دنباله را بنویسید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

ت جمله دهم این دنباله را بنویسید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۷ جمعیت کشوری در سال ۱۳۹۶ حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟ مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۸ مجموع شش جمله اول دنباله زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید.

۰۰۰، ۱۶، ۴، ۱ مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۹ با توجه به دنباله هندسی،  $1, 2, \dots, \frac{1}{p}, \frac{1}{q}, \frac{1}{r}$  حاصل عبارت زیر را به دست آورید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

$$\frac{14}{a_9 - a_6}$$

۱۰ عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

الف

$$4^{\frac{1}{3}} = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

ب

$$(0.8)^{\frac{5}{6}} = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

پ

$$\sqrt[5]{(21)^4} = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰





ت

$$\sqrt[4]{(0,47)^3} = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۱۱ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}}\right)^4 \quad \text{الف)}$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

$$5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{6}} \quad \text{ب)}$$

۱۲ کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، نسبت مشترک را بنویسید.

... , ۳۲ , ۸ , ۲ (الف مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰)

... , ۱۴ , ۸ , ۲ (ب)

... , ۱۰۰۰ , ۱۰۰ , ۱۰ (پ)

۱۳ در دنباله هندسی زیر جمله نهم را به دست آورید.

... ,  $\frac{1}{3}$  ,  $\frac{1}{9}$  ,  $\frac{1}{27}$  مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف) در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک  $r$ ، اگر  $r = 1$  باشد، آنگاه دنباله ..... است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب) ریشه‌های چهارم عدد ۱۰ برابر است با ..... و .....

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۵ چه تعداد از دنباله‌های زیر، هندسی نیست؟

... , ۱۲ , ۶ , ۳

... , ۲ , ۴ , ۸

... , ۱۲ , ۸ , ۴

... , ۴ ,  $2\sqrt{2}$  , ۲

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۶ در دنباله هندسی مقابل

... ,  $\frac{1}{25}$  ,  $\frac{1}{5}$  , ۱ مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف) جمله عمومی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب) رابطه بازگشتی آن را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۱۷ اگر  $x + 5$  و  $3 - x$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی افزایشی باشند، مقدار  $x$  را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۸ جملات دنباله‌ای به صورت  $\frac{1}{3}$  , ۱ , ۳ , ۹ می‌باشد. رابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۱۹ جمله سوم یک دنباله هندسی ۲۷ و جمله ششم همین دنباله ۷۲۹ است. جمله نهم دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۲۰ جمله اول یک دنباله هندسی ۵ و نسبت مشترک آن ۲ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف) جمله چندم این دنباله برابر ۶۴۰ است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب) با استفاده از فرمول، مجموع نه جمله اول دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۲۱ بین دو عدد ۲ و ۱۶ دو واسطه هندسی بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۲ با توجه به دنباله هندسی  $\frac{1}{12}$  ,  $\frac{1}{6}$  ,  $\frac{1}{3}$  ، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف) آیا دنباله افزایشی است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب) جمله ششم دنباله را با استفاده از فرمول بنویسید.



۲۳ یک شرکت تولیدی در اولین سال تأسیس خود، ۳ تن محصول تولید کرده است. محصولات تولیدی در سال‌های دوم و سوم، به ترتیب ۶ و ۱۲ تن شده است. با ادامه این روند، مجموع محصولات تولیدی این شرکت در ۷ سال اول چند تن است؟ (استفاده از فرمول مجموع دنباله هندسی الزامی است).

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۲۴ با توجه به جملات دنباله مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵  $2, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف نسبت مشترک دنباله فوق را بیابید.

ب رابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

پ حاصل عبارت  $\frac{a_{10}}{a_7}$  را به دست آورید.

۲۵ جاهای خالی را طوری کامل کنید که شش جمله متوالی زیر، تشکیل یک دنباله هندسی افزایشی دهند.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵  $2, 000, 18, 000, 162, 000$

۲۶ علی مقداری پول (برحسب تومان) در یک شرکت تولید کالای ایرانی سرمایه‌گذاری کرده است. معادله کلی که مبلغ سرمایه‌گذاری شده پس از  $t$  سال را در این شرکت نشان می‌دهد، به صورت زیر است:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

$$f(t) = 1000000(1 + 0.2)^t$$

به سؤالات پاسخ دهید:

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف مبلغ سرمایه اولیه علی چند تومان بوده است؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

ب نرخ رشد (درصد سود علی‌الحساب) در این شرکت را مشخص کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

پ مبلغ سرمایه‌گذاری شده علی پس از ۲ سال را در این شرکت محاسبه کنید.

۲۷ با توجه به جملات دنباله مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹  $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \dots$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

الف رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

ب ضابطه دنباله را به دست آورید.

۲۸ در دنباله هندسی زیر جاهای خالی را پر کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰  $4, 12, 000, 108, 000, \dots$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۲۹ اگر  $x + 3$  و  $x - 3$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقادیر  $x$  را به دست آورید.

۳۰ باتوجه به دنباله روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰  $1, 5, 25, \dots$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

الف ضابطه بازگشتی این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

ب جمله ششم این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۳۱ جمله دوم یک دنباله هندسی، ۶ و جمله پنجم همین دنباله، ۴۸ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف نسبت مشترک این دنباله را پیدا کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب جمله هفتم این دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۳۲ جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

الف نسبت مشترک دنباله هندسی  $150, 30, 6, \dots$  برابر ..... است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۳۳ مجموع هفت جمله اول دنباله هندسی  $3, 6, 12, \dots$  را با استفاده از فرمول به دست آورید.



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۳۴ جمله اول یک دنباله هندسی ۶ و نسبت مشترک این دنباله ۲ است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف جمله نهم این دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب مجموع ده جمله اول این دنباله را بیابید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۳۵ در یک دنباله هندسی، جمله دوم ۳۲ و جمله پنجم این دنباله ۲۵۶ است. جمله هفتم این دنباله را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۳۶ در دنباله هندسی ... و ۶ و ۲ و  $\frac{2}{3}$ 

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

الف ضابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

ب مجموع ۶ جمله اول دنباله داده شده را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۳۷ دنباله هندسی ۲, ۶, ۱۸, ... مفروض است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

الف نسبت مشترک را به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

ب جمله عمومی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

پ مجموع شش جمله اول را با استفاده از فرمول محاسبه کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۳۸ جمله اول یک دنباله هندسی ۸ و نسبت مشترک آن  $\frac{1}{3}$  است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف جمله عمومی دنباله را بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

ب حاصل  $S_6$  را با استفاده از فرمول به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۳۹ جاهای خالی را با توجه به کلمات داده شده، کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = 5a_n, a_1 = 1$  بیانگر جملات یک دنباله ..... است. (حسابی - هندسی)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

۴۰ جاهای خالی را با توجه به اعداد و عبارتهای داخل کمانک، کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف جمله عمومی دنباله‌ای به صورت  $a_n = 5 \times 3^n$  است. نسبت مشترک این دنباله ..... است. (۵ یا ۳)

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۴۱ دنباله هندسی ۱۰۰ و ۱ و ۴ را در نظر بگیرید.

الف (الف) چهار جمله بعدی این دنباله را بنویسید.

ب (ب) مجموع پنج جمله اول این دنباله را بنویسید.



مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۴۲ حاصل عبارتهای زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. ( $m$  و  $n$  اعداد حقیقی مثبت‌اند).(الف)  $(m^{\frac{2}{3}} n^{\frac{1}{3}})^2 (m^2 n^3)^{\frac{1}{2}}$ (ب)  $8^{\frac{2}{3}} \times (\frac{3}{4})^{\frac{2}{3}}$ 

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۴۳ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف

$$\left( \frac{3^4}{2^6} \right)^{\frac{1}{2}} = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

**ب**

$$30,26 \times 30,74 = ?$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

$$\frac{1}{8^3} \times 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{6} (7^3)$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^6 \div \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۴۴ جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید.

الف) ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر ..... است.

ب) ریشه‌های چهارم عدد ۱۶ برابر ..... و ..... است.

پ) ریشه سوم عدد ۲۷ برابر ..... است.

۴۵ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) نمایش  $\sqrt[3]{-7}$  را به صورت  $\frac{1}{3}(-7)$  می‌توان نوشت.۴۶ در تساوی  $8^x \times 8^3 = 8^1$  مقدار  $x$  را مشخص کنید.

۴۷ حاصل هریک از عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

**الف****ب****پ**

۴۸ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر فرض کنیم جرم باکتری‌ها در هر نیم‌ساعت  $a$  برابر شود، بعد از یک ساعت جرم آن  $\sqrt{a}$  برابر می‌شود.۴۹ در تساوی  $(0,27)^2 \times (0,27)^5 \times (0,27)^{x+1} = (0,27)^{15}$  مقدار  $x$  کدام است؟

۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۵۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) ریشه‌های ششم عدد ۶۴ برابر ..... و ..... می‌باشد.

۵۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) ریشه‌های چهارم عدد ۷ برابر است با ..... و .....

۵۲ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. ( $a > 0$ )

$$\left(\frac{\frac{-1}{a}}{\frac{-1}{a^6}}\right)^{-6}$$

**الف****ب**

$$(3)^{\frac{1}{2}} \times (12)^{\frac{1}{2}} \times (0,7)^0$$





مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۵۳ در تساوی  $5^{-2} = (5^x)^8$  مقدار  $x$  کدام است؟

$$-\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad +2 \quad (4)$$

۵۴ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

$$\left( \frac{3^{-\frac{1}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}}} \right)^{-4}$$

۵۵ عبارت رادیکالی را به صورت توان‌دار و عبارت توان‌دار را به صورت رادیکالی بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

$$\sqrt[4]{(0.3)^4} = \text{الف}$$

ب)  $12^{-\frac{4}{11}} =$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

$$\frac{x^6 \times 14^2}{2 \times 2^4 \times 2^3} = 7^8$$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۵۶ مقدار  $x$  را در تساوی زیر به دست آورید.

۵۷ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف ریشه سوم عدد ۲۷ - برابر است با .....

۵۸ حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

$$3^{0.14} \times 3^{0.86} = \text{الف}$$

ب)  $8^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} =$

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۵۹ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف ریشه پنجم عدد ۳۲ - برابر ۲ است.

۶۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف عبارت  $\sqrt[4]{1}$  به صورت توان‌دار ..... و عبارت  $(41)^{\frac{2}{3}}$  به صورت رادیکالی ..... نوشته می‌شود.

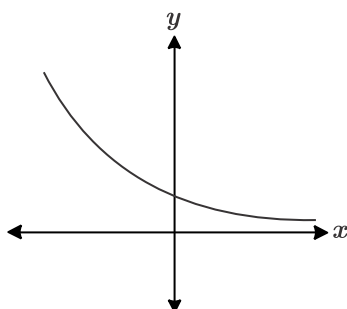
مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۶۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف حاصل  $\sqrt[4]{(-3)^4}$  برابر ۳ - است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۶۲ نمودار تابع  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  در شکل مقابل رسم شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۵

الف با افزایش مقدار  $x$ ، مقدار  $y$  افزایش می‌یابد یا کاهش؟ب این تابع محور  $y$  (عرض) را در چه نقطه‌ای قطع کرده است؟پ مقدار این تابع را برای  $x = 2$  به دست آورید.

۶۳ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر ۲ است.



مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۸

۶۴ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف ریشهٔ چهارم عدد ۱۶ برابر ..... و ..... می‌باشد.

۶۵ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲  $(a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}})^3 \times (a^8)^{\frac{1}{4}} =$

۶۶ هریک از جمله‌های ستون اول را به یک عبارت مناسب از ستون دوم مرتبط کرده و بنویسید. (در ستون دوم، دو مورد اضافی است).

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

| ستون اول                             | ستون دوم                           |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| الف) ریشه یا ریشه‌های چهارم عدد ۱۵ - | $\sqrt[3]{15} (a)$                 |
| ب) ریشه یا ریشه‌های هفتم عدد ۱۵      | $-\sqrt[4]{15}, \sqrt[4]{15} (b)$  |
|                                      | $-\sqrt[3]{15}, +\sqrt[3]{15} (c)$ |
|                                      | $(d)$ وجود ندارد.                  |



تابع نمایی



۶۷ جمعیت شهری در سال ۲۰۲۰ میلادی حدود ۱۰۰۰۰۰ نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ یک درصد در حال

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۱ میلادی چند نفر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۶۸ نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = (\frac{1}{e})^x$  را رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۶۹ تابع نمایی  $y = 2^x$  را در نظر بگیرید:

الف جدول مقابل را کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

|           |    |   |   |
|-----------|----|---|---|
| $x$       | -۱ | ۰ | ۱ |
| $y = 2^x$ |    |   |   |

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

ب نمودار مختصاتی  $y = 2^x$  را رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۷۰ نمودار تابع نمایی  $y = 3^x$  را با مشخص کردن نقطه برخورد با محور عرض‌ها، رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۷۱ به کمک جدول، تابع  $y = 2^x$  را رسم کنید. مقدار تقریبی  $2^{\frac{1}{2}}$  را از روی نمودار به دست آورید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۷۲ جمعیت کشوری در پایان سال ۲۰۲۲ میلادی حدود ۴۰ میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

سال کاهش باشد، جمعیت آن کشور در پایان سال ۲۰۲۴ چند نفر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

۷۳ نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = 2^x$  را رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۷۴ جمعیت کشوری در سال ۲۰۲۳ میلادی، حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور

به صورت نمایی و با نرخ دو درصد در حال کاهش باشد، جمعیت این کشور در سال ۲۰۲۴ میلادی چند نفر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۷۵ پدر احسان قصد دارد مبلغ ۵۰ میلیون تومان برای راه‌اندازی یک شرکت تولیدی دانش‌بنیان سپرده‌گذاری کند، اگر بانک سالانه ۱۰ درصد

به سپرده‌ها سود پرداخت کند، پدر احسان بعد از ۲ سال چه مبلغی دریافت می‌کند؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۷۶ شخصی چهل میلیون تومان در یک شرکت تولیدی در راستای حمایت از تولید ملی سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر در پایان هر سال ۳۰ درصد

سود علی‌الحساب به او پرداخت شود، پس از دو سال سرمایه او چقدر خواهد شد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۷۷ نمودار تابع نمایی  $y = (\frac{5}{3})^x$  را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۷۸ اگر مقدار اولیه ماده‌ای ۱۰۰۰ گرم باشد و سالانه ۱۰ درصد مقدار آن کاهش یابد، پس از دو سال مقدار ماده باقیمانده چقدر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳





۷۹ نرخ افزایش قیمت کتاب درسی در ایران، ۲۰ درصد در سال است. اگر قیمت یک کتاب درسی در سال جاری ۱۵۰۰۰ تومان باشد، پس از گذشت ۲ سال، قیمت آن چند تومان خواهد شد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۸۰ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف در تابع نمایی  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، وقتی  $x$  بزرگ می‌شود، مقدار  $y$  افزایش می‌یابد.

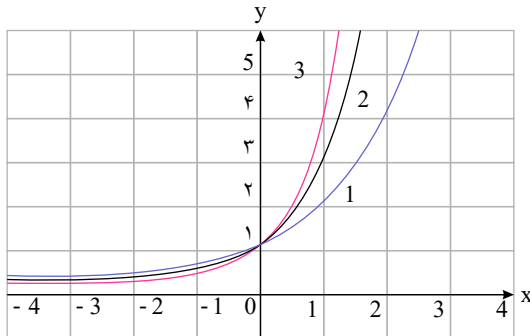
۸۱ جمعیت نوزادان یک شهرستان، در سال ۱۴۰۳ شمسی، ۲۰۰۰ نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت نوزادان این شهرستان با نرخ ۲ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت نوزادان متولدشده در سال ۱۴۰۴ شمسی چند نفر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

مرجع: امتحان نهایی - ۱۳۹۹

۸۲ نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = 3^x$  را رسم کنید.

۸۳ نمودارهای توابع  $f(x) = 3^x$ ،  $f(x) = 2^x$  و  $f(x) = 4^x$  در شکل زیر رسم شده‌اند. ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.



مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۰

۸۴ طی چند سال اخیر، جمعیت گونه‌ای از پرندگان هر سال نسبت به سال قبل ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. اگر جمعیت آنها در حال حاضر، ۱۰۰۰۰ (ده هزار) باشد، پس از گذشت دو سال، جمعیت آنها چه تعداد خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۸۵ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف نمودار تابع نمایی  $y = 3^{-x}$ ، نموداری کاهشی است.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۳

۸۶ نمودار تابع  $y = 4^x$  را رسم کنید.

۸۷ جمعیت یک روستا ۴۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این روستا به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۱۰ درصد در سال افزایش یابد، آنگاه جمعیت این روستا بعد از ۲ سال چند نفر خواهد شد؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۸۸ جمعیت کشوری در سال ۲۰۲۰ میلادی حدود ده میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ ۱۴۰۱ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۱ میلادی چند نفر خواهد بود؟

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۱

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۲

۸۹ نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = 3^x$  را رسم کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

۹۰ جاهای خالی را با عدد مناسب، کامل کنید.

مرجع: امتحان نهایی - ۱۴۰۴

الف نمودار  $y = 3^x$  محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ..... قطع می‌کند.



## پاسخنامه تشریحی

$$a_n = a_1 r^{n-1} \longrightarrow 9 = a_1 r^2, \quad 243 = a_1 r^5$$

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{243}{9} = \frac{r^5}{r^2} \longrightarrow r^3 = 27 \longrightarrow r = 3$$

$$a = a_1 r^2 \xrightarrow{r=3} 9 = a_1 \times 3^2 \rightarrow a_1 = 1$$

$$a_{10} = 1 \times 3^9 = 3^9$$

$$\text{الف) } \frac{1}{12\frac{1}{11}} = \frac{1}{\sqrt[11]{12}}$$

$$\text{ب) } 25^{\frac{1}{5}}$$

$$a_r = \frac{8-3}{2+3} = \frac{5}{5} = 1, \quad b_r = 3^{r-1} = 3, \quad c_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$$

$$a_r + b_r + c_1 = 1 + 3 + 1 = 5$$

۴ رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  جمله عمومی دنباله هندسی است که در آن  $a_1$  جمله اول و  $r$  نسبت مشترک دنباله است؛ داریم:

$$r = \frac{\frac{1}{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = 2$$

$$\frac{a_{10}}{a_7} = \frac{a_1 r^9}{a_1 r^6} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3 = 8$$

$$b_4 = 16, \quad a_r = 3, \quad c_r = 1 \Rightarrow b_4 + a_r - c_r = 16 + 3 - 1 = 18$$

$$r = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = 3$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

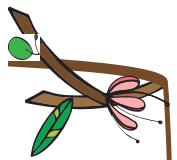
$$a_n = a_1 r^{n-1} \xrightarrow{a_1=3, r=3} a_n = 3 \times 3^{n-1} = 3^n$$

$$a_n = 3^n \xrightarrow{n=10} a_{10} = 3^{10}$$

نکته: معادله کلی رشدنمایی، به صورت  $f(t) = c(1+r)^t$  که در آن  $f(t)$  بیانگر مقدار نهایی،  $c$  بیانگر مقدار اولیه،  $r$  بیانگر میزان رشد و تغییرات برحسب اعشار و  $t$  بیانگر زمان است.

$$f(2) = 20 \times 10^6 (1 + 1\%)^2 = 20,402 \times 10^6$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_7 = \frac{1(1-4^7)}{1-4} = 1365$$



۹ با ضرب هر جمله از این دنباله در عدد ۲ جمله بعدی به دست می آید، پس نسبت مشترک عدد ۲ است ( $r = 2$ )

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$$

$\swarrow \quad \searrow$   
 $\times 2 \quad \times 2$

$$r = 2, a_1 = \frac{1}{8}, a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_9 = \frac{1}{8} \times (2)^8 = 32, a_6 = \frac{1}{8} \times (2)^5 = 4$$

$$\frac{14}{a_9 - a_6} = \frac{14}{32 - 4} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

پس داریم:

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4}$$

$$(0.8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(0.8)^2}$$

$$\sqrt[5]{(21)^4} = 21^{\frac{4}{5}}$$

$$\sqrt[4]{(0.47)^3} = (0.47)^{\frac{3}{4}}$$

$$\text{الف) } \frac{a^{\frac{r}{s}}}{a^{\frac{r}{t}}} = \frac{a^r}{a} = a$$

$$\Rightarrow 5^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 5^0 = 1$$

۱۲ الف دنباله  $2, 8, 32, \dots$  دنباله ای هندسی با نسبت مشترک  $r = 4$  است.

ب) دنباله  $2, 8, 14, \dots$  دنباله حسابی است.

پ) دنباله  $10, 100, 1000, \dots$  دنباله هندسی با نسبت مشترک  $r = 10$  است.

$$a_9 = a_1 r^8 \Rightarrow a_9 = \frac{1}{27} \times 3^8 \Rightarrow a_9 = 243$$

ثابت

$$\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{10}$$

۱۵ گزینه ۱، یک

$$a_n = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n \quad \text{یا} \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{5} \quad a_1 = 1$$

$$(x-3)(x+5) = 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -6 \end{cases}$$

۱۰

الف

ب

پ

ت

۱۱

۱۴

الف

ب

۱۶

الف

ب

۱۷

$x = 4$  قابل قبول است.

۱۸

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 9 \\ a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n \\ \text{یا} \\ \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

۱۹

$$\left\{ \begin{array}{l} a_7 = 27 \rightarrow a_1 r^6 = 27 \\ a_8 = 729 \rightarrow a_1 r^7 = 729 \rightarrow \frac{a_1 r^7}{a_1 r^6} = \frac{729}{27} \\ \rightarrow r^1 = 27 \rightarrow r = 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 r^6 = 27 \rightarrow a_1 \times 9 = 27 \rightarrow a_1 = 3 \\ a_9 = a_1 r^8 \rightarrow 3 \times 3^8 = 3^9 \end{array} \right.$$

$$r^{5-2} = \frac{729}{27} = 27 \rightarrow r = 3$$

یا

$$a_9 = a_3 \times r^{9-3} \rightarrow a_9 = 27 \times 3^6 = 3^9$$

۲۰

الف

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow 5 \times 3^{n-1} = 640 \Rightarrow 3^{n-1} = 128 \Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

روش دوم: ۶۴۰، ۳۲۰، ۱۶۰، ۸۰، ۴۰، ۲۰، ۱۰، ۵ در نتیجه جمله هشتم برابر ۶۴۰ است.

ب

$$S_4 = \frac{5(1-2^4)}{1-2} = \frac{5(1-16)}{-1} = \frac{5(-15)}{-1} = 5 \times 15 = 75$$

۲۱

$$2, 4, 8, 16 \quad r^2 = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow r = 2$$

۲۲

الف

خبر یا دنباله کاهشی است.

ب

$$a_1 = \frac{1}{3}, r = \frac{1}{2}, a_n = a_1 \times r^{n-1} \rightarrow a_8 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{128} = \frac{1}{384}$$

۲۳

$$a_1 = 3, r = 2 \quad S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \rightarrow S_7 = \frac{3(1-2^7)}{1-2} = 381$$

۲۴

الف

$$\frac{1}{2}$$

ب

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n, a_1 = 2 \quad \text{یا} \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}, a_1 = 2$$

پ

روش اول:

$$\frac{a_{10}}{a_7} = \frac{\frac{1}{326}}{\frac{1}{32}} = \frac{1}{8}$$

روش دوم:



$$\frac{a_{10}}{a_7} = r^{10-7} = r^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

روش سوم:

$$\frac{a_{10}}{a_7} = \frac{a_7 \times r^3}{a_7} = r^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

۲۵ می‌دانیم در هر دنباله هندسی با سه جمله متوالی  $c$  و  $b$  و  $a$ ،  $b$  واسطه هندسی  $a$  و  $c$  است و  $b^2 = ac$  پس در این دنباله:

$$b^2 = 2 \times 18 = 36 \Rightarrow b = \pm 6$$

با در نظر گرفتن  $b = 6$ ، قدرنسبت نیز برابر  $\frac{6}{2} = 3$  خواهد بود. پس جملات خواسته شده عبارت‌اند از:

۲، ۶، ۱۸، ۵۴، ۱۶۲، ۴۸۶

۲۶

الف

۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان

ب

۲۰ درصد

پ

روش اول:

$$f(2) = 1000000 \times (1 + 0.2)^2 = 1440000$$

روش دوم:

$$1000000 \times 1.2 = 1200000 \Rightarrow 1200000 \times 1.2 = 1440000$$

۲۷

الف

$$r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

در این دنباله هر جمله از ضرب عدد  $\frac{1}{3}$  در جمله قبلی بدست می‌آید.

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n, \quad a_1 = 9$$

ب

$$a_n = a_1 r^{n-1} \stackrel{a_1=9, r=\frac{1}{3}}{=} 9\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 3^2 3^{1-n} = 3^{3-n}$$

۲۸

با توجه به دنباله، هر جمله در عدد ۳ ضرب شده و جمله بعدی به دست آمده است، یعنی نسبت مشترک عدد ۳ است.

$$4, 12, 36, 108, 324$$

$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & & \nearrow & & \nearrow & \\ & \times 3 & & \times 3 & & \times 3 & \end{array}$

۲۹

$$x-3, 4, x+3 \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} 4^2 = (x-3)(x+3) \Rightarrow 16 = x^2 - 9 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases}$$

۳۰

الف

دنباله داده شده هندسی با  $r = 5$  است پس:

۱، ۵، ۲۵، ...

$$a_{n+1} = 5a_n, \quad a_1 = 1$$

ب

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 1 \times 5^{n-1} \Rightarrow a_6 = 1 \times 5^5 = 5^5 = 3125$$

۳۱

الف

با توجه به جمله دوم و پنجم داریم:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\frac{a_5}{a_7} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r} = r^5 = \frac{48}{6} \Rightarrow r^5 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_7 = 6 \Rightarrow a_1 r = 6 \xrightarrow{r=2} 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_7 = a_1 r^6 = 3 \times 2^6 = 192$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)} \Rightarrow S_7 = \frac{3(1-2^7)}{(1-2)} = 3 \times 127 = 381$$

$$a_9 = 6(2)^{9-1} = 6 \times 2^8 = 1536$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \Rightarrow S_{10} = \frac{6(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 6 \times 1023 = 6138$$

$$\frac{a_5}{a_7} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r^6} \Rightarrow \frac{256}{32} = r^2 \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_7 = 32 \Rightarrow 2a_1 = 32 \Rightarrow a_1 = 16 \\ a_7 = a_1 \times r^6 = 16 \times 2^6 = 1024 \\ a_7 = a_5 \times r^2 = 256 \times 4 = 1024 \\ a_7 = a_7 \times r^0 = 32 \times 32 = 1024 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{2}{3} \\ \frac{a_{n+1}}{a_n} = 3 \end{array} \right. \quad \text{یا} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{2}{3} \\ a_{n+1} = 3a_n \end{array} \right.$$

$$S_7 = \frac{\frac{2}{3}(1-3^7)}{1-3} = \frac{\frac{2}{3}(1-2187)}{-2} = \frac{\frac{2}{3}(-2186)}{-2} = \frac{-2 \times 2186}{-2} = \frac{2186}{1} = 2186$$

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$a_n = 2 \times 3^{n-1}$$

$$S_7 = \frac{2(1-3^7)}{1-3} = \frac{2(1-2187)}{-2} = \frac{2(-2186)}{-2} = 2186$$

$$a_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

ب

۳۲

الف

۳۳

۳۴

الف

ب

۳۵

هر کدام از سه روش درست است.

۳۶

الف

ب

۳۷

الف

ب

پ

۳۸

الف

ب



$$S_6 = \frac{1(1 - (\frac{1}{2})^6)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{63}{4}$$

۳۹  
الف  
هندسی

۴۰

۳: دنباله هندسی و نسبت مشترک آن ۳ است:

الف

۴۱

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 5 \times 3 \\ a_r = 5 \times 3^r \end{array} \right\} \rightarrow r = \frac{a_r}{a_1} = 3$$

$$a_f = \frac{1}{2} \quad a_d = \frac{1}{4} \quad a_s = \frac{1}{8} \quad a_v = \frac{1}{16}$$

$$b) S_d = \frac{a_1(1 - r^5)}{1 - r} = \frac{4(1 - (\frac{1}{2})^5)}{1 - (\frac{1}{2})} = \frac{31}{4}$$

$$a) (m^{\frac{5}{6}}n)(mn^{\frac{5}{6}}) = m^{\frac{5}{6}}n^{\frac{5}{6}} = (mn)^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{(mn)^5}$$

$$b) (8 \times \frac{3}{4})^{\frac{5}{6}} = 12^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{(12)^5} = \sqrt[6]{144}$$

۴۲

۴۳

الف

ب

$$\left( \frac{3^4}{2^6} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3^2}{2^3} = \frac{9}{8}$$

$$3^{0.26} + 3^{0.74} = 3^{(0.26+0.74)} = 3^1 = 3$$

۴۴ الف ۲

ب ۲ و -۲

پ ۳

۴۵

الف

۴۶

۴۷

الف

ب

پ

نادرست. اعداد توان دار با توان گویا (کسری) فقط برای اعداد مثبت و صفر تعریف شده است. پس  $\frac{1}{3}(-7)$  تعریف نشده است.

$$8^x \times 8^3 = 8^{10} \Rightarrow 8^{x+3} = 8^{10} \Rightarrow x+3 = 10 \Rightarrow x = 7$$

$$16^{\frac{1}{3}}$$

$$7^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{6-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{11}{2}}$$



$$\sqrt[r]{\sqrt{a}}, -\sqrt[r]{\sqrt{a}}$$

$$\left( \frac{\frac{-1}{a^3}}{\frac{-1}{a^6}} \right)^{-6} = \frac{a^r}{a^1} = a$$

$$\left( a^{-\frac{1}{3} - (-\frac{1}{6})} \right)^{-6} = \left( a^{-\frac{1}{6}} \right)^{-6} = a$$

$$(3)^{\frac{1}{2}} \times (12)^{\frac{1}{2}} \times (0.7)^0 = (3 \times 12)^{\frac{1}{2}} \times 1 = (36)^{\frac{1}{2}} = 6$$

$$\left( \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} \right)^{-4} = \frac{3^{+2}}{3^{+1}} = 3^1 = 3$$

$$\left( \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} \right)^{-4} = (3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}})^{-4} = (3^1)^{-4} = 3^1 = 3$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{12^4}} \text{ یا } \sqrt[5]{\left(\frac{1}{12}\right)^4} \text{ یا } \sqrt[5]{12^{-4}}$$

$$\frac{x^6 \times 14^2}{2^8} = 78 \rightarrow x^6 \times 14^2 = 7^8 \times 2^8$$

$$x^6 \times 14^2 = 14^8 \rightarrow x^6 = 14^6 \quad x = 14$$

$$3^{0.14 + 0.86} = 3^1 = 3$$

$$16^{\frac{1}{2}} = 4 \text{ یا } \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = 4 \text{ یا } 2^{\frac{2}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 4$$

۴۸

الف

نادرست

۴۹ گزینه ۲ و ۷

۵۰

الف

۲ و -۲

۵۱

الف

۵۲

الف

ب

۵۳ گزینه ۱، یعنی  $-\frac{1}{4}$

۵۴ روش اول:

روش دوم:

۵۵

۵۶

۵۷

الف

-۳

۵۸

الف

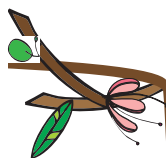
(ب)

۵۹

الف

نادرست

۶۰



الف

$$\sqrt[3]{(41)^2} \text{ و } (7,1)^{\frac{1}{2}}$$

۶۱

الف

نادرست

۶۲

الف

کاهش می‌یابد.

ب

نقطه (۰, ۱) یا ۱

پ

۶۳

الف

درست؛

۶۴

الف

+۲, -۲

۶۵

۶۶

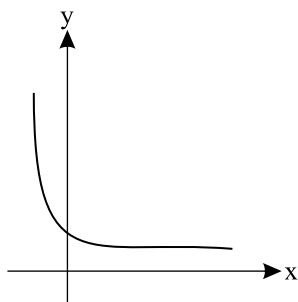
الف)  $d$  یا وجود ندارد.

۶۷

معادله کلی زوال نمایی به فرم  $f(t) = c(1-r)^t$  است که در آن  $f(t)$  بیانگر مقدار نمایی،  $c$  بیانگر مقدار اولیه،  $r$  بیانگر میزان نزول بر حسب اعشار و  $t$  بیانگر زمان است.

$$f(t) = c(1-r)^t \xrightarrow{c=100000, r=0.01} f(1) = 100000(1-0.01) \Rightarrow f(1) = 99000$$

۶۸



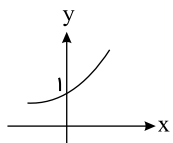
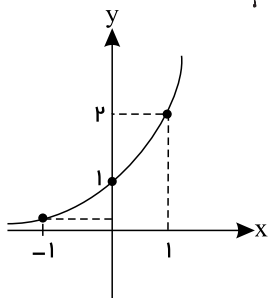
| $x$                   | -1 | 0 | 1             |
|-----------------------|----|---|---------------|
| $y = (\frac{1}{4})^x$ | 4  | 1 | $\frac{1}{4}$ |

| $x$       | -1            | 0 | 1 |
|-----------|---------------|---|---|
| $y = 2^x$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |

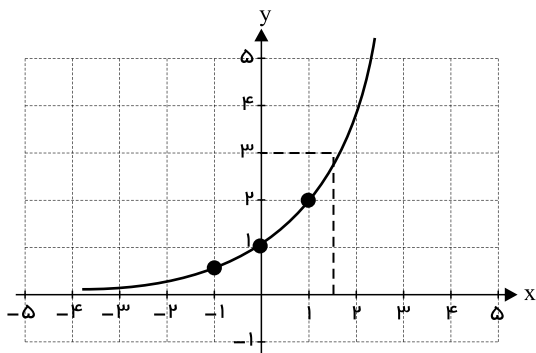
۶۹

الف

ب

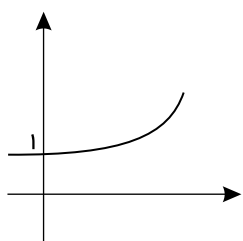


|     |               |   |   |
|-----|---------------|---|---|
| $x$ | -1            | 0 | 1 |
| $y$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |



$$f(t) = c(1 - r)^t$$

$$۴۰,۰۰۰,۰۰۰(1 - ۰/۰۱)^۲ = ۴۰,۰۰۰,۰۰۰ \times ۰/۹۹^۲ = ۳۹,۲۰۴,۰۰۰$$



$$f(t) = c(1 - r)^t = ۲۰۰۰۰۰۰(1 - ۰/۰۲)^1$$

$$۲۰۰۰۰۰۰(۰/۹۸) = ۱۹۶۰۰۰۰$$

$$f(t) = C(1 + r)^t \Rightarrow$$

$$f(t) = ۵۰۰۰۰۰۰(1 + ۰/۱)^۲ = ۵۰۰۰۰۰۰(1,۱)^۲ = ۶۰,۵۰۰,۰۰۰$$

$$f(۲) = ۴۰۰۰۰۰۰ \times (1 + \frac{۳۰}{۱۰۰})^۲ = ۴۰۰۰۰۰۰ \times (1,۳)^۲ = ۴۰۰۰۰۰۰ \times (1,۶۹) = ۶۷۶۰۰۰۰$$

یا

$$f(۲) = ۴۰ \times (1 + \frac{۳۰}{۱۰۰})^۲ = ۴۰ \times (1,۳)^۲ = ۴۰ \times (1,۶۹) = ۶۷,۶ \text{ (میلیون تومان)}$$

۷۰

۷۱

عددی بین ۲ و ۳ یا عددی نزدیک به ۳

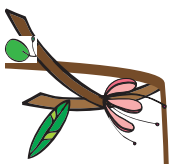
۷۲

۷۳

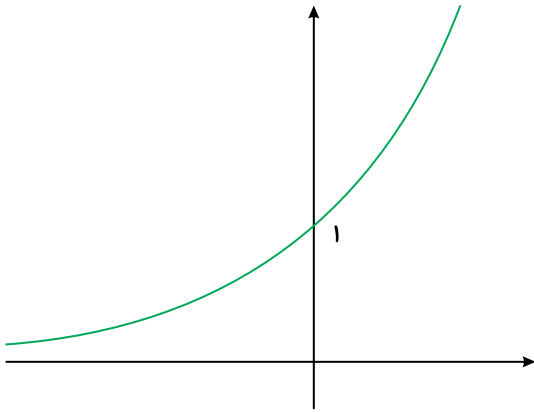
۷۴

۷۵

۷۶



۷۷



۷۸

$$f(2) = 1000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)^2 = 1000 \times (0.9)^2 = 810$$

۷۹

$$y = 15000(1 + 0.20)^2 = 15000(1.2)^2 = 21600$$

۸۰

الف

نادرست

۸۱ روش اول:

$$f(t) = c(1+r)^t \rightarrow f(1) = 2000(1 + 0.2) = 2400$$

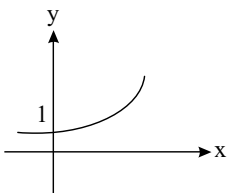
روش دوم:

$$f(t) = 2000 \times \left(\frac{1.2}{1.0}\right) = 2400$$

روش سوم:

$$f(t) = 2000 \times \frac{2}{1.0} = 4000 \rightarrow 2000 + 4000 = 2400$$

۸۲



|     |               |   |   |
|-----|---------------|---|---|
| $x$ | -1            | 0 | 1 |
| $y$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 3 |

$$f(x) = 4^x \quad \text{شماره (۳)} \quad f(x) = 3^x \quad \text{شماره (۲)} \quad f(x) = 2^x \quad \text{شماره (۱)}$$

۸۳

۸۴

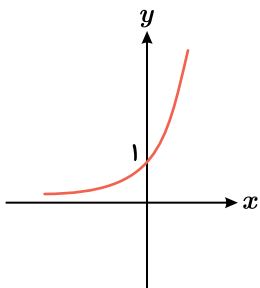
$$y = 10000 \times (1 - 0.2)^2 = 10000 \times (0.8)^2 = 6400$$

۸۵

الف

درست

۸۶ نمودار تابع به شکل زیر رسم می‌شود که محور  $y$  ها را در نقطه  $(0, 1)$  قطع می‌کند و محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند.



۸۷ روش اول:

$$\begin{cases} f(t) = c(1+r)^t = 4000(1+0.10)^t = 4000 \times 1.21 = 4840 \\ \text{یا} \\ 4000(1.1)^t = 4000 \times 1.21 = 4840 \end{cases}$$

روش دوم: اگر  $a_n$  جمعیت روستا بعد از  $n$  سال باشد:

$$a_1 = 4000 \times (1.1) = 4400$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \Rightarrow a_2 = a_1 \times r^1 = 4400 \times (1.1)^1 = 4840$$

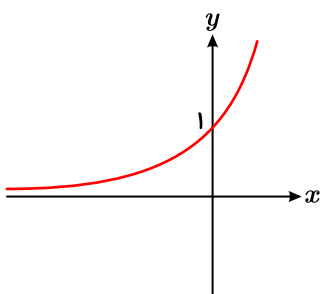
روش سوم:

$$4000 \times \frac{10}{100} = 400 \Rightarrow 4000 + 400 = 4400, \quad 4400 \times \frac{10}{100} = 440 \Rightarrow 4400 + 440 = 4840$$

۸۸

۸۹

$$y = 1000000(1+0.1) = 1010000$$



۹۰

الف  
یکی