



بیستوفیل

جزوه سوالات حسابان

پایه دوازدهم

رشته ریاضی

بهترین سوالات امتحانی

پاسخنامه تشریحی

پوشش کامل فصل های کتاب



بچه‌ی نوتروفیلی من ، سلام 🍷

به رسم همیشه که توی این مسیر کنارت بودیم ، این بار هم یک مجموعه سوال برای شب امتحانات آماده کردیم که با کار کردنشون تسلط رو افزایش بدی و به امید خدا بری واسه نمره‌ی ۲۰ 🍷

جان دلم نترسی از سختی امتحانات اگه به کتاب درسی کاملاً مسلط باشی و این مجموعه سوال رو هم به عنوان مکمل حل کنی مطمئن باش نمره‌ت بهتر از چیزی که فکرش رو کنی میشه 🍷

یادت باشه امتحانات نهایی رو جدی رو بگیری چون با نمره‌ی خوب این امتحانات کار کنکور رو خیلی آسون میکنی

یه حرف دلی هم دارم با بچه‌هایی که کمی دیرتر شروع کردن ...

مبادا خودت رو ببازی بچه‌ی من امید دارم بهت و میدونم اگه خوب بخونی قطعاً میتونی نمره‌ی عالی بگیری پس پر قدرت بریم واسه ترکوندن امتحانات 🍷

یادت نره این فایل رو برای اون دوستت که بهش احتیاج داره بفرستی و جزئی از این زنجیره‌ی عشق و مهربونی باشی 🍷



دوست همیشگی تو ، نوتروفیل

روش مطالعه :

قبل از هر چیزی نیاز به یه درسنامه ی خلاصه که البته تمام نکات رو پوشش داده باشه ، داری . اگر در مبحثی هم خیلی ضعیف بودی میتونی از کلیپ های آموزشی به جای درسنامه استفاده کنی .
بعد از این باید بری سراغ کتاب درسی و به تمام تمرین هاش مسلط بشی .
از حل این مجموعه سوال خفنی هم که گذاشتیم برات غافل نشو .
یادت باشه حسابان درسی حفظی نیست و برای تسلط بیشتر فقط باید سوال حل کنی و تمرین کنی تا ایرادات رفع بشه .



بارم بندی حسابان دوازدهم

شهریور و دی	نوبت دوم	نوبت اول	محدوده فصل	فصل
۳/۵	۳	۷	کل	۱
۳	۳	۶	کل	۲
۳	۳	۷	کل	۳
۶	۶		کل	۴
۴/۵	۵		کل	۵
۲۰	۲۰	۲۰		جمع



فہرست

۶.....	فصل اول
۲۰.....	پاسخنامہ فصل اول
۳۹.....	فصل دوم
۴۸.....	پاسخنامہ فصل دوم
۶۳.....	فصل سوم
۷۶.....	پاسخنامہ فصل سوم
۹۰.....	فصل چہارم
۱۱۲.....	پاسخنامہ فصل چہارم
۱۳۹.....	فصل پنجم
۱۴۸.....	پاسخنامہ فصل پنجم

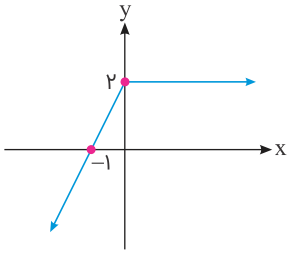


حسابان دوازدهم (ریاضی)

فصل اول

۱ نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع f را بررسی کنید.

۲ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.



الف نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{p}x\right)$ را رسم کنید.

ب مقدار $g(5)$ را به دست آورید.

۳ اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را بیابید.

۴ اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{p}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود x را به دست آورید.

هریک از جمله‌های زیر را با عبارت یا عدد مناسب، کامل کنید.

۵ تابع، هم صعودی و هم نزولی است.

۶ در تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر $x + 2$ ، باقی‌مانده تقسیم برابر است.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

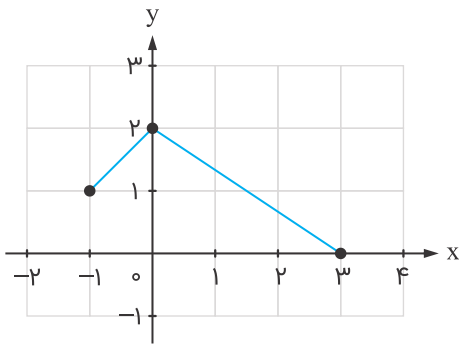
۷ تابع $y = f(x)$ ، با دامنه \mathbb{R} مفروض است. برد تابع‌های $y = f(3x)$ و $y = f(5x)$ یکسان است.

۸ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & ; x < 0 \\ x^2 & ; x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید. بزرگ‌ترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.

به سؤالات زیر، پاسخ دهید.

۹ اگر نمودار تابع f ، به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(2x + 1)$ را به کمک آن رسم کنید.





۱۰ اگر دامنه تابع g ، بازه $[-2, 4]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $k(x) = 3g(-2x)$ را به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب، کامل کنید.

۱۱ اگر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در راستای محور x ها، دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را $g(x)$ بنامیم، آنگاه نمودار تابع $g^{-1}(x)$ ، از ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۲ اگر n ، عدد طبیعی زوج و a ، عدد حقیقی باشد، آنگاه چندجمله‌ای $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است.

۱۳ نمودار تابع $y = -x^3 + 2$ را رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.

۱۴ اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - k$ بخش پذیر باشد، مقدار k را بیابید.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.

۱۵ اگر بازه $[-2, 1]$ دامنه تابع $f(x)$ باشد، دامنه تابع $f(3x + 1)$ برابر است.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۶ چندجمله‌ای $P(x) = (2 - x)^2(x + 1)^3$ یک چندجمله‌ای از درجه ۵ است.

۱۷ اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.

۱۸ اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$ باشد، حدود x را بیابید.

۱۹ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $(x - 2)$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد.

۲۰ نمودار تابع $y = \cos(2x) - 1$ را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ رسم کنید.

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

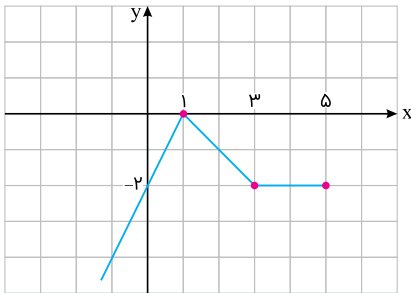
۲۱ اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید.

۲۲ چندجمله‌ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x - 1$ یک عامل آن باشد.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۲۳ اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.

۲۴ نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است، نمودار تابع $y = -f(2x - 1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.



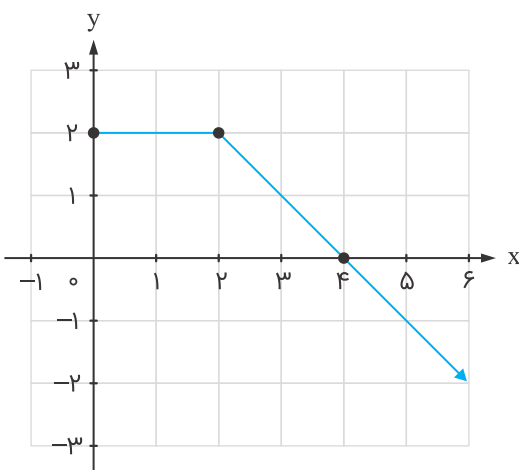
جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۲۵ تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.

۲۶ تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ ، در بازه $(-\infty, a]$ ، اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a ، برابر است.

۲۷ در شکل زیر، نمودار تابع f رسم شده است.



الف نمودار تابع g ، با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید.

۲۸ به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را رسم کنید.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۲۹ تابع $f(x)$ در بازه شامل a و b صعودی است، اگر $f(a) \leq f(b)$ آنگاه: $a \leq b$

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۳۰ اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از $y = f(x)$ نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید.

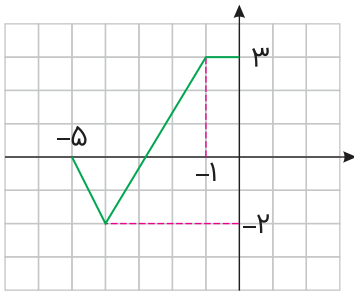
۳۱ ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در بازه $[0, 4]$ رسم کنید. به کمک نمودار $f(x)$ نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد g را تعیین کنید.

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۳۲ نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است.

۳۳ نمودار تابع f به صورت زیر است.

دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید.



درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۴ نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ ، از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید.

۳۵ باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

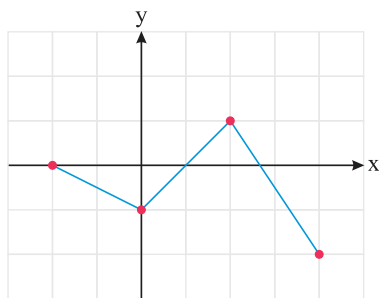
۳۶ تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه تعریفش صعودی است.

۳۷ اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید.

۳۸ ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & ; x \geq 1 \\ -2 & ; 0 \leq x < 1 \\ |x+1| & ; x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً

صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{p}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.



۴۰ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه سوم است.

ب نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از نمودار تابع $y = x^3$ است.

پ هر تابع یکنوا، یک‌به‌یک است.

۴۱ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید.

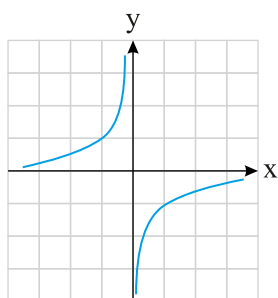
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۴۲ تابع $y = \sqrt[3]{x} - \pi x + 1$ یک تابع چندجمله‌ای است.

۴۳ تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش یکنواست.

۴۴ مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^3 - ax + b$ بر $(x - 2)$ بخش‌پذیر باشد و باقی‌مانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد.

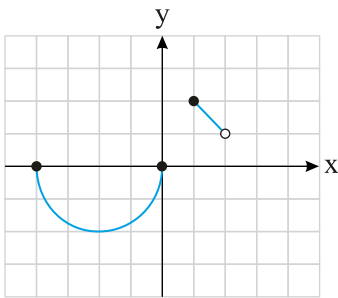
۴۵ با توجه به نمودار تابع زیر، تعیین کنید:



الف تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است.

ب آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟

۴۶ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = f(1 - x) + 1$ را رسم کنید.



جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۴۷ اگر برد تابع $y = \sqrt{x}$ بازه $[0, 2]$ باشد، برد تابع $y = 2 + \sqrt{x - 2}$ برابر است.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۴۸ عبارت $x^{16} + 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است.

۴۹ چندجمله‌ای $x^6 - 1$ را با عامل $x - 1$ تجزیه کنید.

۵۰ عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.

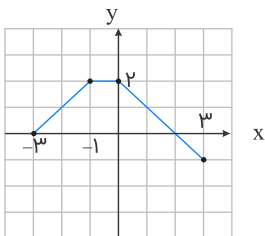
درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۵۱ بی‌شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.

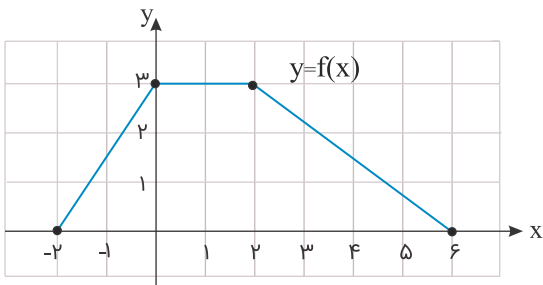
۵۲ نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.

۵۳ اگر چندجمله‌ای $x^2 + ax - 8$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید.

۵۴ نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

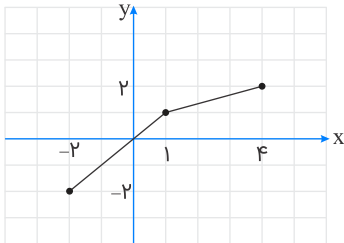


۵۵ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید.



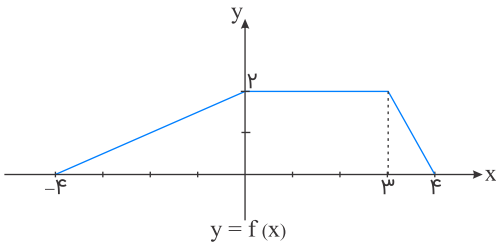
باتوجه به نمودار تابع f که در شکل زیر آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۵۶



با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار $y = \frac{1}{4}f(4x)$ را رسم کنید.

۵۷



درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

۵۸

اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیداً صعودی نیز خواهد بود.

۵۹

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند.

۶۰

با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -3x & ; -1 < x < 0 \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی می‌باشد.

۶۱

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

۶۲

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۶۳ به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، می‌گوییم.

۶۴ باقی‌مانده تقسیم عبارت‌های $p(x) = x^3 + ax + 1$ و $q(x) = 2x^2 - x + 1$ بر $(x + 2)$ یکسان می‌باشد. مقدار a را بیابید.

۶۵ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $(x - 2)$ و $(x + 1)$ بخش‌پذیر باشد.

۶۶ چندجمله‌ای $x^5 + 3x^2$ را بر حسب عامل $(x + 2)$ تجزیه کنید.

۶۷ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $(x + 2)$ و $(x - 1)$ بخش‌پذیر باشد.

۶۸ اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{p}\right)$ را بیابید.

۶۹ در چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد.

۷۰ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف نقطه $(-8, 6)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-8, 12)$ روی نمودار $y = \frac{1}{p}f(x)$ متناظر است.

ب نمودار تابع $y = -(x - 3)^3$ را می‌توان با 3 واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به سمت راست رسم کرد.

پ تابع $f(x) = x^2 - 4x$ روی بازه $[2, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۷۱ اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است.

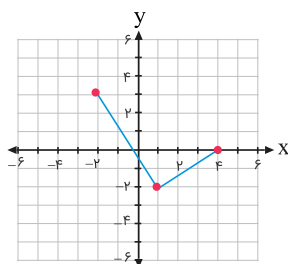
۷۲ اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^4 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر 2 باشد، k را تعیین کنید.

۷۳ اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{p}\right)$ باشد، حدود x را به دست آورید.

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۷۴ اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله است.

۷۵ نمودار تابع f به صورت زیر است:



الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع g را به دست آورید.

در جاهای خالی عبارت مناسب را انتخاب کنید.

۷۶) نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(0, 1)$ ، از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. (بالتر، پایینتر)

۷۷) چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای بخش پذیر است. $(x - 1)$ ، $(x + 1)$

۷۸) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

۷۹) برد تابع f بازه $[-3, 1]$ می‌باشد. برد تابع $y = -2f(3x - 1) + 3$ کدامیک از موارد زیر است؟

(۱) $[-8, 0]$

(۲) $(-12, 0]$

(۴) $[-10, 2)$

(۳) $[1, 9]$

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

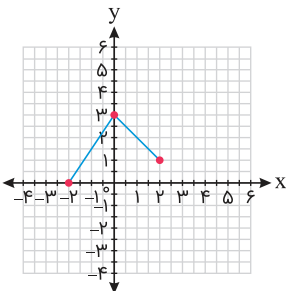
۸۰) باقی‌مانده تقسیم عبارت $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر است.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۸۱) تابع $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه دوم است.

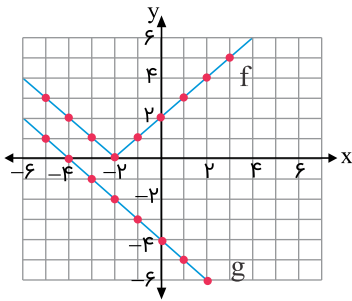
۸۲) تابع $f(x) = x^3$ ، تابعی اکیداً صعودی است.

۸۳) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - 1)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.



۸۴) باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2$ بر $2x + 1$ به دست آورید.

۸۵) نمودار توابع f و g را در نظر بگیرید.



الف نمودار تابع $f(x - 2) - 3$ را رسم کنید.

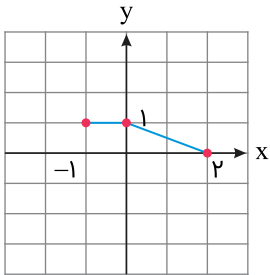
۸۶ به کمک نمودار $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، نمودار تابع $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ را رسم کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۸۷ تابع $y = \sqrt[3]{x} - \frac{3}{4}x$ یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است.

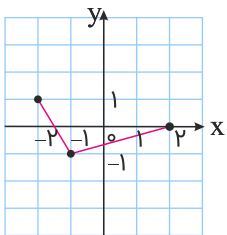
۸۸ ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x - 1|$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.

۸۹ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = f(x - 1) + 2$ را رسم کرده و دامنه تابع $g(x)$ را تعیین کنید.



۹۰ را رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & ; -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & ; -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & ; 1 \leq x \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی می‌باشد.

۹۱ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.



۹۲ در $\left(\frac{1}{81}\right)^{10-2x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)$ حدود x را به دست آورید.

۹۳ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.



نوטר و فیل خونه رتبه برترها

قبول های کنکور ۱۴۰۳



تک رقمی نوטר و فیل

رتبه ۲



محمدعلی موسی پور

دو رقمی های نوטר و فیل

رتبه ۶۸



منیره زمانی

رتبه ۶۱



مهديه اسدی

رتبه ۴۸



محمدحسین هاشمی

سه رقمی و چهار رقمی های نوטר و فیل

رتبه ۱۹۵



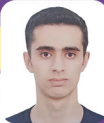
سید حسین تقوی

رتبه ۱۳۴



امیرمحمد ملکشاهی

رتبه ۱۱۲



امیرمحمد شریفی کلوری

رتبه ۵۱۶



سحر کاظمی جوجیلی

رتبه ۵۰۹



علیرضا شهسواری

رتبه ۴۲۸



مهديه اسدی ارزنه ئی

رتبه ۳۵۷



فاطمه مروت بلسی

رتبه ۶۳۹



هلیا رضایی

رتبه ۶۲۷



فریما آقاپور

رتبه ۶۰۳



ریحانه فلاح امینی

رتبه ۵۷۵



هانیه گنجعلی

رتبه ۸۰۵



لعیا زنگنه قاسم آبادی

رتبه ۷۹۳



سارینا تقی زاده

رتبه ۶۷۴



علی اسدی

رتبه ۶۶۸



فائزه حیدری دهکردی

رتبه ۱۰۲۰



سارا دهقان

رتبه ۹۹۵



جواد فلاحتی

رتبه ۹۱۴



کیانا شیرین فر

رتبه ۸۸۱



حلما ناصری

رتبه ۱۱۱۱



رضا نصیری مدیسه

رتبه ۱۰۴۹



محمد خرم آبادی

رتبه ۱۰۲۴



ژینو نادری

رتبه ۱۰۲۰



مهسا پیری

رتبه ۱۲۲۵



سید مهدی حیات غیبی

رتبه ۱۲۲۵



مهدی فیض زاده

رتبه ۱۲۰۴



یکتا سلیمانی پور

رتبه ۱۱۲۵



سمیرا تباوار

رتبه ۱۳۱۶



یسری ابوالمحمدی مله

رتبه ۱۳۰۶



مهتاب کامل

رتبه ۱۲۷۲



نرگس جوانی

رتبه ۱۲۶۷



مهدی آزادبخت

رتبه ۱۵۸۷



مهدی تیموری

رتبه ۱۴۳۹



ریحانه جعفری خیرخواه

رتبه ۱۴۱۶



زینب پارسا صفت

رتبه ۱۴۰۹



غزل قبادی

رتبه ۱۷۲۹



علیرضا انصاری

رتبه ۱۶۶۹



مانده سادات حسینی

رتبه ۱۶۱۹



مهشید خانی

رتبه ۱۵۹۸



محمد رضا دادپور

رتبه ۱۷۸۲



یاسین رئیسی زیدآبادی

رتبه ۱۷۷۶



علی عرب خانی

رتبه ۱۷۴۲



الهه فکاری

رتبه ۱۷۲۹



علی عزیززاده

الف تابع $y = -\log_5 x + 1$ در دامنه خود، یک تابع اکیداً یکنوا است.

۹۴ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۹۵ دامنه توابع چندجمله‌ای برابر \mathbb{R} است.

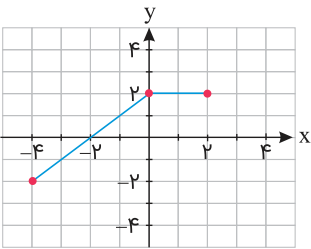
۹۶ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.

۹۷ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است.

در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.

۹۸ تابع $y = (x + 1)^3$ در دامنه تعریف خود (صعودی - نزولی) است.

۹۹ باتوجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = f(-x) + 2$ را رسم کنید.



در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

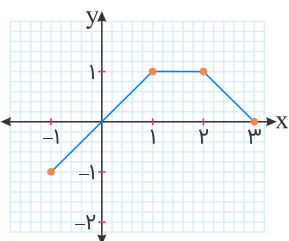
۱۰۰ در بازه $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۰۱ دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

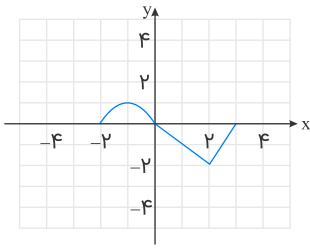
۱۰۲ در تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x - a$ ، باقی‌مانده برابر $p(a)$ است.

۱۰۳ نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = f(2x - 1)$ را رسم، دامنه و برد آن را تعیین کنید.



۱۰۴ با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & ; x \leq 1 \\ -1 & ; x > 1 \end{cases}$ تعیین کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است.

۱۰۵ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.



الف نمودار تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.

ب دامنه تابع $y = 3f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را تعیین کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۰۶ تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است.

۱۰۷ نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌ای این تابع اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۱۰۸ اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ باشد، حدود x برابر است.

۱۰۹ در چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با 4 باشد و بر $x + 2$ بخش‌پذیر باشد.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۱۰ اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی نیز است.

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۱۱۱ تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود، تابع نامیده می‌شود.

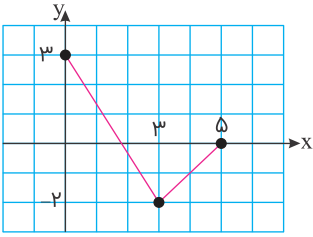
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۱۲ برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است.

۱۱۳ چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دوجمله‌ای $x + 2$ بخش پذیر است.

۱۱۴ اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود x را به دست آورید.

۱۱۵ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(3-x)$ را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید.



به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

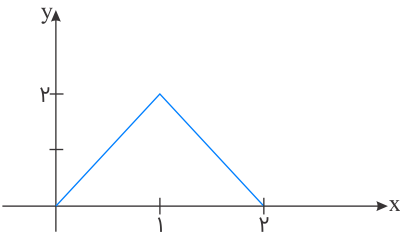
۱۱۶ درجه تابع $f(x) = x^2(1-x)^5$ را مشخص کنید.

۱۱۷ در فاصله $[0, 1]$ از بین دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ ، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟

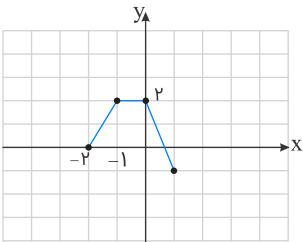
۱۱۸ نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به کدام محور است؟

۱۱۹ تابع $h(x) = |x+2|$ در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟

۱۲۰ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار $y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right)$ را رسم کنید.



۱۲۱ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

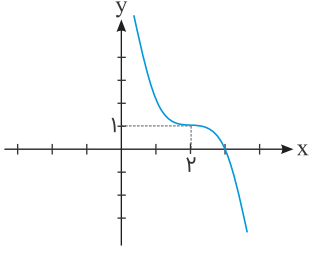


درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۲۲ اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید.

۱۲۳ چندجمله‌ای $x^6 - 1$ را برحسب عامل $(x+1)$ تجزیه کنید.

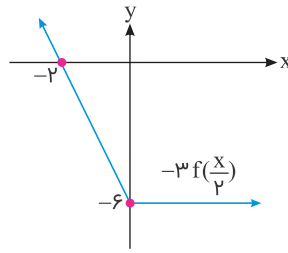
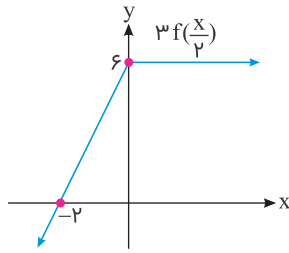
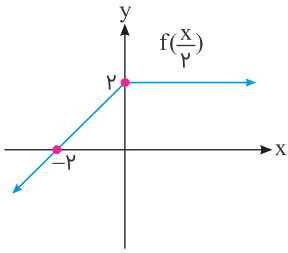
۱۲۴ اگر چندجمله‌ای $f(x) = x^2 + ax - 3$ بر $(x+1)$ بخش پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ را به دست آورید.



اکیداً نزولی (یا نزولی) است.

۲ الف

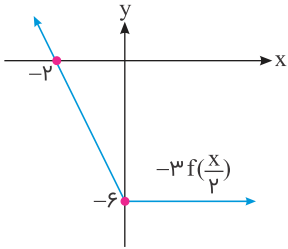
روش اول:



روش دوم: (انتقال نقاط)

$$(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)$$

$$(0, 2) \rightarrow (0, -6)$$



$$g(5) = -6 \quad \text{ب}$$

۳

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow x+1 \geq 2x-3 \Rightarrow x \leq 4$$

۴

پاسخ سؤالات ۵ تا ۶

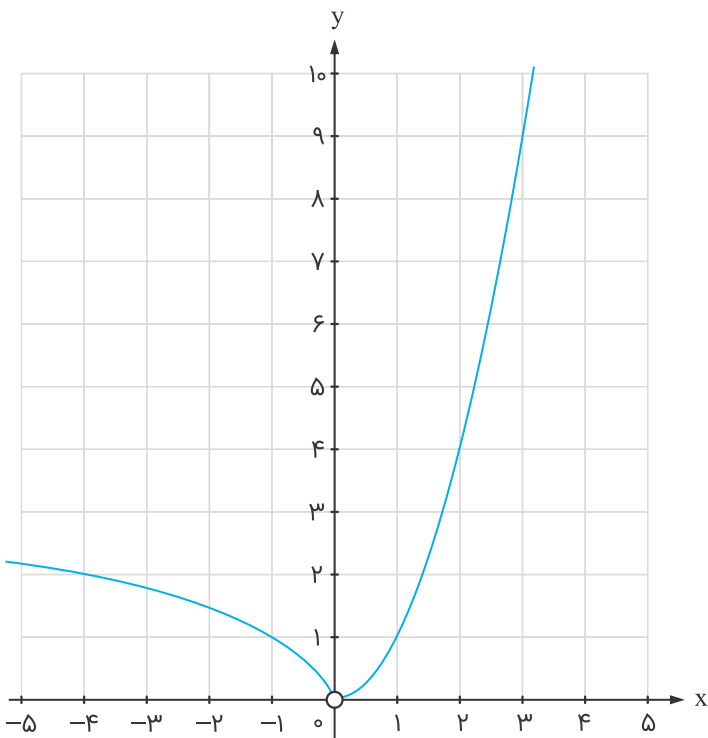
ثابت ۵

صفر ۶

پاسخ سؤال ۷

درست ۷

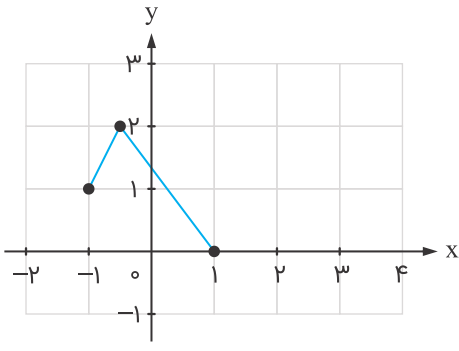
۸



در بازه $(0, +\infty)$ ، اکیداً صعودی است.

پاسخ سؤالات ۹ تا ۱۰

۹



$$D_k = [-2, 1]$$

۱۰

پاسخ سؤال ۱۱

دوم

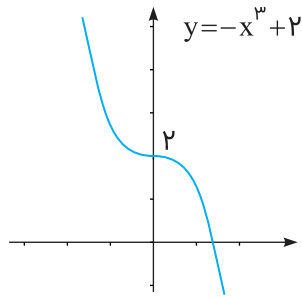
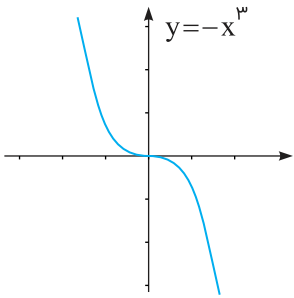
۱۱

پاسخ سؤال ۱۲

نادرست

۱۲

۱۳



تابع، اکیداً نزولی است.

۱۴

$$x - k = 0 \Rightarrow x = k \Rightarrow p(k) = 0 \Rightarrow k^3 + k^3 + 2 = 0$$

$$k^3 = -1 \Rightarrow k = -1$$

پاسخ سؤال ۱۵

دامنه تابع $f(x) = (x+1)^3$ برابر $[-1, 0]$ است.

۱۵

پاسخ سؤالات ۱۶ تا ۱۷

درست ۱۶

درست ۱۷

۱۸

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6$$

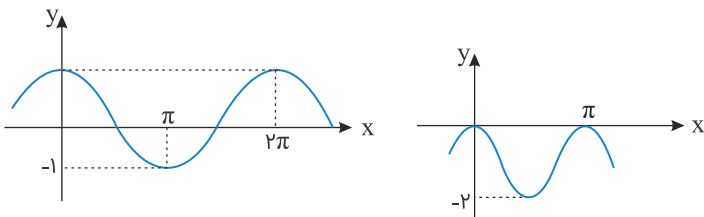
$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = 3 \Rightarrow a - b = 6$$

$$a = 1, \quad b = -5$$

۱۹

۲۰

ابتدا نمودار تابع $y = \cos x$ را در راستای محور x منقبض و سپس نمودار را روی محور y یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم:



پاسخ سؤالات ۲۱ تا ۲۲

۲۱

$$p(2) = 0 \Rightarrow 4 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$p(-1) = 6$$

۲۲

$$x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

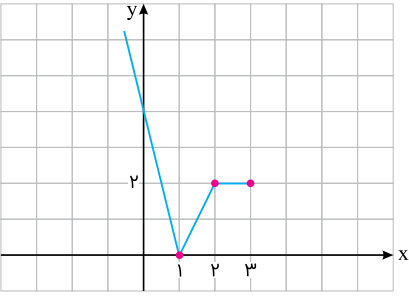
پاسخ سؤال ۲۳

درست ۲۳

دامنه: $(-\infty, 3]$

برد: $[0, +\infty)$

۲۴



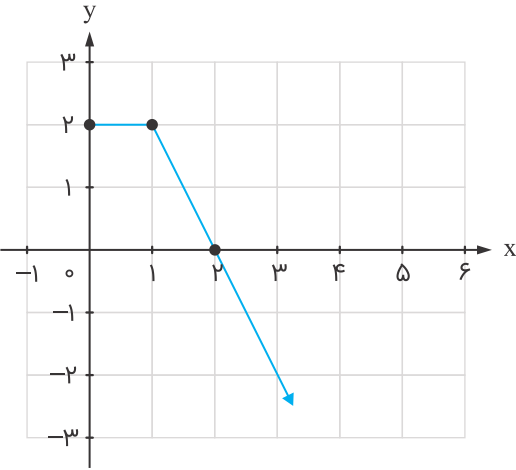
پاسخ سؤال ۲۵

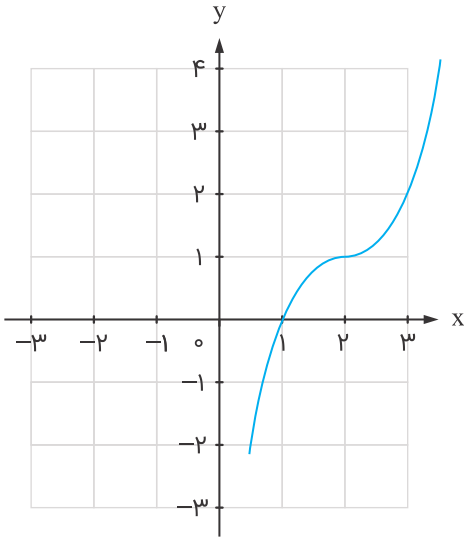
چهارم ۲۵

پاسخ سؤال ۲۶

۲ ۲۶

الف ۲۷





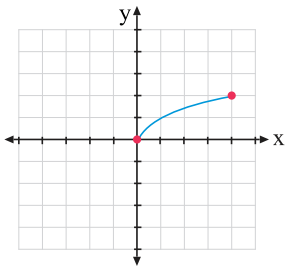
پاسخ سؤال ۲۹

درست ۲۹

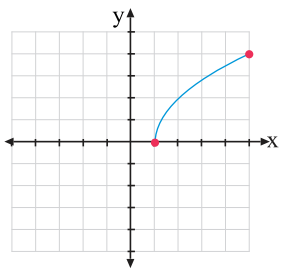
پاسخ سؤال ۳۰

انقباض افقی ۳۰

۳۱



$$R_g = [0, 4] \text{ و } D_g = [1, 5]$$



پاسخ سؤال ۳۲

(-1, 4) ۳۲

۳۳

$$D_g = [0, 5] \quad , \quad R_g = [-4, 6]$$

پاسخ سؤالات ۳۴ تا ۳۵

نادرست ۳۴

درست ۳۵

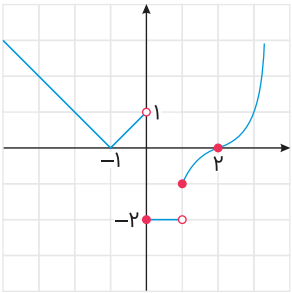
پاسخ سؤال ۳۶

نادرست است. ۳۶

۳۷

$$P(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

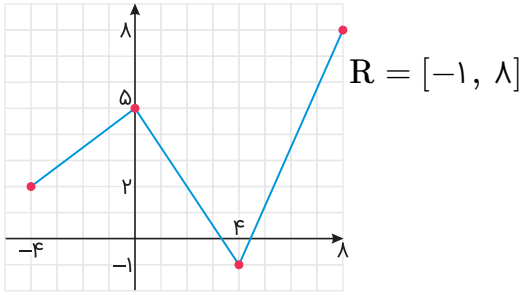
$$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$



۳۸

اکیداً صعودی: $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$

اکیداً نزولی: $(-\infty, -1]$



۴۰ الف درست

ب نادرست

پ نادرست

$$y = 2\sqrt{x-3}$$

پاسخ سؤالات ۴۲ تا ۴۳

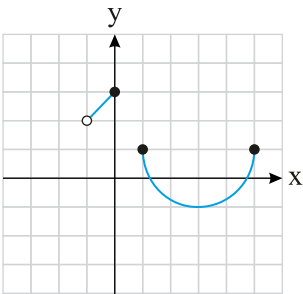
۴۲ درست

۴۳ نادرست

$$\begin{cases} p(2) = 0 \Rightarrow \lambda - 2a + b = 0 \\ p(-1) = 3 \Rightarrow a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -\lambda \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$$

الف (۰, +∞) اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و (-∞, ۰) اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

ب خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.



پاسخ سؤال ۴۷

پاسخ سؤال ۴۸

نادرست ۴۸

۴۹

۵۰

$$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

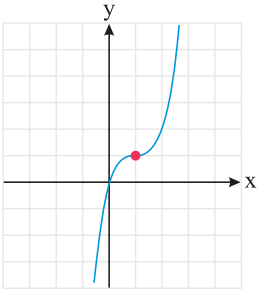
$$\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

پاسخ سؤال ۵۱

درست ۵۱

۵۲

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x - 1)^3 + 1$$

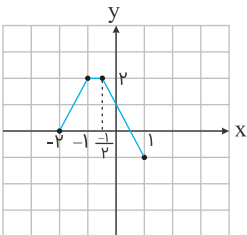


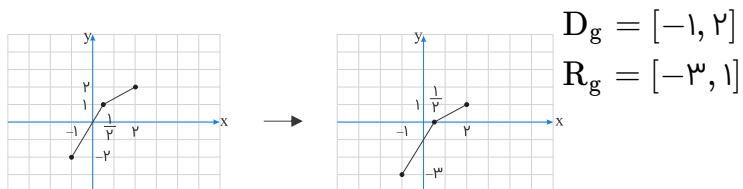
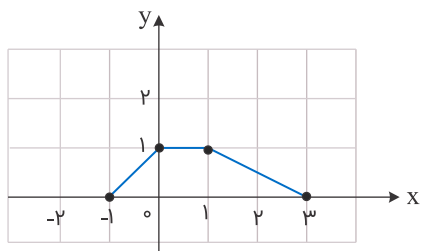
اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

$$x = a \Rightarrow 2a^2 - \lambda = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{2}}$$

۵۳

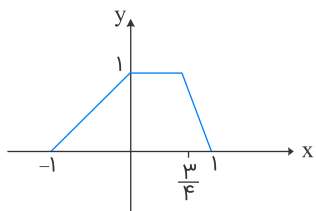
$$R = [-1, 2] \text{ و } D = [-2, 1] \quad ۵۴$$





$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-3, 1]$$



پاسخ سؤالات ۵۸ تا ۵۹

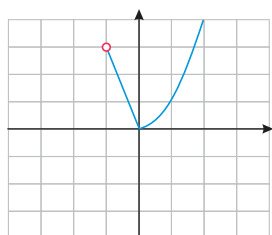
۵۸ درست

۵۹ نادرست

پاسخ سؤال ۶۰

۶۰ یکنوا

۶۱ در $[-1, 0]$ اکیداً نزولی و در $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است:



پاسخ سؤال ۶۲

درست ۶۲

پاسخ سؤال ۶۳

یکنوا ۶۳

۶۴

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow p(-2) = q(-2) \Rightarrow a = -9$$

۶۵

$$\begin{aligned} x = 2 &\Rightarrow \lambda + 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9 \\ x = -1 &\Rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{matrix} a = -\frac{9}{2} \\ b = -\frac{9}{2} \end{matrix}$$

۶۶

$$x^5 + 2^5 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - \lambda x + 16)$$

۶۷

$$\begin{aligned} p(-2) = 0 &: -\lambda + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = \lambda - 2 \\ p(1) = 0 &: 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{matrix} a = 0 \\ b = -3 \end{matrix}$$

۶۸

$$D_{f(\frac{x}{2})} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow D_{f(\frac{x}{2})} = (-2, 6]$$

برد تغییر نمی‌کند.

۶۹

$$\begin{cases} P(-2) = -1 \\ P(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$$

الف ۷۰ نادرست

ب درست

پ درست

پاسخ سؤال ۷۱

٧١ صفر

٧٢

٧٣

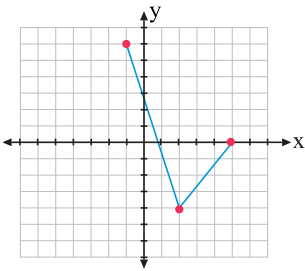
$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^2 + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$$

٧٤ پاسخ سؤال

٧٤ ثابت

٧٥ الف



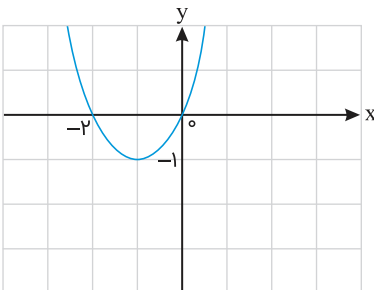
ب [-1, 5]

٧٦ تا ٧٧ پاسخ سؤالات

٧٦ پایین تر

٧٧ $(x + 1)$

٧٨



اکیڈاً صعودی: $[-1, +\infty)$

اکیڈاً نزولی: $(-\infty, -1]$

برد تابع $y = -2f(3x - 1) + 3$ بازه $[1, 9]$ است.

پاسخ سؤال ۸۰

۴ ۸۰

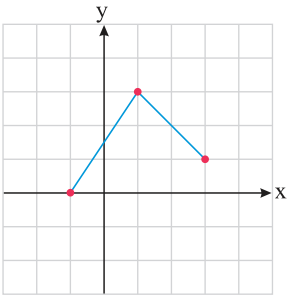
پاسخ سؤالات ۸۱ تا ۸۲

درست ۸۱

درست ۸۲

۸۳

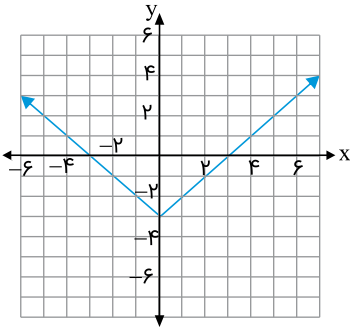
$$D_g = [-1, 3]$$

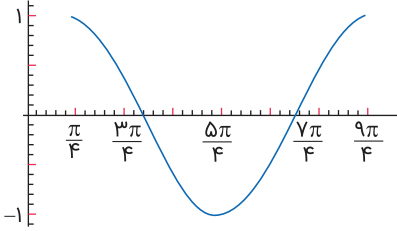
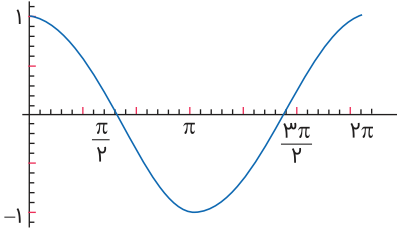


$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$$

۸۴

الف ۸۵

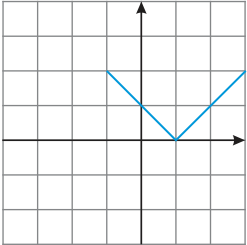




پاسخ سؤال ۸۷

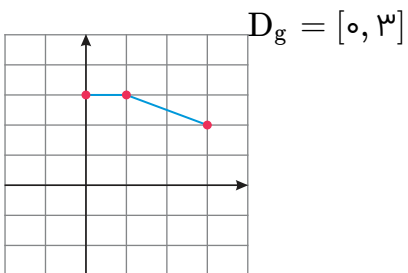
درست ۸۷

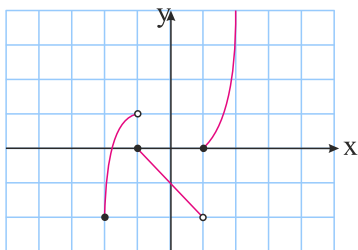
۸۸



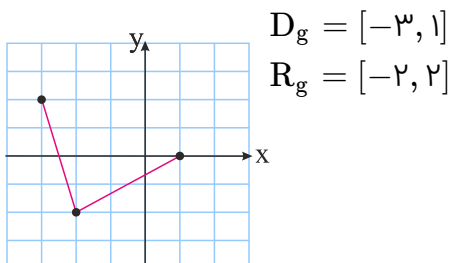
اکیداً صعودی $(1, +\infty)$
اکیداً نزولی $(-\infty, 1]$

۸۹





صعودی، $[-2, -1)$ ، صعودی، $[1, +\infty)$ ، نزولی $[-1, 1)$



$$D_g = [-3, 1]$$

$$R_g = [-2, 2]$$

$$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$$

$$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$$

الف درست

$$\text{مرحلة ١: } f(x) - 2 = (x-1)^2 - 2$$

$$\text{مرحلة ٢: } f(x+1) - 2 = x^2 - 2$$

$$\text{مرحلة ٣: } -f(x+1) + 2 = -x^2 + 2$$

پاسخ سؤالات ٩٥ تا ٩٧

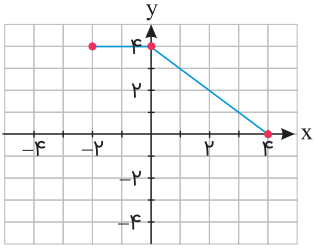
درست

درست

نادرست

پاسخ سؤال ٩٨

صعودی



پاسخ سؤال ۱۰۰

پایین ۱۰۰

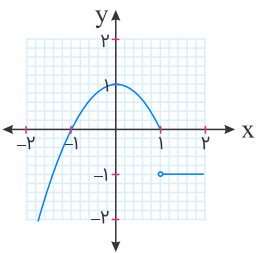
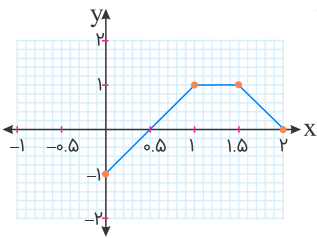
پاسخ سؤالات ۱۰۱ تا ۱۰۲

درست ۱۰۱

درست ۱۰۲

۱۰۳

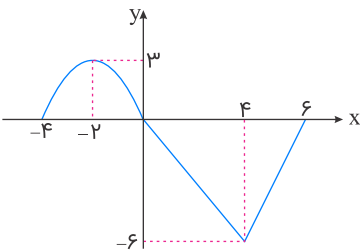
$$D_g = [0, 2] \quad R_g = [-1, 1]$$



۱۰۴

در بازه $(1, +\infty)$ \cup $[-\infty, 0]$ صعودی و در بازه $[0, +\infty]$ نزولی است.

الف ۱۰۵

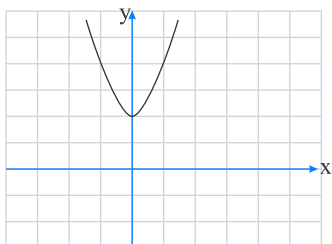


$$D = [-۴, ۶]$$

پاسخ سؤال ۱۰۶

درست ۱۰۶

۱۰۷



اکیداً نزولی $(-\infty, 0)$
اکیداً صعودی $(0, +\infty)$

پاسخ سؤال ۱۰۸

$[\frac{۸}{۳}, +\infty)$ ۱۰۸

۱۰۹

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = ۴ \Rightarrow a + b = ۳$$

$$x + ۲ = 0 \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow p(-۲) = 0 \Rightarrow ۴a + b = ۸$$

$$\Rightarrow a = \frac{۵}{۳}, b = \frac{۴}{۳}$$

پاسخ سؤال ۱۱۰

نادرست ۱۱۰

پاسخ سؤال ۱۱۱

ثابت ۱۱۱

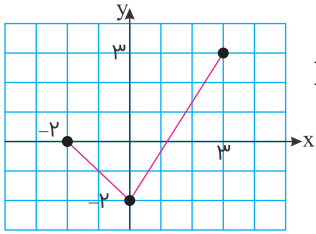
۱۱۲ نادرست

۱۱۳ درست

۱۱۴

۱۱۵

$$x + 1 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq 4$$



$$D_g = [-2, 3]$$

۱۱۶ ۷

۱۱۷

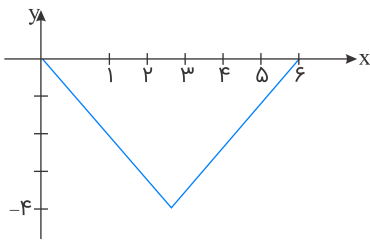
۱۱۸ محور طولها

۱۱۹

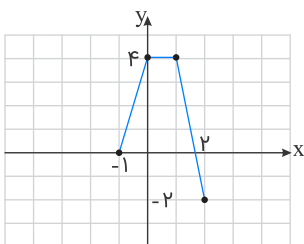
۱۲۰

$$g(x) = x^3$$

$$(-2, +\infty)$$



$$D_g = [-1, 2] \quad ; \quad R_g = [-2, 4]$$



۱۲۱

۱۲۲ نادرست است.

۱۲۳

۱۲۴

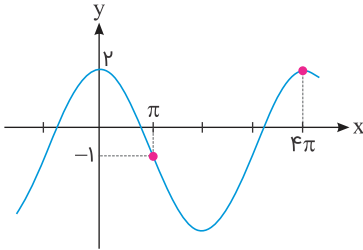
$$x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$



۱ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت زیر است، مقادیر a ، b و c را بیابید.



۲ معادله $\cos x(2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۳ برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left\{ \frac{\pi}{3} \right\} - \left[\frac{\pi}{3}, \pi \right]$ برابر است.

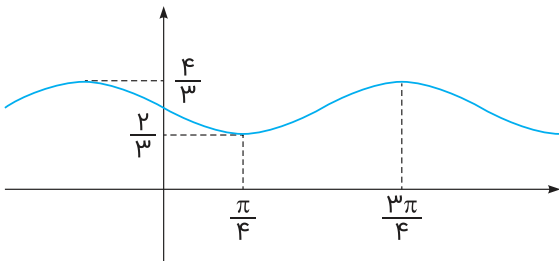
به سؤالات زیر، پاسخ دهید.

۴ باتوجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ باشد، آنگاه مقادیر $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$ را باهم مقایسه کنید.

۵ معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.

$$\cos 2x - 13 \cos x - 6 = 0$$

۶ نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، به صورت زیر است. ضابطه آن را مشخص کنید.



درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

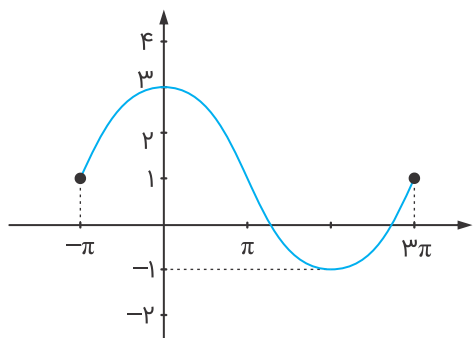
۷ تابع $y = \tan x$ در بازه $(\pi, 2\pi)$ ، صعودی است.

۸ معادله مثلثاتی $\tan 5x = \tan x$ را حل کنید. سپس جواب‌هایی از آن را که در بازه $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ قرار دارند، مشخص کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۹ تابع $y = \tan x$ در مجموعه $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}] - \{\frac{\pi}{2}\}$ ، اکیداً صعودی است.

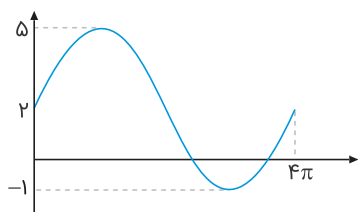
۱۰ نمودار داده شده در شکل زیر، مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. اگر $b < 0$ باشد، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.



درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۱ مقدار تابع سینوس در $x = \frac{\pi}{4}$ تعریف نشده است.

۱۲ نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a ، b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.

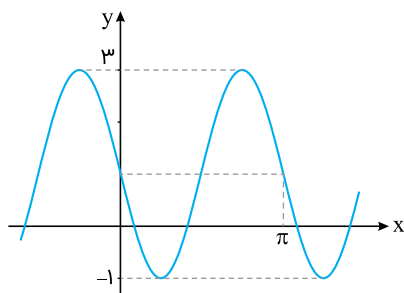


درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۱۳ تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۱۴ معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.

۱۵ نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.



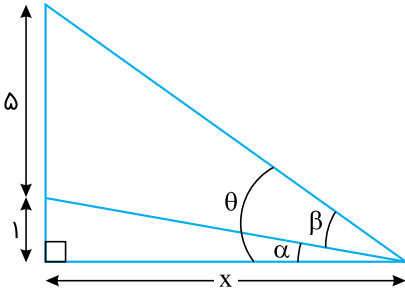
۱۶ اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ ، به ترتیب ۹ و ۳ باشد:

الف مقادیر $|a|$ و c را بیابید.

ب دوره تناوب تابع را به دست آورید.

۱۷ نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است:

$$\tan \beta = \frac{\omega x}{x^2 + 6}$$



۱۸ جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{p}$ را در بازه $(0, \pi)$ به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۱۹ دوره تناوب تابع تانژانت برابر می‌باشد.

۲۰ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{p} + 1$ برابر با 4π است.

ب تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$ ، تابعی صعودی است.

۲۱ جواب (های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۲۲ دوره تناوب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{3}x)$ برابر با است.

۲۳ معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.

۲۴ جواب‌های معادله مثلثاتی $2 \sin 4x = 1$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $[0, \frac{\pi}{p}]$ هستند؟

۲۵ مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{p} + 3$ برابر ۶ می‌باشد، $|a|$ و دوره تناوب را به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۲۶ فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد.

۲۷ معادله مثلثاتی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

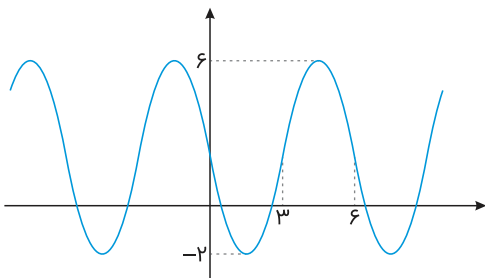
۲۸ دامنه تابع $y = \tan x$ برابر $\{x | x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ است.

۲۹ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{4}x$ را محاسبه کنید.

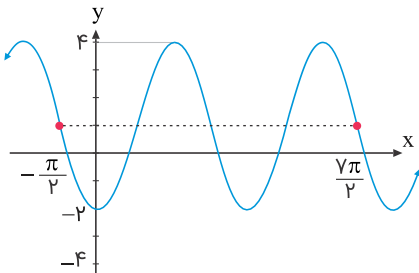
۳۰ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

۳۱ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. باتوجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.



۳۲ نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر رسم شده است. مقادیر a , b و c را به دست آورید.



۳۳ معادله مثلثاتی $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.

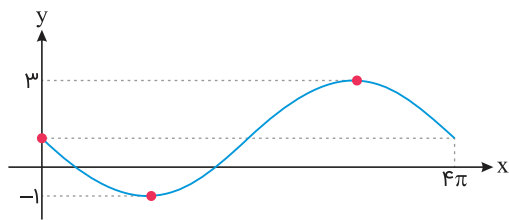
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۴ خط $y = \frac{1}{4}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می کند.

۳۵ ضابطه تابعی به صورت $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -۱ باشد.

۳۶ جوابهای معادله $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.

۳۷ نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید.



۳۸ معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۳۹ اگر دوره تناوب تابع $y = \sin bx$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار b برابر است.

۴۰ دامنه تابع $y = \tan(3x)$ برابر است.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۴۱ دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۴۲ برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه $[-1, 1]$ است.

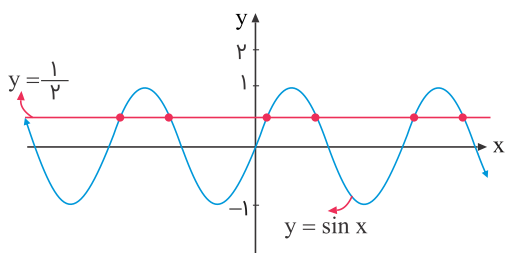
جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۴۳ برد تابع تانژانت ($y = \tan x$) برابر است.

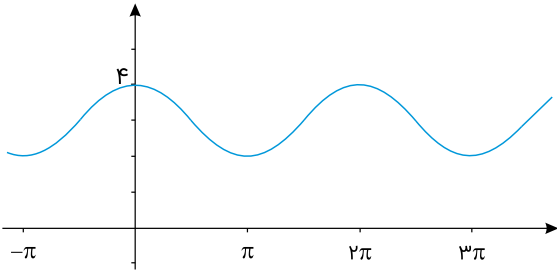
۴۴ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)

$$y = \pi \sin(-x) + 1$$

۴۵ نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{3}$ در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.



۴۶ نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)



جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۴۷ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3 \sin 2x$ به ترتیب برابر و است.

۴۸ معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.

۴۹ معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.

۵۰ دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ را مشخص کنید.

۵۱ معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید.

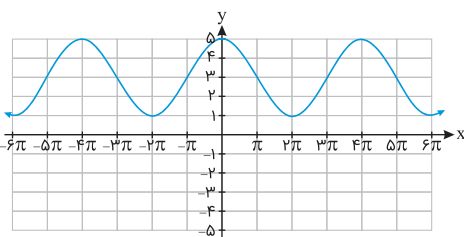
۵۲ معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.

۵۳ معادله مثلثاتی $\cos x (2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید.

۵۴ مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right)$ را به دست آورید.

۵۵ ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ را بنویسید.

۵۶ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است. باتوجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.



جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۵۷ دوره تناوب تابع $y = 7 \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right) + 2$ برابر است.

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

$$y = \lambda \cos\left(\frac{x}{\mu}\right)$$

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۵۹ دامنه تابع با ضابطه $y = \tan x$ به صورت $\{x \in \mathbb{R} | x \neq \dots\}$ است.

۶۰ معادله مثلثاتی $2\cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید.

۶۱ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3\cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.

۶۲ معادله زیر را حل کنید.

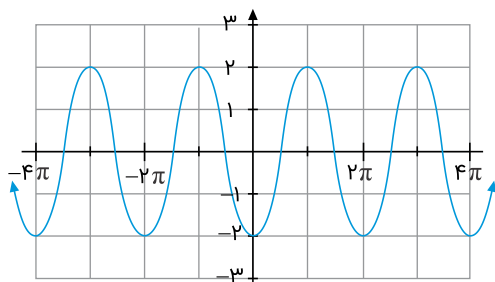
$$\cos 2x - 3\sin x + 4 = 0$$

۶۳ معادله مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.

۶۴ معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است.

۶۵ معادله مثلثاتی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید.

۶۶ نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.



۶۷ معادله مثلثاتی $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید.

۶۸ ضابطه تابعی به فرم $y = a \cos bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.

۶۹ معادله $2\sin x \cos x + 3\cos x = 0$ را حل کنید.

۷۰ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{\mu}\right)$ را محاسبه کنید.

۷۱ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف در بازه $0 < \theta < 2\pi$ مقدار $\frac{3\pi}{4}$ از مقدار $\tan \theta$ کوچک‌تر است.

۷۲ مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

۷۳ معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن -۱ و دوره تناوب آن 8π است.

۷۴ معادله $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.

۷۵ معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

۷۶ معادله مثلثاتی $\sin 3x = \sin 2x$ را حل کنید.

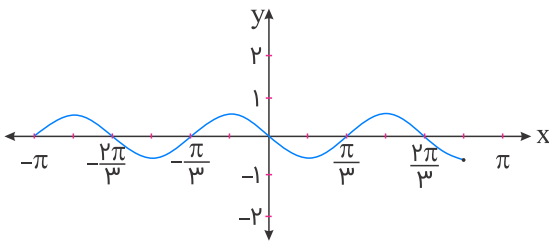
۷۷ معادله $2 \cos 3x - \sqrt{3} = 0$ را حل کنید.

۷۸ معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.

۷۹ معادله مثلثاتی $\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

۸۰ معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید.

۸۱ در شکل نمودار زیر، با تعیین مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را بنویسید.



۸۲ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{4}x$$

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۸۳ برد تابع $y = \tan x$ برابر است.

۸۴ مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۸۵ دوره تناوب تابع $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر با است.

۸۶ ضابطه تابعی به صورت $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن -2 باشد.

۸۷ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{\pi}\right) - 2$$

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۸۸ دوره تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۸۹ تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{p}, \frac{3\pi}{p})$ اکیداً صعودی است.

۹۰ نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{p}$ و $(k \in \mathbb{Z})$ در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.

۹۱ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos 2\pi x + 1$ را به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۹۲ نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{p}$; $k \in \mathbb{Z}$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.



۱

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$f(\pi) = -1 \Rightarrow a \cos(b\pi) + c = -1 \xrightarrow{|b|=\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1$$

روش اول محاسبه a:

$$\max = 2 \Rightarrow |a| + c = 2 \xrightarrow{c=-1} |a| = 3 \xrightarrow{a>0} a = 3$$

روش دوم محاسبه a:

$$f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3$$

۲

$$\cos x(2 \cos x - 1) = 4 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 \cos x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \times \text{غ.ق.ق} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

پاسخ سؤال ۳

$$(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty) \text{ یا } \mathbb{R} - (0, \sqrt{3}) \quad ۳$$

پاسخ سؤالات ۴ تا ۵

۴

$$\tan \alpha > \cos \alpha$$



$$2 \cos^2 x - 1 - 1^3 \cos x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1^3 \cos x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = +\frac{1}{2} \end{cases} \text{ ق.ق.ع}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} |a| + c = \frac{4}{3} \\ -|a| + c = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ يا } \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow c = 1, |a| = \frac{1}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin(2x) + 1 \text{ يا } y = \frac{1}{3} \sin(-2x) + 1$$

پاسخ سؤال 7

نادرست

$$\Delta x = k\pi + x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}, k \neq 4q + 2, q \in \mathbb{Z})$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

پاسخ سؤال 9

نادرست

$$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \Rightarrow c = 1 \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۱۱

نادرست

۱۱

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

$$4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -3 \sin \left(-\frac{x}{2}\right) + 2$$

پاسخ سؤال ۱۳

درست

۱۳

$$\begin{cases} \nu x = \nu k\pi + x \\ \nu x = \nu k\pi + \pi - x \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \nu k\pi \\ x = \frac{\nu k\pi}{\nu} + \frac{\pi}{\nu} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\nu \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(\nu \cos x - 1) = 0$$

روش دوم:

$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\nu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 1 \\ |a| = \nu \xrightarrow{a > 0} a = \nu \end{cases}$$

$$T = \pi = \frac{\nu\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \nu \xrightarrow{b < 0} b = -\nu$$

۱۵

روش اول: الف ۱۶

$$|a| = \frac{\max - \min}{\nu} = \frac{9 - 3}{\nu} = 3$$

$$c = \frac{\max + \min}{\nu} = \frac{9 + 3}{\nu} = 6$$

روش دوم:

$$\begin{cases} |a| + c = 9 \\ -|a| + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ |a| = 3 \end{cases}$$

$$T = \frac{\nu\pi}{|b|} = \frac{\nu\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\nu}$$

ب

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha}$$

$$= \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$$

۱۷

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

روش دوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{(\circ, \pi)} 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

روش سوم:

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

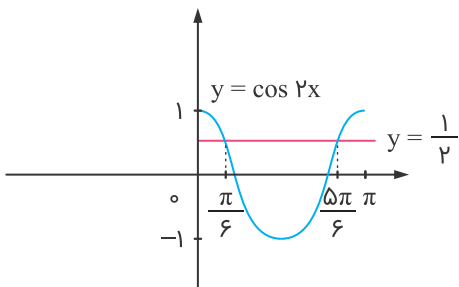
روش چهارم:

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{\sqrt{3}+1}}{2} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

روش پنجم:

$$\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$



پاسخ سؤال ۱۹

۱۹ π

۲۰ الف درست

ب نادرست

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{(\circ, \pi)} x = \frac{2\pi}{3}$$

پاسخ سؤال ۲۲

۸ ۲۲

$$\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲۳

$$\sin 5x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{30} \\ 5x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5} + \frac{5\pi}{30} \end{cases} \Rightarrow \frac{5\pi}{30}, \frac{\pi}{30}$$

۲۴

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۲۵

پاسخ سؤال ۲۶

۲۶ نادرست

$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۲۷

پاسخ سؤال ۲۸

۲۸ درست است.

$$\max = \pi + \sqrt{\omega}, \quad \min = -\pi + \sqrt{\omega}, \quad T = \frac{2\pi}{\nu} = 4\pi$$

۲۹

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = 4, \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

۳۰

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

$$T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{2}$$

۳۱

$$\left. \begin{array}{l} \max = 4 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{array} \right. \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 3$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 \quad \text{یا} \quad y = +3 \sin\left(-\frac{\pi}{2}x\right) + 1$$

$$2T = \frac{2\pi}{\nu} - \left(-\frac{\pi}{\nu}\right) = 4\pi \Rightarrow T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

۳۲

$$c = \frac{4 + (-2)}{2} = 1$$

$$|a| = \frac{4 - (-2)}{2} = 3 \Rightarrow a = -3$$

$$2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

۳۳

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

پاسخ سؤال ۳۴

نادرست

۳۴

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

۳۵

$$|a| = 2, \quad c = 1 \Rightarrow y = -2 \cos(\pi x) + 1 \quad \text{یا} \quad y = 2 \cos(\pi x) + 1$$



$$۳ \sin x + ۲\sqrt{۳} = ۰ \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{۳}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \\ x = ۲k\pi + \frac{۴\pi}{۳} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۵\pi}{۳} \\ x = \frac{۴\pi}{۳} \end{cases}$$

$$\frac{۲\pi}{|b|} = ۴\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{۲}$$

$$|a| = \frac{۳ - (-1)}{۲} = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲$$

باتوجه به نمودار تابع، ab باید عددی منفی شود بنابراین: $ab = -۱$

$$۲ \sin x \cos x = \frac{1}{۲} \Rightarrow \sin ۲x = \frac{1}{۲} = \sin\left(\frac{\pi}{۶}\right)$$

$$\begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲} \\ x = k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

پاسخ سؤالات ۳۹ تا ۴۰

$$b = \pm ۶ \quad ۳۹$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}, k \in \mathbb{Z}\right\} \quad ۴۰$$

پاسخ سؤال ۴۱

نادرست است. ۴۱

پاسخ سؤال ۴۲

نادرست ۴۲

برد تابع $f(x) = \tan x$ مجموعه اعداد حقیقی است.

پاسخ سؤال ۴۳

$$\max = |a| + c = \pi + 1, \quad T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$

$$\min = -|a| + c = -\pi + 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$T = 2\pi \quad b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$$

پاسخ سؤال ۴۷

۳ و π ۴۷

$$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad \cos x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2, \quad \max = |-3| + 1 = 4, \quad \min = -|-3| + 1 = -2$$

$$-2\sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow (\sin x - \frac{1}{2})(\sin x + \frac{3}{2}) = 0$$

$$1) \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$2) \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ.ق.ق}$$

$$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \\ \cos x = 5 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\max = |-2| + 1 = 3, \quad \min = -|-2| + 1 = -1$$

$$|b| = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{5-3}{2} = 1, \quad c = \frac{5+3}{2} = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$$

(تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.)

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2, \quad a > 0 \Rightarrow a = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cos(\frac{x}{2}) + 3 \text{ یا } y = 2 \cos(-\frac{x}{2}) + 3$$

پاسخ سؤال ۵۷

پاسخ سؤال ۵۸

$$\begin{cases} \min = -|a| + c & \min = -\lambda \\ \max = |a| + c & \max = \lambda \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$$



$$x \neq k\pi + \frac{\pi}{\nu} : k \in \mathbb{Z}$$

۵۹

$$\cos x (\nu \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\nu} \\ \nu \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$

۶۰

$$T = \frac{\nu\pi}{|b|} = \frac{\nu\pi}{|\pi|} = \nu, \quad \max = |a| + c = \delta, \quad \min = -|a| + c = -1$$

۶۱

$$1 - \nu \sin^2 x - \mu \sin x + \rho = 0 \Rightarrow -\nu \sin^2 x - \mu \sin x + \delta = 0$$

۶۲

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{\delta}{\nu} \text{ ق ق غ} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu} \end{cases}$$

۶۳

$$\sin \nu x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} \nu x = \nu k\pi + x \Rightarrow x = \nu k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \nu x = \nu k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu} + \frac{\pi}{\nu}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۶۴

$$\begin{cases} |b| = \frac{\nu\pi}{\nu} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \\ |a| = \frac{\rho - (-\rho)}{\nu} = \rho \Rightarrow a = \pm\rho \\ c = \frac{\rho + (-\rho)}{\nu} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \pm\rho \sin(\pm\pi x)$$

۶۵

$$\nu \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\nu}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, x = \nu k\pi + \frac{\delta\pi}{\nu}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\begin{cases} |a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \Rightarrow a = -2 \\ |b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \\ c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \cos x \text{ یا } f(x) = -2 \cos(-x)$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \quad \begin{cases} |a| + c = 4 & |a| = 3 \\ -|a| + c = -2 & c = 1 \end{cases}$$

هریک از توابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$ و یا $y = -3 \cos(-\pi x) + 1$ نوشته شود مورد قبول است.

$$\cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$\sin x = \frac{-3}{2}$ قابل قبول نیست.

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = |-2\pi| + 9 = 2\pi + 9 \\ \min &= -|a| + c = -|-2\pi| + 9 = -2\pi + 9 \\ T &= \frac{2\pi}{|\frac{1}{3}|} = 6\pi \end{aligned}$$

الف ۷۱ درست

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \lambda \sin \theta = \lambda \sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

$$|a| = \frac{\omega - (-1)}{\nu} = \nu \Rightarrow a = \pm \nu, \quad c = \frac{\omega + (-1)}{\nu} = \nu$$

$$|b| = \frac{\nu\pi}{\lambda\pi} = \frac{1}{\epsilon} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\epsilon}$$

$$y = \pm \nu \sin\left(\pm \frac{1}{\epsilon}x\right) + \nu$$

$$\nu \cos^{\nu} x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (\nu \cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\nu} \\ \cos x = -\frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$

$$\nu \times \left(\sin x \cos x = \frac{\sqrt{\nu}}{\epsilon} \right) \Rightarrow \sin \nu x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \Rightarrow \sin \nu x = \sin \frac{\pi}{\epsilon}$$

$$\nu x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\lambda}, \quad \nu x = \nu k\pi + \pi - \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\nu\pi}{\lambda}$$

$$\nu x = \nu k\pi + \nu x \Rightarrow x = \nu k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\nu x = (\nu k + 1)\pi - \nu x \Rightarrow x = \frac{(\nu k + 1)\pi}{\omega} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos \nu x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} = \cos \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow \nu x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu} \pm \frac{\pi}{\lambda}$$

$$\sin \nu x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} = \sin \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow \begin{cases} \nu x = \nu k\pi + \frac{\pi}{\epsilon} \\ \nu x = \nu k\pi + \pi - \frac{\pi}{\epsilon} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\nu k\pi}{\nu} + \frac{\pi}{\lambda} \\ x = \frac{\nu k\pi}{\nu} + \frac{\pi}{\epsilon} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$1 - \nu \sin^{\nu} \alpha - \sin \alpha + 1 = 1 \Rightarrow \nu \sin^{\nu} \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{\nu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \nu k\pi - \frac{\pi}{\nu} \\ \alpha = \nu k\pi + \frac{\pi}{\epsilon}, \quad \alpha = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\epsilon} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{\nu} \sin \nu x = \frac{\sqrt{\nu}}{\epsilon} \Rightarrow \sin \nu x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} = \sin \frac{\pi}{\epsilon} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{\lambda} & ; k \in \mathbb{Z} \\ x = k\pi + \frac{\nu\pi}{\lambda} & ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$y = a \sin bx + c \quad b = 3, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$\max y = \frac{1}{3}, \quad \min y = -\frac{1}{3}, \quad T = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin 3x$$

$$\max = |a| + c = 1 + \sqrt{3}, \quad \min = -|a| + c = -1 + \sqrt{3}, \quad T = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = 4$$

پاسخ سؤال ۸۳

\mathbb{R} ۸۳

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۸۵

6π ۸۵

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \quad \begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 4 \\ c = 2 \end{cases}$$

هریک از توابع $y = 4 \sin(2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(2x) + 2$ یا $y = 4 \sin(-2x) + 2$ و $y = -4 \sin(-2x) + 2$ صحیح است.

$$\min = -|a| + c, \quad \max = |a| + c$$

$$\max = \pi - 2 \quad \min = -\pi - 2 \quad T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$$

پاسخ سؤال ۸۸

π ۸۸

پاسخ سؤالات ۸۹ تا ۹۰

۸۹ درست است.

۹۰ نادرست است.

۹۱

$$T = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1, \max = |-3| + 1 = 4, \min = -|-3| + 1 = -2$$

پاسخ سؤال ۹۲

۹۲ درست است.

به سوالات زیر پاسخ دهید.

۱. مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$ را به دست آورید.

۲. وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

حاصل حدود زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 7}{x^5 - 4x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$$

حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{3}{x^3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x}$$

۷. مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 9}$ را در صورت وجود، به دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن، نمایش دهید.

۸. حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2}$$

الف



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{-x^3 |x| - 2}$$

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب، کامل کنید.

۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x+1}{\tan x}$ برابر است.

حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$$

۱۰

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$$

۱۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$$

۱۲

۱۳ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - 1}{x^3 + 2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۱۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x$ برابر است.

۱۵ حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد []، علامت جزء صحیح است.)

الف

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x - 5)^4}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3}$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$$

۱۶ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۱۷ حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 5}{x - 2}$ برابر با است.

۱۸ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}$$

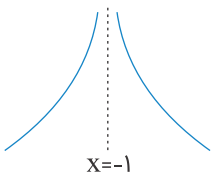
ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^2}{3x + 2x^2}$$

۱۹ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۲۰ نمودار تابع $f(x) = \frac{x + 1}{x^3 + x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی است؟

۲۱ اگر رفتار تابع $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 + bx + c}$ در اطراف نقطه $x = -1$ به صورت شکل زیر باشد، مقادیر b و c را به دست آورید.



حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{x + 1}{\tan x}$$

۲۲

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 1}$$

۲۳

۲۴ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.

۲۵ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$$

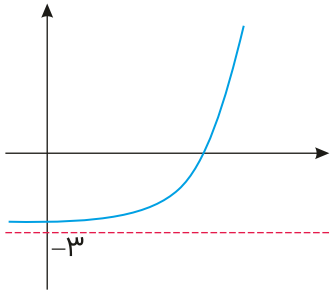
حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2 - x|} =$$

۲۶

با توجه به نمودار تابع f ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

۲۷



الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$

مجانِب قائم منحنی تابع $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$ را به دست آورید.

۲۸

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}$$

۲۹

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6 + 3x - 1}{2 + x - x^6}$$

۳۰

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

مجانِبهای افقی تابع $y = \frac{|x| + 1}{2x - 1}$ برابر و است.

۳۱

مجانِبهای قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{3x - 5}{x^2 + 2}$ را در صورت وجود بیابید.

۳۲

حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{|\sin x|}$$

۳۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$$

۳۴

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{|2x - 1|}$$

۳۵

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$$

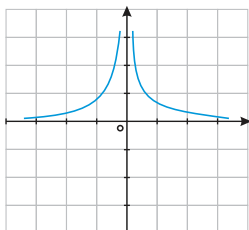
۳۶

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۳۷ اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + x}{2x^2 + 3} = 7$ آنگاه m برابر عدد است.

جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۳۸ باتوجه به شکل زیر حد تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ در نقطه $x = 0$ برابر است با



حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$$

۳۹

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$$

۴۰

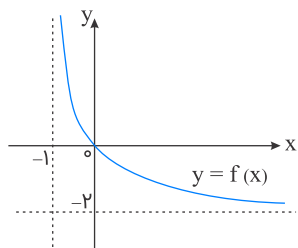
حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x + 1|}$$

۴۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$$

۴۳ با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید.



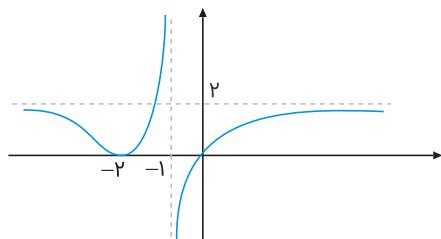
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

ب

۴۴ باتوجه به نمودار f ، موارد زیر را به دست آورید.



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

الف

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \end{cases}$$

ب

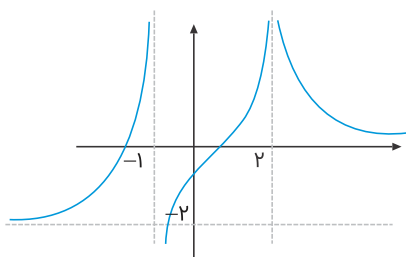
حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^{10} + x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 4x}$$

۴۸ نمودار تابع f به شکل زیر است. حدهای زیر را محاسبه کنید.



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

ب

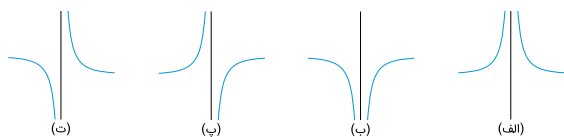
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

پ

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۴۹ حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل کند برابر است.

۵۰ کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4 - x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.



جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۵۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است.

۵۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^3} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.

۵۳ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - 4x^3}{x^3 + 5}$ را به دست آورید.

۵۴ حدود زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$$

پ

۵۵ اگر خط $y = 2$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x}$ باشد، مقدار a را بیابید.

۵۶ حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

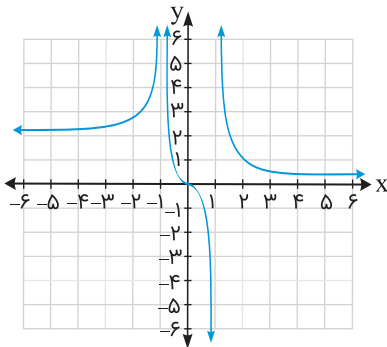
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \cos x$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{\Delta x + 4}$$

ب

۵۷ نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید.



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$$

ت

۵۸ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + x}$ را در صورت وجود بیابید.

حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

۵۹

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$$

۶۰

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$$

۶۱

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

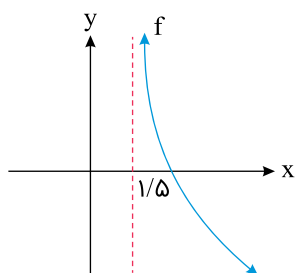
الف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$$

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۶۲

باتوجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow (1/5)^+} f(x)$ برابر با است.



۶۳

حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 2}{|3x - 1|}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x + 2}{5 - x} - \frac{1}{x} \right)$$

۶۴

مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$ را در صورت وجود بیابید.

۶۵

حدهای زیر را محاسبه کنید.

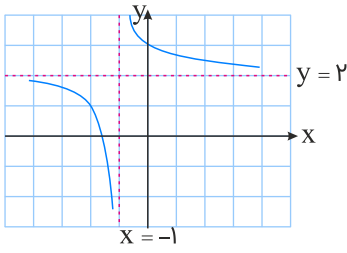
الف

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 5x + [-x]}{2x}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{5 - x}$$

۶۶ اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x + 7}{2x + b}$ به صورت زیر باشد، آنگاه مقدار $a + b$ را پیدا کنید.



۶۷ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $y = \frac{x+1}{x^2+3}$ را در صورت وجود بیابید.

۶۸ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^4 + 5x^2}{2x^3 + 9}$$

۶۹ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-1}$ را در صورت وجود بیابید.

حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{|x-2|}$$

۷۰

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\frac{4}{x} - 2}$$

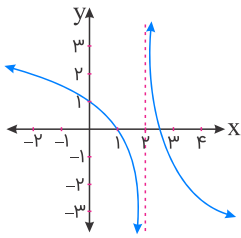
۷۱

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

۷۲

۷۳ در نمودار تابع $f(x)$ موارد زیر را مشخص کنید.



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = ?$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = ?$$

ب

۷۴ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x}$ را در صورت وجود بیابید.

حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$$

۷۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3}{3x^2 + 2}$$

۷۶

۷۷ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

الف

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۷۸ حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است.

۷۹ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۸۰ حدود زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$$

ب

۸۱ مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - x}$ را بیابید.

۸۲ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{x - 5} - \frac{2}{x} \right)$$

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۸۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^4)$ برابر با است.

۸۴ حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|}$$

حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$$

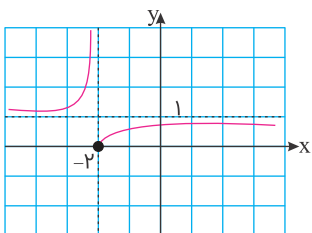
۸۵

حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$$

۸۶

۸۷ باتوجه به نمودار تابع f که در شکل زیر آورده شده است، به سؤالات پاسخ دهید.



$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$$

الف

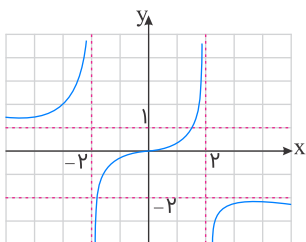
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

۸۸ مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+3}{2-x}$ را بنویسید.

در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

۸۹ حد تابع $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می‌کند برابر می‌باشد.

۹۰ باتوجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب‌های افقی تابع را بنویسید.



درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۹۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر با $-\infty$ است.

۹۲ کدامیک از خطوط $x = 3$ و $x = -1$ ، مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ است؟ دلیل ارائه کنید.

پاسخ سؤالات ۱ تا ۲

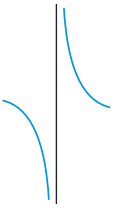
خط $x = 1$ مجانب قائم است، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^y + 1}{x^y - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^y + 1}{x^y - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^y + 1}{x^y - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^y}{x^y} = 1$$

پس خط $y = 0$ مجانب افقی است.



پاسخ سؤالات ۳ تا ۴

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 7}{x^5 - 2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^y x + x}{x^y} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^y x}{x^y} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty$$

پاسخ سؤالات ۵ تا ۶

$\frac{-1}{2}$

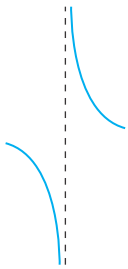
$$\frac{1}{(0)^-} = -\infty$$

در تابع $f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}$ ، خط $x=3$ ، شرایط مجانب قائم را ندارد. $(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

$\Rightarrow x = -3$ مجانب قائم منحنی تابع f است

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^3(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = 0$$

پاسخ سؤال ٩

پاسخ سؤالات ١٠ تا ١٢

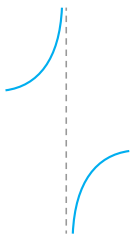
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^3 + 2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$



پاسخ سؤال ۱۴

۱۴ $-\infty$

۱۵ الف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x - 0)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3$$

ب

پ

۱۶ الف درست

پاسخ سؤال ۱۷

۱۷ ۳

۱۸

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

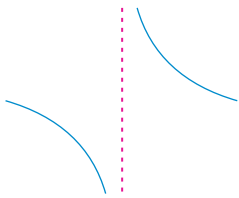
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ بجانب افقی}$$

$$1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ بجانب های قائم}$$

$$x(x^2+1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^2+x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^2+x} = -\infty$$



$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$(-1)^2 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

پاسخ سؤالات ۲۲ تا ۲۳

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x+1) = \frac{\pi}{2} + 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{1} = 0$$



$$x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5} \quad \text{پس قائم نیست}$$

$$x = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{15}{0} = \infty \quad \text{پس } x = -4 \text{ مجانب قائم است}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad \text{مجانب افقی}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۲۶

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2-x|} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3 \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f(x) = \frac{1}{x - |x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & ; x > 0 \\ \frac{1}{2x} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \quad \text{مجانب قائم}$$

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۰

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6}{-x^6} = -1$$

پاسخ سؤال ۳۱



$$y = -\frac{1}{2} \text{ و } y = \frac{1}{2}$$

۳۱

۳۲

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانِب افقی}$$
$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2 \quad \text{فاقد مجانب قائم}$$

پاسخ سؤالات ۳۳ تا ۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

۳۳

۳۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$$

پاسخ سؤالات ۳۵ تا ۳۶

$$\frac{5}{0^+} = +\infty$$

۳۵

۳۶

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(x + 3)}{(x + 3)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

پاسخ سؤال ۳۷

$$m = 14$$

۳۷

پاسخ سؤال ۳۸

حد تابع در نقطه داده شده $+\infty$ است. ۳۸

پاسخ سؤالات ۳۹ تا ۴۰

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{1}{3}$$

پاسخ سؤالات ۴۱ تا ۴۲

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} \frac{-1}{|3x + 1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{1}{3}$ برابر -1 است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$$

الف ۴۳

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$$

ب

الف ۴۴

۲

ب

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۴۵ تا ۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{\mu} \left(-\nu + \frac{1}{x^{\nu}} - \frac{1}{x^{\mu}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\nu x^{\mu}) = +\infty$$

۴۶

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\mu}}{\nu x^{\mu}} = \frac{1}{\nu}$$

۴۷

$-\infty$

الف ۴۸

$+\infty$

ب

$-\nu$

پ

پاسخ سؤال ۴۹

۴۹ $\frac{2}{3}$

گزینه پ صحیح است.

۵۰

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\nu[x]}{4-x} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\nu[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

پاسخ سؤال ۵۱

۵۱ صفر

$$\lim_{x \rightarrow \nu^+} \frac{ax - \nu}{(\nu - x)^{\mu}} = \frac{\nu a - \nu}{0^-} = +\infty \Rightarrow \nu a - \nu < 0 \Rightarrow a < \frac{\nu}{\nu} = 1$$

۵۲

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - \nu x^{\mu}}{x^{\mu} + \delta} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-\nu x^{\mu}}{x^{\mu}} = -\nu \Rightarrow y = -\nu$$

۵۳

$$\frac{1 - \nu}{\nu - \nu} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

الف ۵۴

$$\frac{2}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2} = +\infty$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

۵۵

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

الف

۵۶

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

الف

۵۷

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

ت

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad \text{مجانِب افقی}$$

۵۸

$$x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{مجانِب قائم نیست} \\ x = 0 & \text{مجانِب قائم} \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۵۹ تا ۶۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$$

۵۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$$

۶۰



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پاسخ سؤال ۶۲

+∞ ۶۲

$$\frac{-2}{0^+} = -\infty$$

الف ۶۳

-۴

ب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

۶۴

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \text{ مجانب‌های قائم}$$

الف ۶۵

$$\frac{-1}{0^+} = -\infty$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty$$

۶۶

$$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3, a + b = 5$$

۶۷

$$x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -3$$

پس مجانب قائم ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

الف ۶۸

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^y \left(-\frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}{x^y \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2)x^2 = -\infty$$

مجانب‌های قائم:

۶۹

$$x^y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

مجانب‌های افقی:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - 2x^y}{x^y - 1} = -2 \Rightarrow y = -2$$

پاسخ سؤالات ۷۰ تا ۷۱

$$\frac{3}{0^+} = +\infty$$

۷۰

$$\frac{3 + 0}{0 - 2} = \frac{-3}{2}$$

۷۱

پاسخ سؤال ۷۲

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۷۲

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

الف ۷۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

ب



$$2x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجانب‌های افقی:

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x} = 2 \Rightarrow y = 2$$

پاسخ سؤالات ۷۵ تا ۷۶

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۷۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^3}{3x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{3} = +\infty$$

۷۶

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۷۷ الف

پاسخ سؤال ۷۸

۷۸ صفر

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

۷۹

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ مجانب‌های قائم}$$

۸۰ الف

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{مجانِب قائم} \\ x = 0 & \text{قابل قبول نیست} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$\frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{x} - 0 \right) = 3 - 0 = 3$$

۸۲ الف

ب

پاسخ سؤال ۸۳

-∞ ۸۳

۸۴ الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

پاسخ سؤال ۸۵

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۸۵

پاسخ سؤال ۸۶

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۸۶

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$$

۸۷ الف

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + 3}{2 - x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-x} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad \text{مجانِب قائم } x = 2, \text{ جانِب افقی } y = -1$$

۸۸



-∞ ۸۹

۹۰

$$y = 1, \quad y = -2$$

درست است. ۹۱

۹۲

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$$

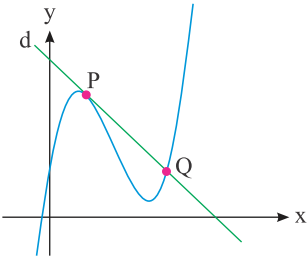
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$$

خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است، ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱ خط $x = 2$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ ، در نقطه $(2, 0)$ است.

۲ مطابق شکل زیر خط d در نقطه $P(1, 3)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار a را بیابید.



۳ تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده a را بیابید.

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)

۴
$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 5x}{x - 3}$$

۵
$$g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$$

۶ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۷ مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{3}$ برابر است.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۸ نقطه $x = 0$ یک گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.

۹ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.

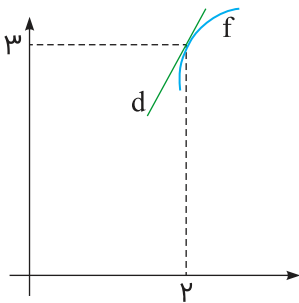
۱۰ گنجایش ظرفی، ۲۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ ، سوراخی در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف، پس از t ثانیه، از رابطه $V = 20(1 - \frac{t}{50})^2$ به دست آید، در چه زمانی آهنگ تغییر لحظه ای حجم، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 50]$ می شود؟

۱۱ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & ; x < 2 \\ 6x - 4 & ; x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & ; x > 2 \end{cases}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.

۱۲ مشتق تابع داده شده را به دست آورید. (ساده کردن مشتق، الزامی نیست.)

$$h(x) = \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{7+x} \right)^6$$

۱۳ باتوجه به شکل، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta f(x) - 15}{x - 2} = 10$ باشد، معادله خط d را به دست آورید.



درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۴ تابع $f(x) = |x - 1|$ ، در تمام نقاط حقیقی پیوسته است؛ پس در \mathbb{R} مشتق پذیر است.

۱۵ تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ ، قد متوسط کودکان را برحسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد که در آن x ، مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.

الف آهنگ متوسط رشد در بازه $[0, 25]$ را به دست آورید.

ب آهنگ لحظه ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به دست آورید.

۱۶ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق، الزامی نیست.)

الف

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^3 - 6x + 1}$$

ب

$$g(x) = 2 \tan x + \cos^5(2x^3)$$

۱۷ اگر $f(x) = |x|(x - 2)$ باشد، به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع f را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.

۱۸ اگر $f(2) = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2x - 4} = 5$ باشد، مشتق تابع $g(x) = xf(x)$ را در $x = 2$ به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب، کامل کنید.

۱۹ اگر $f(x) = x^3 + 4x^2 - 1$ باشد، حاصل $f''(-1)$ ، برابر است.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.

۲۰ سرعت لحظه‌ای در $t = 9$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t) = \sqrt{t}$ برابر است.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۲۱ خط $x = 1$ مماس قائم منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.

۲۲ جسمی را از سطح زمین به‌طور عمودی پرتاب می‌کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به‌دست می‌آید. (t برحسب ثانیه)

الف سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به‌دست آورید.

ب لحظه‌ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است.

مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

۲۳ $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})$

۲۴ $g(x) = \sin^3 x + \tan(x^2)$

۲۵ اگر $f(1) = 1$ و $g'(1) = 5$ ، مقدار مشتق $(f + g)$ of در $x = 1$ را به‌دست آورید.

۲۶ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} |x| & ; x < 0 \\ x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۲۷ اگر $f(4) = -1$ و $f'(4) = 2$ ، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$ ، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض قطع می‌کند.

۲۸ مشتق تابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق، الزامی نیست.)

$$f(x) = (x - 6)^3 + \frac{5x + 3}{\sqrt{2x - 1}}$$

۲۹ با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌ماس چپ تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ را در $x = 2$ بیابید.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۳۰ تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ، در $x = 0$ مشتق‌پذیر است.

۳۱ تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید.

الف آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.

ب حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f ، از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 2]$ ، بزرگ‌تر باشد.

۳۲ اگر نمودار تابع f ، از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A به دست آورید.

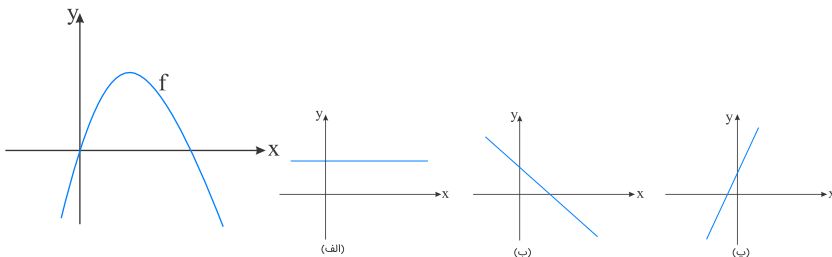
۳۳ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند به دست آورید.

۳۴ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \leq 0 \\ x & ; x > 0 \end{cases}$ را در $x = 0$ بررسی کنید.

۳۵ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & ; x < 1 \\ 2x^2 - 3 & ; x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۳۶ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \leq 1 \\ x + 1 & ; x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق‌پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۳۷ نمودار تابع f در شکل زیر آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام‌یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.



۳۸ نشان دهید نقطه‌ای به طول $x = -1$ ، نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = |x^2 + x|$ است.

۳۹ قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد، آنگاه تابع f در $x = a$ پیوسته است.

۴۰ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.

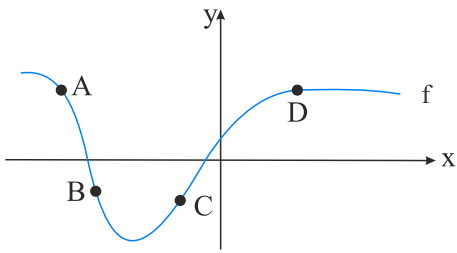
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۴۱ اگر خط $x = a$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x)$ در نقطه $(a, f(a))$ باشد، آنگاه $f'(a)$ موجود است.

۴۲ اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ ، مقدار $f''(\frac{\pi}{6})$ را حساب کنید.

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۴۳



در نقطه از نمودار بالا، مقادیر f' و f'' هر دو مثبت است.

۴۴

شیب خط مماس بر منحنی $y = 1 - 5x^2 - 2x$ در نقطه‌ای به طول -2 واقع بر آن برابر است.

مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

۴۵

$$f(x) = (x^6 + 2x)(\sqrt{x})$$

۴۶

$$g(x) = 3 \tan x - \sin^3(2x)$$

۴۷

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = \frac{5 \tan x}{1 - \sin x}$$

ب

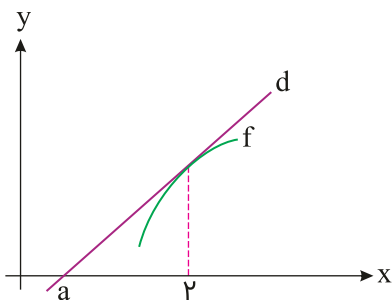
$$g(x) = \cos^y(x^y)$$

پ

$$h(x) = (3x + 5)^6$$

۴۸

خط d در نقطه با طول $x = 2$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است. باتوجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور x ها) را بیابید.

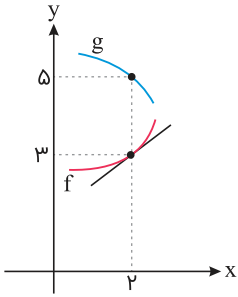


۴۹

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

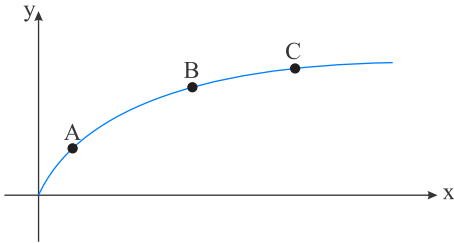
الف تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد.

۵۰ باتوجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چندبرابر $f'(2)$ است؟



جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۵۱ باتوجه به شکل زیر، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه بزرگتر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.



۵۲ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است،

الف سرعت متوسط متحرک در بازه $[1, 2]$ را محاسبه کنید.

ب سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = 2$ چقدر است؟

۵۳ مشتق تابعهای زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^6 - 2x)$$

ب

$$g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$$

۵۴ اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند، حاصل $(f \times g)'(1) + (f + g)'(4)$ را به دست آورید.

۵۵ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ (برحسب ثانیه) داده شده است. در

کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟

جمله‌های زیر را کامل کنید.

۵۶ اگر $f(x) = -x^3$ آن‌گاه $f''(1)$ برابر است با

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$g(x) = \frac{(2x-1)^f}{x^3 + 8}$$

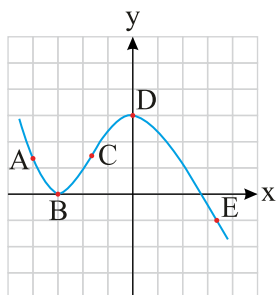
۵۷

$$f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$$

۵۸

۵۹ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

۶۰ باتوجه به نمودار زیر:



الف در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟

ب در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟

پ در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟

ت شیب نقاط D و A را باهم مقایسه نمایید.

۶۱ تابعی با ضابطه $f(x) = \frac{3x-6}{x^2+2}$ را در نظر بگیرید:

الف آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-2, 0]$ را به دست آورید.

ب آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = -1$ را به دست آورید.

۶۲ با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی نمایید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۶۳ تابع f روی بازه (a, b) مشتق‌پذیر است، هرگاه در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد.

۶۴ اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است.

۶۵ با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt{x}$ ، آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

۶۶ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چندبرابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۶۷ نقطه $(1, 1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = |2 - x^2|$ است.

۶۸ در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{120}{t} + 5$ مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه $t = 2$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[4, 6]$ را بیابید.

۶۹ اگر $f(x) = \cos 2x$ باشد، مقدار $f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$ را به دست آورید.

مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$f(x) = (\omega x^3 - x)^9 (\sqrt{2x+1})$$

$$g(x) = \frac{4 \tan x}{3x^2 - 1}$$

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۷۲ تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x = 1$ مشتق‌پذیر است.

مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$$

$$g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$$

$$h(x) = (2x^5 - 1)^6$$

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۷۶ اگر تابع f در $x = a$ پیوسته نباشد، آنگاه f در a مشتق‌پذیر هم نیست.

۷۷ تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$.

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۷۸ اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a است.

۷۹ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ 2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$ داده شده است؛

الف نشان دهید که $f'(0)$ وجود ندارد.

ب ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

پ نمودار تابع f' را رسم کنید.

مشتق تابعهای زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$$

۸۰

$$g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$$

۸۱

۸۲ مشتق تابعهای زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$$

الف

$$g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$$

ب

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$$

۸۳

$$g(x) = (x^2 + 3x + 1)^y$$

۸۴

$$h(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x + 9}$$

۸۵

۸۶ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است.

الف جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟

ب آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟

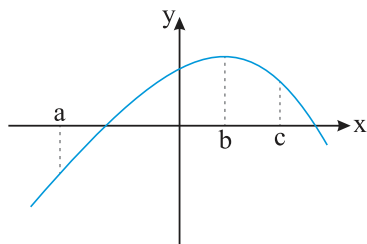


۸۷

جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت $f(t) = -2t^2 + 10t$ می‌باشد. سرعت لحظه‌ای این جسم را در $t = 2$ به دست آورید.

۸۸

باتوجه به نمودار تابع f ، اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب با m_c, m_b, m_a نمایش داده شود، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



(۱) $m_c > m_b > m_a$

(۲) $m_b > m_a > m_c$

(۳) $m_a > m_b > m_c$

(۴) $m_c = m_b = m_a$

۸۹

خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می‌کند، که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟

۹۰

مشتق‌پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ را در $x = 2$ بررسی کنید.

۹۱

اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

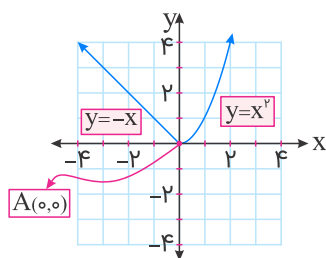
۹۲

مشتق‌پذیری تابع زیر را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & ; x \geq 1 \\ 3x + 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

۹۳

با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده‌شده در نقطه A ، نشان دهید این تابع در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.



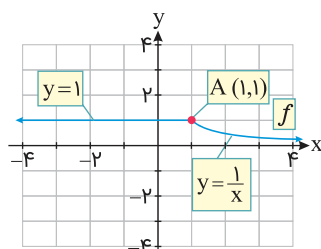
جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

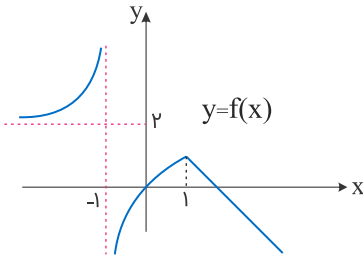
۹۴

اگر تابع f در $x = a$ مشتق‌پذیر باشد، آنگاه f در a است.

۹۵

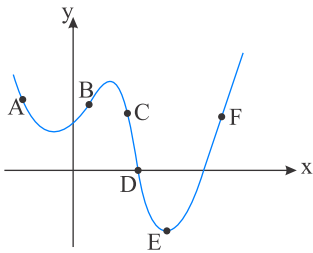
با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع f در نقطه A ، نشان دهید که تابع f در نقطه A مشتق‌پذیر نیست.





الف تابع $y = f(x)$ در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست؟

۹۷ باتوجه به نمودار داده شده، گزینه مناسب را انتخاب کنید.

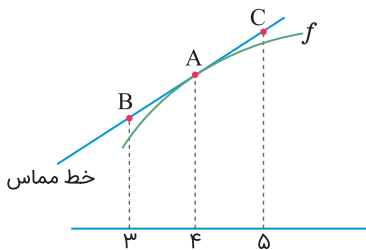


الف در کدام نقطه مماس افقی بر نمودار رسم می شود؟ (الف B (ب E)

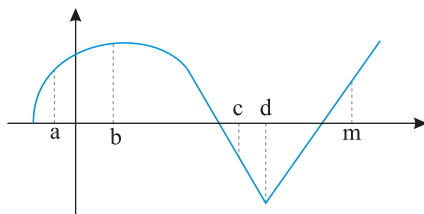
ب شیب خط مماس در نقطه F چه علامتی دارد؟ (الف مثبت (ب منفی)

پ شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه D نسبت به نقطه B چگونه است؟ (الف بیشتر (ب کمتر)

۹۸ برای تابع f در شکل زیر داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$. باتوجه به شکل، مختصات نقاط B و C را بیابید.



۹۹ باتوجه به نمودار f به سوالات زیر پاسخ دهید.

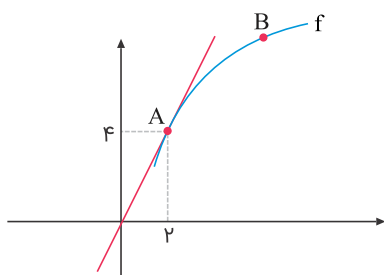


الف طول نقطه ای که مشتق در آن صفر است را بنویسید.

ب طول نقطه "گوشه ای" را بنویسید.

پ طول نقطه ای که در آن مقدار تابع و شیب خط هر دو منفی است، را بنویسید.

نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:



الف حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید.

ب شیب خطهای مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.

۱۰۱ مشتق‌پذیری تابع زیر را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & ; x \geq -1 \\ 2x + 6 & ; x < -1 \end{cases}$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده‌کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = (\sqrt{3x} + 1)(2x^3 - 1)$$

$$g(x) = 3 \tan^2 x + \cos x^2$$

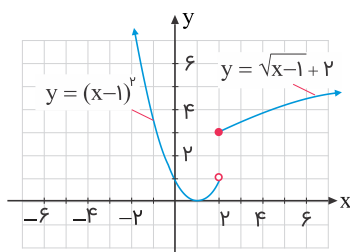
$$h(x) = \frac{x^2 - 3x}{\Delta x}$$

۱۰۲

۱۰۳

۱۰۴

۱۰۵ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & ; x \geq 2 \\ (x-1)^2 & ; x < 2 \end{cases}$ به صورت زیر است:



الف آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق‌پذیر است؟

ب آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

پ مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید.



۱۰۶ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = x(x-1)(x+1)$$

ب

$$g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3$$

۱۰۷ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(x) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید.

الف سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید.

ب در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟

۱۰۸ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

الف اگر $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ باشد، حاصل $(3f + g)'(1)$ برابر ۹ است.

۱۰۹ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می‌شود؟

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۱۱۰ اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.

۱۱۱ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

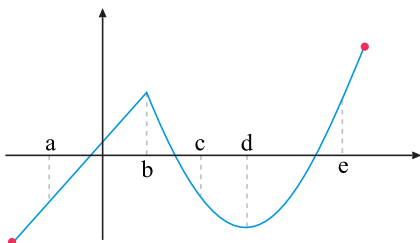
$$f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$$

ب

$$g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$$

۱۱۲ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 3x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید.

۱۱۳ با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر از بین نقاط مشخص شده، مطلوب است طول نقطه‌ای که:



الف تابع در آن مشتق پذیر نیست.

ب مماس در آن موازی محور طول‌هاست.

پ مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است.

۱۱۴ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = (4x^2 - 5x)^3 (\sqrt{x} + 1)$$

ب

$$g(x) = \frac{9x + 1}{x - x^2}$$

پ

$$h(x) = \sin(3x^2)$$

۱۱۵ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است).

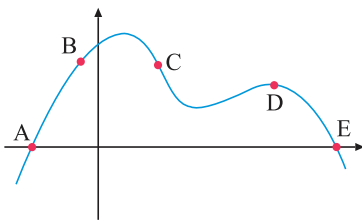
الف

سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید.

ب

سرعت لحظه‌ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید.

۱۱۶ از بین نقاط مشخص شده A، B، C، D و E روی نمودار زیر، در کدام نقطه:



الف

مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟

ب

مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟

۱۱۷ تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود شصت ماهگی نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان

پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

۱۱۸

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = \frac{-2x + 3}{x + 4}$$

ب

$$g(x) = (\sqrt{3x+1})(x^2 + 2x)$$

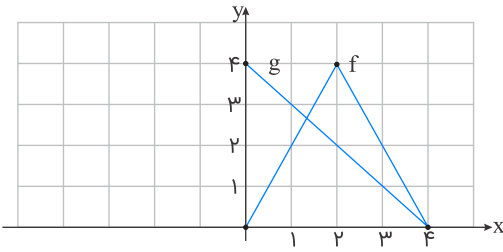
۱۱۹ معادله نیم‌مماس راست تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۲۰

تابع $y = [x]$ در صفر مشتق‌پذیر است.

نمودار تابع f و g را در شکل زیر در نظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(1)$ را بیابید.



معادله حرکت متحرکی به صورت $f(x) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه $[0, 5]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه زمانی $[0, 5]$ و سرعت لحظه‌ای را در لحظه $t = 2$ به دست آورید.

مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}$$

اگر $f(x) = \begin{cases} ax+1 & ; x < 0 \\ x^2 + 3x+1 & ; x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.

اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$ ، حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید.

اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^3 - t$ بر حسب متر باشد، در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است؟

مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$f(x) = (-3x^2 + x)^5 (2x)$$

$$g(x) = 5 \tan x + \sin x^2$$

$$h(x) = \frac{2}{x}$$

برای تابع $f(x) = x^3 - 8$ در نقطه تقاطع آن با محور x ها معادله خط مماس را بنویسید.

مشتق‌پذیری تابع $f(x) = |2x - 4|$ را در $x = 2$ بررسی کنید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی داشته باشد، آنگاه $f'(a)$ وجود ندارد.

تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x < 0 \\ x^2-1 & ; x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید:

الف نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد.

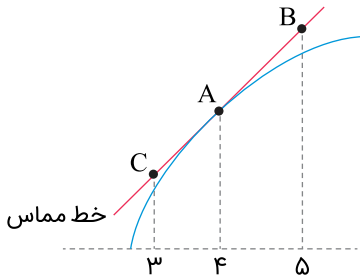
ب ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

پ نمودار تابع f' را رسم کنید.

۱۳۴ اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، مقدار $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.

۱۳۵ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ باهم برابرند؟

۱۳۶ برای تابع f در شکل زیر داریم: $f(4) = 25$ و $f'(4) = 1/5$. باتوجه به شکل مختصات نقاط B و C را بیابید.



۱۳۷ دوچرخه‌سواری طبق معادله $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$ حرکت می‌کند که در آن $0 \leq t \leq 6$ برحسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۱۳۸ اگر $f'(5) = 2$ و $g'(5) = -1$ ، در این صورت $(2f - g)'(5)$ برابر با است.

۱۳۹ در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ x + 2 & x \geq -1 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(-1)$ و $f'_-(-1)$ موجودند، ولی $f'(-1)$ موجود نیست.

۱۴۰ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = (x^2 - 6)^3 \left(\frac{1}{x} + 1\right)$$

ب

$$g(x) = \sin^3(5x)$$

پ

$$h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3 - 2x + 1}$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۱۴۱

$$f(x) = \frac{x^r - 1}{x^r + 2x + 1}$$

۱۴۲

$$g(x) = \cos^w(2x)$$

۱۴۳

مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^4$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۱۴۴

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x^w - 2x^r}$$

ب

$$g(x) = \sin^w(2x + 1)$$

۱۴۵

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = \frac{x^r - 3x + 1}{-3x + 2}$$

ب

$$g(x) = \sqrt{x}(3x^r + 5)$$

پ

$$h(x) = \sin^w x + \cos^r x$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۱۴۶

$$f(x) = (x^r - 3x)^5$$

۱۴۷

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

۱۴۸

$$f(x) = (4x^w - 7)(2x - 1)^r$$

۱۴۹

$$g(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$



۱۵۰ مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف

$$f(x) = \frac{f \sin \frac{x}{2}}{x^2 + \sqrt{x}}$$

ب

$$g(x) = 3x(x^2 - 6x)^3 + \cos 2x$$

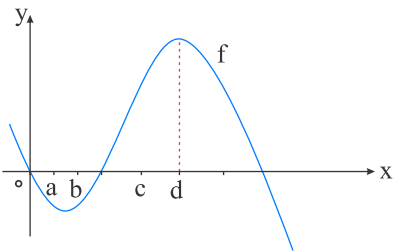
۱۵۱ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 4x(1 - |x|)$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.

۱۵۲ تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیشتر است؟

۱۵۳ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

الف تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x = 0$ مشتق‌پذیر است.

۱۵۴ با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a, b, c, d را با مشتق‌های داده‌شده در جدول نظیر کنید.



x				
f'(x)	0	0.5	2	-0.5

۱۵۵ تابع با ضابطه $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است.

الف آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

ب آهنگ لحظه‌ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟

۱۵۶ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$$

ب

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$$

۱۵۷ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

۱۵۸ جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید:

الف سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ به دست آورید.

ب مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم 35 m/s است.

مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۱۵۹

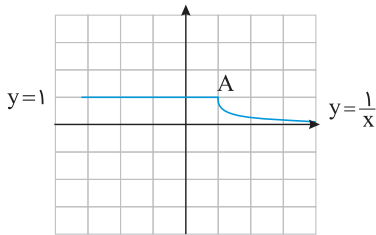
$$f(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$$

۱۶۰

$$g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$$

۱۶۱

با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع رسم‌شده زیر، مشتق‌پذیری تابع را در نقطه $A(1, 1)$ بررسی کنید.



۱۶۲

جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنید ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید. مطلوب است:

الف

سرعت متوسط در بازه $[1, 2]$

ب

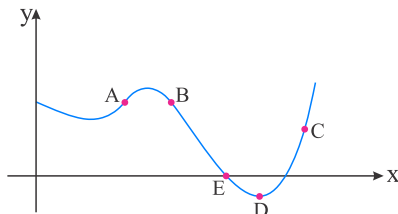
سرعت لحظه‌ای در زمان $t = 3$

۱۶۳

معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در نقطه $A(1, f(1))$ به دست آورید.

۱۶۴

نقاط داده‌شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه‌شده در جدول نظیر کنید (یک نقطه اضافی است).



شیب	نقطه
-۳	
-۱	
۰	
۱	

۱۶۵

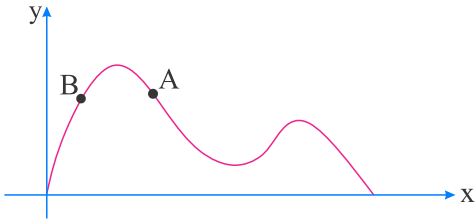
معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی باهم برابرند؟

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۱۶۶

اگر $h(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ باشد، آنگاه $h''(1)$ برابر است.

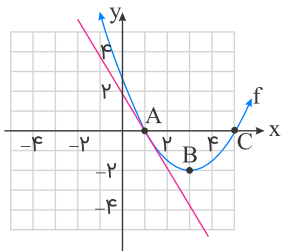
۱۶۷ در نمودار $y = f(x)$ شیب نمودار در نقاط A و B و شیب خط AB را از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.



۱۶۸ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۱۶۹ اگر $f(x) = x^2 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق $f'(1)$ را حساب کنید.

۱۷۰ در نمودار زیر، خط d در نقطه $x = 1$ بر نمودار f مماس شده است:



الف مشتق تابع f را در نقطه $x = 1$ محاسبه کنید.

ب شیب نمودار را در نقاط B و C مقایسه کنید.

۱۷۱ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = \left(\frac{-3x + 1}{x^2 + 5} \right)^8$$

ب

$$g(x) = \left(\frac{1}{x} \right) (\sqrt{3x + 2})$$

۱۷۲ به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید.

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

۱۷۳ تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر نیست. خط $x = 0$ را منحنی می‌نامیم.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۱۷۴ اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه f در a مشتق‌پذیر است.

۱۷۵ مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول $x = -1$ به دست آورید.

۱۷۶ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، برحسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ باهم برابرند؟

۱۷۷ مشتق‌پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در $x = 1$ بررسی کنید.

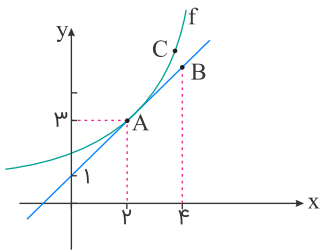
در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۱۷۸ اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با است.

۱۷۹ معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ داده شده است. در کدام لحظه در این بازه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط باهم برابرند؟

۱۸۰ معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه $A(2, f(2))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.

۱۸۱ در شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه $x = 2$ داده شده است:



الف مشتق تابع $f(x)$ را در نقطه $x = 2$ بیابید.

ب معادله خط مماس بر نمودار تابع در نقطه A را بنویسید.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۱۸۲ اگر $f'(2) = -1$ و $g'(2) = 3$ ، در این صورت $(2f + 3g)'(2)$ برابر با است.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۸۳ سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t) = t^2 + 3t$ برابر ۷ است.

۱۸۴ تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت‌زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

۱۸۵ مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 (5x - 1)$$

ب

$$g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید.

۱۸۶

$$f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^6$$

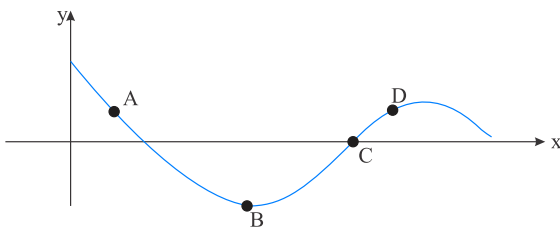
۱۸۷

$$g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$$

۱۸۸ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -1$ است؟

۱۸۹

نقاط داده شده روی منحنی را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید.



-۲	$\frac{1}{2}$	۰	۱	شیب
				نقطه

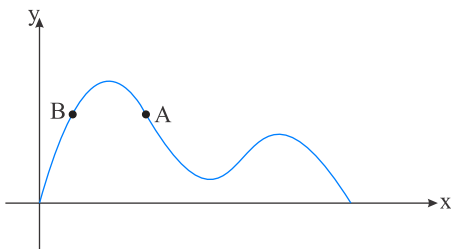
۱۹۰

مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \geq 1 \\ 3x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

۱۹۱ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۹۲ در شکل زیر، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.



۱۹۳ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید.

پاسخ سؤال ۱

درست

۱

خط d در نقطه $P(1, 3)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط d برابر -1 است.
روش اول: معادله خط d به صورت زیر است:

$$y - 3 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{Q(2a+1, a) \in d} a = -2a - 1 + 4 \Rightarrow a = 1$$

روش دوم:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a - 3}{2a + 1 - 1} = -1 \Rightarrow a = 1$$

آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 3]$:

۳

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = x^2 - 4$ است.

$$f'(a) < -1 \Rightarrow a^2 - 4 < -1 \Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$$

پاسخ سؤالات ۴ تا ۵

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5\right)(x - 3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x - 3)^2}$$

۴

$$g'(x) = (3(-\sin x) \cos^2 x)(\tan x) + (\cos^2 x)(1 + \tan^2 x)$$

۵



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x - 2}$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \end{cases}$$

پس $f(x)$ در $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

پاسخ سؤال ۷

۷ -۱

پاسخ سؤالات ۸ تا ۹

۸ نادرست

۹ نادرست

۱۰

آهنگ لحظه‌ای $= 2_0(2)(1 - \frac{t}{5_0})(-\frac{1}{5_0})$ یا $-\frac{4}{5}(1 - \frac{t}{5_0})$

آهنگ متوسط $= \frac{0 - 2_0}{5_0 - 0} = \frac{-2}{5}$

از برابری آهنگ متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم $t = 2.5$.

۱۱ در $x = 2$ پیوسته است.

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & ; x < 2 \\ 2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) & ; x > 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow f'_+(2) = 1, f'_-(2) = 8$

پس در $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

۱۲

$$h'(x) = 6 \left(\frac{\sqrt{1-3x}}{y+x} \right)^\delta \left(\frac{\left(\frac{-3}{2\sqrt{1-3x}} \right) (y+x) - (1)(\sqrt{1-3x})}{(y+x)^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\Delta(f(x) - f(2))}{x - 2} = \Delta f'(2) \Rightarrow f'(2) = 2$$

$$\Rightarrow y = 2x - 1$$

پاسخ سؤال ۱۴

۱۴ نادرست

$$\frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 0}{25} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

۱۵ الف

$$f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x=49} f'(49) = \frac{1}{2}$$

ب

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}(x^3 - 6x + 1) - (3x^2 - 6)\sqrt{x+1}}{(x^3 - 6x + 1)^2}$$

۱۶ الف

$$g'(x) = 2(1 + \tan^2 x) + (\Delta)(6x^2)(-\sin(2x^3)) \cos^2(2x^3)$$

ب

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|(x-2) - f(0)}{x-0}$$

۱۷

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x(x-2) - 0}{x} = +2 \\ f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x-2) - 0}{x} = -2 \end{cases}$$

چون $f'_-(0) \neq f'_+(0)$ ، لذا تابع f در $x = 0$ مشتق پذیر نیست.

$$\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'(2) = 5 \Rightarrow f'(2) = 10$$

۱۸

$$g'(x) = 1 \times f(x) + x \times f'(x)$$

$$\Rightarrow g'(2) = 1 \times 7 + 2 \times 10 = 27$$

پاسخ سؤال ۱۹

۱۹ ۲



۲۰ سرعت لحظه‌ای برابر است با: $\frac{1}{6}$

۲۱ نادرست

۲۲ الف
روش اول:

$$\frac{h(4) - h(3)}{4 - 3} = \frac{10 - 75}{1} = 5$$

$$\text{سرعت متوسط} = h'(3/5) = -10(3/5) + 40 = 5$$

$$h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$$

ب

روش دوم:

۲۳

$$f'(x) = 2 \times 3x^2(x^3 + 1)(\sqrt{3x + 2}) + \frac{3}{2\sqrt{3x + 2}}(x^3 + 1)^2$$

$$g'(x) = 2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x + 2x(1 + \tan^2(x^2))$$

$$\begin{aligned} ((f + g) \circ f)'(1) &= f'(1) \times (f + g)'(f(1)) \\ &= f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) = 3 \times (3 + 5) = 24 \end{aligned}$$

۲۴

۲۵

۲۶ f پیوسته است.

$$\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - 0}{x} = -1 \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0)$ مشتق‌ناپذیر

۲۷ -۹

۲۸

$$f'(x) = 3(x-6)^2 + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(\Delta x + 3)}{(\sqrt{2x-1})^2}$$

روش اول: ۲۹

$$\begin{aligned} f'_-(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} f'_-(2) &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|(2+h)^2 - 4| - 0}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|h^2 + 4h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-(h^2 + 4h)}{h} = -4 \end{aligned}$$

۳۰ نادرست

۳۱ الف

$$\text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1$$

ب

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow x > 1$$

توجه: اشتراک $x > 1$ با بازه $[0, 2]$ نیز به‌عنوان پاسخ نهایی، صحیح می‌باشد.

فرض کنیم $y = ax + b$ ، خط مماس بر منحنی f در نقطه $(۲, ۴)$ واقع بر آن باشد.

$$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = ۳ \Rightarrow f'(۲) = ۳ \Rightarrow a = ۳$$

$$y = ۳x + b \xrightarrow{(۲, ۴)} b = -۲ \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = ۳ \Rightarrow f'(۲) = ۳ \Rightarrow m = ۳$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{(۲, ۴)} y - ۴ = ۳(x - ۲) \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

$$\frac{f(۴) - f(-۱)}{۴ - (-۱)} = \frac{۳ - ۲}{۵} = \frac{۱}{۵}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^۲ - 0}{x - 0} = 0 \quad f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1$$

$$f'_-(0) \neq f'_+(0)$$

پس تابع مشتق‌پذیر نیست.

تابع پیوسته است.

$$\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{۲x^۲ - ۳ + 1}{x - 1} = ۴ \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{۳x - ۴ + 1}{x - 1} = ۳ \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad \text{در نقطه } x = 1 \text{ مشتق‌پذیر نیست}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - ۲}{x - 1} = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^۲ + x - ۲}{x - 1} = ۳$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x = 1$ مشتق‌پذیر نیست.

نمودار ب. سهمی نمودار داده‌شده ماکزیمم دارد، پس ضریب $x^۲$ منفی است. لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است.



$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{|x^2 + x|}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x + 1)}{x + 1} = 1$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2 + x|}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x + 1)}{x + 1} = -1$$

مشتق‌های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. پس $x = -1$ نقطه گوشه‌ای تابع است.

کافی است نشان دهیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ۳۹

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) &= \lim_{x \rightarrow a} \left((x - a) \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) \right) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ &= 0 \times f'(a) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \end{aligned}$$

$$f'(0) = m = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty, \quad A(0, 0) \quad \text{۴۰}$$

معادله مماس قائم: $x = 0$

پاسخ سؤال ۴۱

۴۱ نادرست

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x$$

$$f''(x) = 6 \cos 2x \Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos \frac{\pi}{3} = 3 \quad \text{۴۲}$$

پاسخ سؤالات ۴۳ تا ۴۴

۴۳ C

۴۴ ۱۸

پاسخ سؤالات ۴۵ تا ۴۶

$$f'(x) = (4x^3 + 2)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^4 + 2x) \quad \text{۴۵}$$

$$g'(x) = 3(1 + \tan^2 x) - 2 \sin^2(2x) \cos(2x)$$

۴۶

$$f'(x) = \frac{\Delta(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x) - (-\cos x)(\Delta \tan x)}{(1 - \sin x)^2}$$

الف ۴۷

$$g'(x) = -2 \cos^2(x^2) \times 2x \times \sin(x^2)$$

ب

$$h'(x) = 2 \times 3 \times (3x + 5)^5$$

پ

$$f'(x) = -2x + 2 \Rightarrow f'(2) = 2$$

۴۸

$$d: (2, 3), (a, 0) : 2 = \frac{0 - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

الف ۴۹
نادرست

۵۰

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(g(x) \times \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5f'(2) \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۵۱

A ۵۱

$$\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 15$$

الف ۵۲

$$f'(t) = 2t^2 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$$

ب

$$f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 - 2x) + (2x^2 - 2)(2\sqrt{x} + 1)$$

الف ۵۳

$$g'(x) = \frac{3(x^5 - x + 1) - (5x^4 - 1)(3x + 1)}{(x^5 - x + 1)^2}$$

ب

$$f'(x) = 6x^2, \quad g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(f + g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4}$$

$$f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{2}\right)(3) = 6 + \frac{3}{2}$$

$$(f + g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4}$$

$$f'(t) = 2t + 2$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4 \Rightarrow 2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$$

پاسخ سؤال ۵۶

۵۶ -۶

پاسخ سؤالات ۵۷ تا ۵۸

$$g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x - 1)^3 (x^3 + 1) - 3x^2 (2x - 1)^4}{(x^3 + 1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x + 1)^2}}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

E الف ۶۰

B ب

C پ

$m_D > m_A$ ت



$$\frac{f(0) - f(-2)}{0 + 2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$f'(x) = \frac{-3x^2 + 12x + 6}{(x^2 + 2)^2} \Rightarrow f'(-1) = -1$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} = +\infty$$

تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

پاسخ سؤالات ۶۳ تا ۶۴

۶۳ درست

۶۴ نادرست

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13 \\ \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} &= \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \end{aligned}$$

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$ ، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است.

پاسخ سؤال ۶۷

۶۷ نادرست

$$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{25 - 35}{2} = -5$$

$$\Rightarrow -30 - 5 = -35$$

$$f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = -2 \cos 2x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\sqrt{2}$$

پاسخ سؤالات ٧٠ تا ٧١

$$f'(x) = 9(15x^2 - 1)(5x^3 - x)^{\sqrt{2x+1}} + \left(\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}\right)(5x^3 - x)^9$$

$$g'(x) = \frac{2(1 + \tan^2 x)(3x^2 - 1) - (2x) \times (2 \tan x)}{(3x^2 - 1)^2}$$

پاسخ سؤال ٧٢

نادرست

پاسخ سؤالات ٧٣ تا ٧٥

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3 + 4) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

$$g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2 + 1)}{(x-6)^2}$$

$$h'(x) = 4(2x^5 - 1)^3(10x^4)$$

پاسخ سؤالات ٧٦ تا ٧٧

درست ۷۶

نادرست ۷۷

پاسخ سؤال ۷۸

پیوسته ۷۸

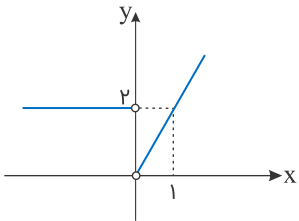
الف ۷۹ تابع f در صفر پیوسته نیست، بنابراین $f'(0)$ موجود نیست.

الف

ب

پ

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & ; x > 0 \\ 2 & ; x < 0 \end{cases}$$



پاسخ سؤالات ۸۰ تا ۸۱

$$f'(x) = \omega \left(\frac{x^2}{\sqrt[3]{x-1}} \right)^f \left(\frac{2x(\sqrt[3]{x-1}) - 3x^2}{(\sqrt[3]{x-1})^2} \right)$$

۸۰

$$g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt[3]{3x+2}} \right) (x^3 + 1) + 3x^2 (\sqrt[3]{3x+2})$$

۸۱

$$f'(x) = \omega (x^2 + 2x - 1)^f (2x + 2)$$

الف ۸۲

$$g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3 + 1) + (\sqrt{3x+2})(3x^2)$$

پاسخ سؤالات ۸۳ تا ۸۵

$$f'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^3 + 1) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$$

$$g'(x) = 7(2x+3)(x^2+3x+1)^6$$

$$h'(x) = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2-5x+7)}{(-2x+9)^2}$$

$$\Delta m = m(4) - m(1) = 130 - 3 = 127$$

تذکر: هدف به دست آوردن آهنگ تغییر متوسط نیست، بلکه محاسبه میزان افزایش جرم توده در بازه داده شده مدنظر است.

$$m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \xrightarrow{t=4} \frac{1}{4} + 96$$

$$f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$$

گزینه ۳

باتوجه به نمودار $m_a > m_b > m_c$ است.

$$d'(t) = -10t + 20 \Rightarrow d'(2) = 0$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$$

$\Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2) \Rightarrow$ تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست

$$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x - \circ}{x - \circ} = 1$$

$$f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{x - \circ}{x - \circ} = 0 \Rightarrow f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$$

$f'(\circ)$ موجود نیست.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 1 - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1} = 3 \Rightarrow f'_-(1) \neq f'_+(1)$$

بنابراین تابع f در $x = 1$ مشتق پذیر نیست.

$$\begin{cases} f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} = 0 \\ f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-x - \circ}{x - \circ} = -1 \end{cases} \Rightarrow f'_+(\circ) = f'_-(\circ)$$

$f'(\circ)$ موجود نیست.

پاسخ سؤال ۹۴

پیوسته

$$\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

$f'(1)$ موجود نیست.

تابع در $x = 1$ و $x = -1$ مشتق پذیر نیست.

الف ب (E)

الف (مثبت)

ب (کمتر)



$$\frac{f(۴) - f(۳)}{۴ - ۳} = ۱/۵ \Rightarrow B(۳, ۲۲/۵)$$

$$\frac{f(۵) - f(۴)}{۵ - ۴} = ۱/۵ \Rightarrow C(۵, ۲۵/۵)$$

$$x = b$$

$$x = d$$

$$x = c$$

$$\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = f'(۲) = ۲$$

$$m_A > m_B$$

الف ۹۹

ب

پ

الف ۱۰۰

ب

تابع در $x = -۱$ پیوسته است. ۱۰۱

$$\begin{cases} f'_+(-۱) = \lim_{x \rightarrow -۱^+} \frac{x^۲ + ۳ - ۴}{x - (-۱)} = -۲ \\ f'_-(-۱) = \lim_{x \rightarrow -۱^-} \frac{۲x + ۶ - ۴}{x - (-۱)} = ۲ \end{cases} \Rightarrow f'_+(-۱) \neq f'_-(-۱)$$

$f'(-۱)$ موجود نیست.

پاسخ سؤالات ۱۰۲ تا ۱۰۴

$$f'(x) = \frac{۳}{۲\sqrt{۳x}}(۲x^۳ - ۱) + (\sqrt{۳x} + ۱)(۶x^۲)$$

$$g'(x) = ۶ \tan x(1 + \tan^۲ x) + ۲x(-\sin x^۲)$$

$$h'(x) = \frac{(۲x - ۳)(\Delta x) - (\Delta)(x^۲ - ۳x)}{(\Delta x)^۲}$$

۱۰۲

۱۰۳

۱۰۴

الف ۱۰۵
خیر

ب، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. زیرا تابع f در فاصله $(-\infty, 2)$ از ضابطه $(x-1)^2$ تبعیت می کند. چون $(x-1)^2$ چند جمله ای است، پس در هر بازه ای پیوسته و مشتق پذیر است.

ب

$$x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$$

ب

$$f(x) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$$

الف ۱۰۶

$$g'(x) = 3 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$$

ب

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$$

الف ۱۰۷

$$h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3$$

ب

الف ۱۰۸
نادرست

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \quad \frac{10 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{2}$$

۱۰۹

$$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$$

پاسخ سؤال ۱۱۰

۱۱۰ نباشد

$$f'(x) = \frac{y}{2\sqrt{yx}} (3x^2 + 2) + \sqrt{yx} (6x)$$

الف ۱۱۱

$$g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

ب

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = 3$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ پس تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نمی باشد.

b الف ۱۱۳

d ب

e پ

الف ۱۱۴

$$f'(x) = 3(4x^2 - 5x)^2 (\lambda x - 5)(\sqrt{x} + 1) + \frac{1}{2\sqrt{x}} (4x^2 - 5x)^3$$

ب

$$g'(x) = \frac{9(x - x^2) - (1 - 2x)(9x + 1)}{(x - x^2)^2}$$

پ

$$h'(x) = 6x \cos(3x^2)$$

الف ۱۱۵

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{18 - 3}{3} = 5$$

ب

$$f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$$

A الف ۱۱۶

C ب

۱۱۷

$$\text{آهنگ متوسط رشد} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{7}{5}$$

الف ۱۱۸

$$f'(x) = \frac{-2(x + 4) - (-2x + 3)}{(x + 4)^2}$$

$$g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2 + 2x) + (2x+2)(\sqrt{3x+1})$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - 0 = 2(x - 1)$$

۱۱۹

پاسخ سؤال ۱۲۰

۱۲۰ نادرست

$$h'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)} = \frac{2 \times 3 - (2)(-1)}{9} = \frac{8}{9}$$

۱۲۱

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(\omega) - f(0)}{\omega - 0} = \frac{3\omega - 1\omega}{\omega} = 2$$

$$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$$

۱۲۲

$$f'(x) = \frac{\frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}}$$

۱۲۳

۱۲۴ تابع f در نقطه ۰ = x پیوسته است.

$$\begin{cases} f'_+(0) = 3 \\ f'_-(0) = a \end{cases} \Rightarrow a = 3$$

$$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$$

۱۲۵

$$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$$

۱۲۶

پاسخ سؤالات ۱۲۷ تا ۱۲۹

$$f'(x) = 5(-6x+1)(-3x^2+x)^6(2x) + (2)(-3x^2+x)^5$$

۱۲۷

$$g'(x) = 5(1 + \tan^2 x) + 2x \cos x^2$$

۱۲۸

$$h'(x) = \frac{-2}{x^3}$$

$$x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$$

$$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m = f'(2) = 12, y - 0 = 12(x - 2) \Rightarrow y = 12x - 24$$

$$\begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x - 2)}{x - 2} = 2 \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2(x - 2)}{x - 2} = -2 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد.

پاسخ سؤال ۱۳۲

۱۳۲ درست

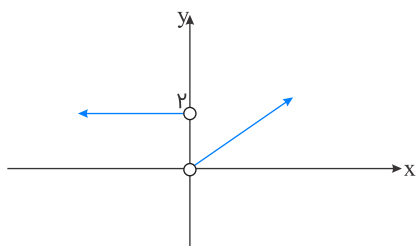
در $x = 0$ گوشه ای و مشتق ناپذیر است.

۱۳۳ الف

ب

پ

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & ; x < 0 \\ 2x & ; x > 0 \end{cases}$$



$$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$$

$$\text{سرعت متوسط} \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$$

$$\text{سرعت لحظه ای} \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

۱۳۶

$$A(۴, ۲۵) \Rightarrow ۱/۵ = \frac{y_B - ۲۵}{۵ - ۴}, \quad ۱/۵ = \frac{y_C - ۲۵}{۳ - ۴}$$

$$B(۵, ۲۶/۵), \quad C(۳, ۲۳/۵)$$

۱۳۷

$$d'(t) = t^۲ + ۱۰ \Rightarrow d'(۲) = ۱۴$$

پاسخ سؤال ۱۳۸

۵ ۱۳۸

۱۳۹

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + ۲ - ۱}{x + 1} = 1$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^۲ - 1}{x + 1} = -۲ \Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$$

f'(-1) موجود نیست.

الف ۱۴۰

$$f'(x) = ۳(۲x)(x^۲ - ۶)^۲ \left(\frac{1}{۶}x + 1\right) + \frac{1}{۶}(x^۲ - ۶)^۳$$

ب

$$g'(x) = ۱۵ \sin^۲(\Delta x) \cos(\Delta x)$$

پ

$$h'(x) = \frac{\left(\frac{1}{۲\sqrt{x}}\right)(x^۳ - ۲x + 1) - (۳x^۲ - ۲)(\sqrt{x})}{(x^۳ - ۲x + 1)^۲}$$

پاسخ سؤالات ۱۴۱ تا ۱۴۲

۱۴۱

$$f'(x) = \frac{۲x(x^۳ + ۲x + 1) - (x^۲ - 1)(۳x^۲ + ۲)}{(x^۳ + ۲x + 1)^۲}$$

۱۴۲

$$g'(x) = -۶ \cos^۲(۲x) \sin(۲x)$$

۱۴۳

$$y' = \frac{-1}{x^۲} \times (۲\sqrt{x} - 1)^۶ + ۶(۲\sqrt{x} - 1)^۵ \times \left(\frac{۲}{۲\sqrt{x}} - ۰\right) \times \frac{1}{x}$$

۱۴۴



$$y' = \frac{\nu(x^{\nu} - \nu x^{\nu}) - (\nu x^{\nu} - \nu x)(\nu x + \nu)}{(x^{\nu} - \nu x^{\nu})^{\nu}}$$

الف

$$y' = \nu \times \nu \sin^{\nu}(\nu x + 1) \cos(\nu x + 1)$$

ب

$$f'(x) = \frac{(\nu x - \nu)(-\nu x + \nu) - (-\nu)(x^{\nu} - \nu x + 1)}{(-\nu x + \nu)^{\nu}}$$

الف ١٤٥

$$g'(x) = \frac{1}{\nu \sqrt{x}} (\nu x^{\nu} + \omega) + \sqrt{x} (\nu x)$$

ب

$$h'(x) = \nu \times \sin^{\nu} x \times \cos x + \nu \cos x \times (-\sin x)$$

ب

پاسخ سؤالات ١٤٦ تا ١٤٧

$$f'(x) = \omega(x^{\nu} - \nu x)^{\nu} (\nu x^{\nu} - \nu)$$

١٤٦

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{\nu \sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^{\nu}}$$

١٤٧

پاسخ سؤالات ١٤٨ تا ١٤٩

$$f'(x) = (\nu x^{\nu})(\nu x - 1)^{\nu} + \nu(\nu x - 1)^{\nu} (\nu)(\nu x^{\nu} - \nu)$$

١٤٨

$$g'(x) = \frac{-\cos x(\cos x) - (-\sin x)(1 - \sin x)}{\cos^{\nu} x}$$

١٤٩

$$f'(x) = \frac{(\nu \cos \frac{x}{\nu})(x^{\nu} + \sqrt{x}) - (\nu x + \frac{1}{\nu \sqrt{x}})(\nu \sin \frac{x}{\nu})}{(x^{\nu} + \sqrt{x})^{\nu}}$$

الف ١٥٠

$$g'(x) = \nu \times (x^{\nu} - \nu x)^{\nu} + (\nu \times (\nu x - \nu)(x^{\nu} - \nu x)^{\nu}) \times \nu x - \nu \sin \nu x$$

ب

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2, & x \geq 0 \\ 4x + 4x^2, & x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4$$

$$\Rightarrow f'_+(0) = f'_-(0)$$

تابع مشتق پذیر است.

$$\text{آهنگ لحظه‌ای: } f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{16} = -15$$

$$\text{آهنگ متوسط: } \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 80}{2} = -16$$

$$-15 - (-16) = 1$$

الف نادرست

x	d	b	c	a
f'(x)	۰	۰/۵	۲	-۰/۵

الف

$$\text{آهنگ تغییر متوسط } \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{7}{5}$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای } f'(49) = \frac{7}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{2}$$

ب

$$f'(x) = 5(x^2 + 2x + 1)^4 (2x + 2)$$

الف

$$g'(x) = \frac{(1)(\sqrt{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$$

ب



$$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x - \circ}{x - \circ} = 1$$

$$f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} = \circ$$

پس مشتق تابع در $x = 0$ موجود نیست. $f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$

الف ۱۵۸

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(\lambda) - h(\omega)}{\lambda - \omega} = \frac{\circ - (7\omega)}{\lambda - \omega} = -2\omega$$

ب

$$h'(t) = -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 0/5$$

پاسخ سؤالات ۱۵۹ تا ۱۶۰

۱۵۹

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

۱۶۰

$$g'(x) = (6x)(2x - 5)^3 + (3)(2)(2x - 5)^2(3x^2 - 4)$$

۱۶۱

$$y = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 0 & ; x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow y'_-(1) = y'_+(1)$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

الف ۱۶۲

سرعت متوسط:

$$\frac{h(2) - h(1)}{2 - 1} = 20$$

ب

سرعت لحظه‌ای:

$$h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow h'(3) = 10$$

۱۶۳

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1, f(1) = -1 \Rightarrow y = x - 2$$

E	B	D	A	نقطه
-۳	-۱	۰	۱	شیب

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(\omega) - f(o)}{\omega - o} = f \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = f \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

پاسخ سؤال ۱۶۶

$$m_A < m_{AB} = 0 < m_B$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2 = f(2)$$

بنابراین تابع پیوسته است.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2}{x - 1} = 2 \Rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) = 2$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر است.

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}}_{(0/0)} = \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}}_{(0/0)} = -1 \quad (0/25)$$

$$f'(1) = \frac{2 - 0}{0 - 1} = -2$$

$$m_B < m_C$$

$$f'(x) = \lambda \left(\frac{-3x + 1}{x^2 + \omega} \right)^\lambda \times \left(\frac{-3(x^2 + \omega) - 2x(-3x + 1)}{(x^2 + \omega)^2} \right)$$

$$g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(\sqrt{3x+2}) + \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)$$

$$f'_+(-۲) = \lim_{x \rightarrow -۲^+} \frac{|x^۲ - ۴| - ۰}{x + ۲} = ۴$$

$$f'_-(-۲) = \lim_{x \rightarrow -۲^-} \frac{|x^۲ - ۴| - ۰}{x + ۲} = -۴ \Rightarrow f'_+(-۲) \neq f'_-(-۲)$$

پاسخ سؤال ۱۷۳

۱۷۳ مماس قائم

پاسخ سؤال ۱۷۴

۱۷۴ نادرست

$$f'(-۱) = \lim_{x \rightarrow -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{x + ۱}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -۱} \frac{x^۳ - ۲ + ۳}{x + ۱} = \lim_{x \rightarrow -۱} \frac{(x + ۱)(x^۲ - x + ۱)}{x + ۱} = ۳$$

۱۷۵

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۴) - f(۰)}{۴ - ۰} = \frac{۲۸ - ۰}{۴} = ۷$$

$$f'(t) = ۴t - ۱ \Rightarrow ۴t - ۱ = ۷ \Rightarrow t = ۲$$

۱۷۶

$$f'_+(۱) = \lim_{x \rightarrow ۱^+} \frac{|x^۲ - ۱| - ۰}{x - ۱} = \lim_{x \rightarrow ۱^+} \frac{(x - ۱)(x + ۱)}{x - ۱} = ۲$$

$$f'_-(۱) = \lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{|x^۲ - ۱| - ۰}{x - ۱} = \lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{-(x - ۱)(x + ۱)}{x - ۱} = -۲$$

$$f'_-(۱) \neq f'_+(۱)$$

۱۷۷

پس تابع مشتق پذیر نمی باشد.

پاسخ سؤال ۱۷۸

۱۷۸ ۱۹

$$f(5) = 30, f(0) = 10 \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$$

$$f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

$$f'(x) = -2x + 10, f'(2) = 6, f(2) = 16$$

$$y - 16 = 6(x - 2) \Rightarrow y = 6x + 4$$

$$f'(2) = \frac{3 - 1}{2 - 0} = 1$$

$$y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$$

پاسخ سؤال ١٨٢

پاسخ سؤال ١٨٣

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 50}{25} = 1/4$$

$$f'(x) = 3(2x)(x^2 + 1)^2(5x - 1) + 5(x^2 + 1)^3$$

$$g'(x) = \frac{9(\sqrt{x}) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

پاسخ سؤالات ١٨٦ تا ١٨٧

$$f'(x) = 4(2x^3 + \sqrt{x} - 1)^3 \left(6x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

$$g'(x) = -\sin\left(\frac{x}{x^2+1}\right) \times \frac{(x^2+1) - 2x^2}{(x^2+1)^2}$$

۱۸۸ ۱۳ برابر زیرا:

$$f'(x) = 2x + 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 1 \\ f'(2) = 13 \end{cases}$$

-۲	$\frac{1}{2}$	۰	۱	شیب
A	D	B	C	نقطه

$$\begin{aligned} x \geq 1: f'_+(x) &= 2x + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 3 \\ x < 1: f'_-(x) &= 3 \Rightarrow f'_-(1) = 3 \\ f'_+(1) &= f'_-(1) = 3 \end{aligned}$$

در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$$

پاسخ سؤال ۱۹۲

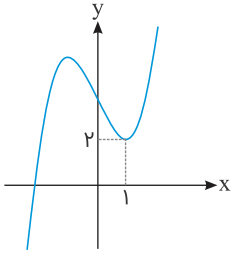
۱۹۲ نادرست است.

$$\begin{aligned} \text{آهنگ تغییر متوسط} &= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4}{2} \\ f'(x) &= 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1 \end{aligned}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای $f'(1) = 1$

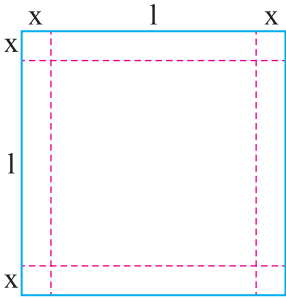
۱ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x + 1)(x - 2)^2$ را رسم کنید.

۲ نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت زیر است. مقادیر a و b را بیابید.



۳ یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

۴ ورق فلزی مربع‌شکلی به طول ضلع ۳۰ cm را در نظر بگیرید. مطابق شکل، می‌خواهیم از چهار گوشه آن، مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس با تا کردن ورق در امتداد خط‌چین‌های مشخص شده در شکل، یک جعبه در باز بسازیم. مقدار x چقدر باشد تا حجم قوطی، حداکثر مقدار ممکن گردد؟



۵ با رسم جدول تغییرات تابع، طول نقاط ماکزیم و مینیم نسبی تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 15x + 4$$

۶ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ را رسم کنید.

۷ نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را در بازه $[-1, 3]$ ، در صورت وجود بیابید.

۸ اگر $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 1$ باشد، مقدار a را طوری بیابید که $x = \frac{1}{3}$ ، طول نقطه عطف نمودار تابع باشد.

۹ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.

۱۰ جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.

۱۱ جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$ را رسم کنید.

- ۱۲ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-2}$ را رسم کنید.
- ۱۳ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.
- ۱۴ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ را رسم کنید.
- ۱۵ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.
- ۱۶ جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{-x}{x+1}$ را رسم کنید.
- ۱۷ جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2$ را رسم کنید.
- ۱۸ جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+3}$ را رسم کنید.
- ۱۹ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ را رسم کنید.
- ۲۰ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$ را رسم کنید.
- ۲۱ جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.
- ۲۲ جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x-2}$ را رسم کنید.
- ۲۳ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.
- ۲۴ جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.
- ۲۵ مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه عطف منحنی باشد.
- ۲۶ جهت تقعر $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در دامنه‌اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.
- ۲۷ اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

- ۲۸ اگر برای تابع f داشته باشید $f''(c) = 0$ ، آنگاه همواره نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع است.
- ۲۹ مقادیر a ، b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند.
 $f(0) = 1$ ، $f(2) = -3$ و $x = 1$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.
- ۳۰ جهت تقعر و مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = x(x^2 - 3) + 1$ را تعیین کنید.

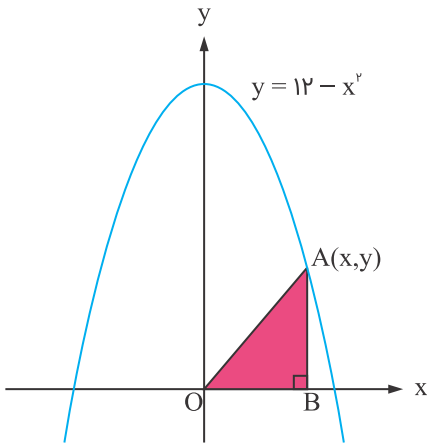
درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

- ۳۱ اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آنگاه $f'(c) = 0$.
- ۳۲ جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x+2)(x-4)^2$ را رسم کنید.

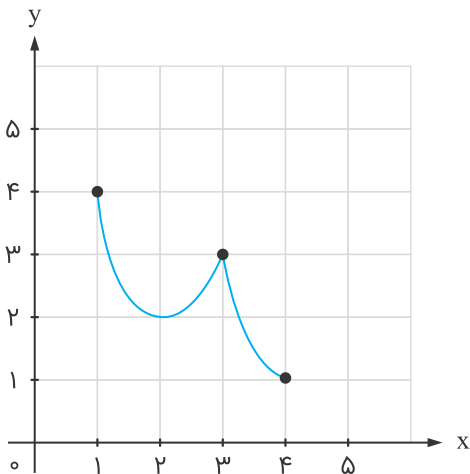
۳۳ مقادیر a, b, c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(-1, 3)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x = 1$ طول نقطه عطف آن باشد.

۳۴ مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.

۳۵ مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات، روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم‌الزاویه OAB ، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.



۳۶ در نمودار تابع زیر، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.



درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۳۷ هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.

۳۸ در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

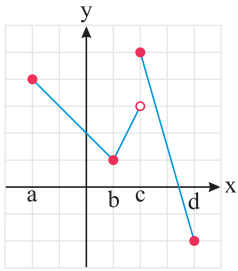
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

۳۹ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۴۰ نقطه‌ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.

۴۱ در شکل زیر نمودار رسم شده است، طول نقاط اکسترم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



۴۲ با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ ، مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟

۴۳ می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کاررفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \simeq 3$)

۴۴ نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -11)$ می‌باشد، مقدار a و b را بیابید.

۴۵ نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در وجود مشخص کنید.

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

۴۶ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۴۷ اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.

۴۸ ابتدا جهت تقعر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را در دامنه آن بررسی نمایید و سپس نقطه عطف آن را در صورت وجود، به دست آورید.

۴۹ پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.

۵۰ بزرگ‌ترین بازه از \mathbb{R} که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۵۱ هر نقطه اکسترم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.

۵۲ با رسم جدول تغییرات نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۵۳ اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x = c$ یک نقطه اکسترم نسبی است.

۵۴ اکسترم‌های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.

۵۵ اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر با ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۵۶ ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم؛ سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد؟

۵۷ اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

۵۸ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ را در بازه $[-1, 3]$ ، در صورت وجود به دست آورید.

۵۹ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۶۰ اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -3 باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۶۱ نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشد.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۶۲ اگر تابع f در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق‌پذیر باشد، آنگاه مشتق تابع f در این نقاط صفر می‌شود.

۶۳ تابع صعودی اکید، نقطه عطف ندارد.

۶۴ اگر علامت f' بر بازه‌ای منفی باشد، آنگاه تابع f بر آن بازه اکیدا نزولی است.

۶۵ در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می‌کند.

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

۶۶ بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیدا نزولی است برابر است.

۶۷ اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

۶۸ در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید.

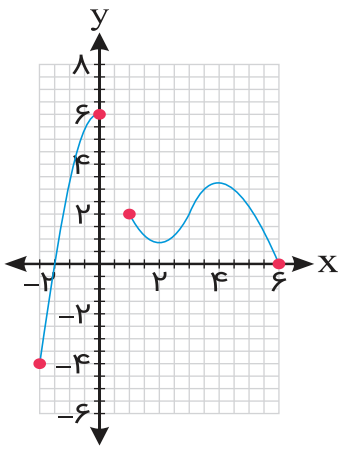
۶۹ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۷۰ هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.

۷۱ با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟

باتوجه به نمودار داده‌شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



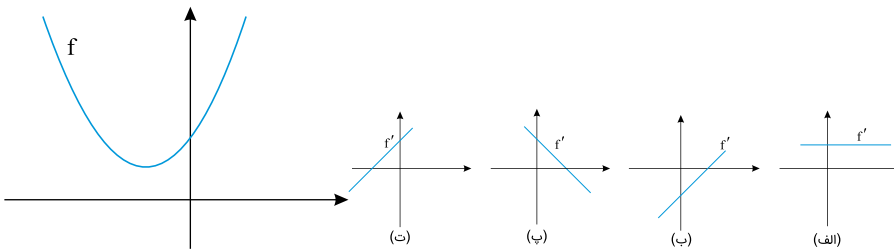
۷۲ مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید.

۷۳ مقدار مینیمم مطلق را بنویسید.

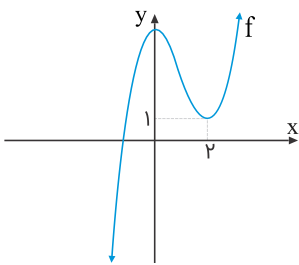
۷۴ طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید.

۷۵ طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید.

۷۶ باتوجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.



۷۷ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل زیر رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.



۷۸ یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

۷۹ فرض کنید $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

۸۰ اگر برای هر x در بازه I ؛ $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به دارد.

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

۸۱ اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک تابع f می‌نامیم.

۸۲ ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد.

۸۳ نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۸۴ هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.

۸۵ اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۸۶ اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقدار x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب دو عدد مینیمم گردد.

۸۷ اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۸۸ هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$ ، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ است.

۸۹ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید.

۹۰ مقادیر a ، b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند:
 $f(0) = 1$ ، $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{3}$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.

۹۱ ورق فلزی مستطیل‌شکلی به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد؟

۹۲ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

الف هر نقطه‌ای که در آن مقدار $f''(x)$ برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع $f(x)$ است.

۹۳ تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۹۴ هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

۹۵ در هر نقطه‌ای که جهت تقعر منحنی تابع عوض شود آن نقطه عطف تابع است.

۹۶ اگر $x = c$ طول نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ و $f'(c)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c) = 0$.

۹۷ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ تعیین کنید.

۹۸ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.

۹۹ تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید:

الف با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

ب مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[0, 3]$ را در صورت وجود به دست آورید.

۱۰۰ هر صفحه مستطیل‌شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت 32cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه 2cm و حاشیه‌های کناری هرکدام یک سانتی‌متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱۰۱ تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.

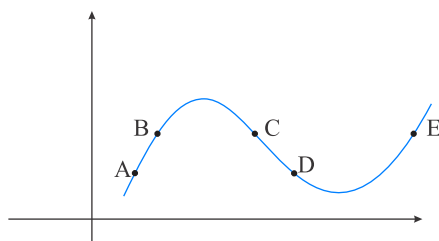
۱۰۲ جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را مشخص کنید.

۱۰۳ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ به دست آورید.

۱۰۴ جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

۱۰۵ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 2]$ مشخص کنید.

۱۰۶ شکل زیر را در نظر بگیرید. در کدام‌یک از پنج نقطه مشخص شده در نمودار:



الف $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی‌اند.

ب $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۱۰۷ طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ برابر است.

۱۰۸ مقادیر اکسترم‌های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست آورید.

۱۰۹ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.

۱۱۰ ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه عطف آن را بررسی کنید.

۱۱۱ دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $60 = a + 2b$ و حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن گردد.

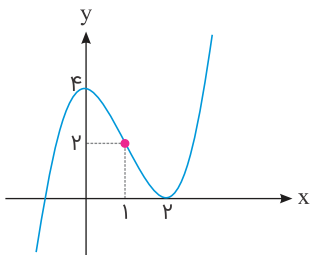
۱۱۲ تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟



$$f'(x) = (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=2$$

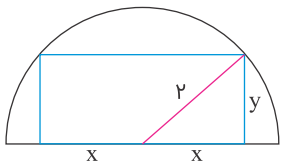
$$f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x=1$$

x		0		1		2	
f'	+	0	-	0	-	0	+
f''	-		-	0	+		+
f		↗	↘	↘	↗	↗	↗



$$f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x)=3x^2+a} 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a=-3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4$$



با توجه به شکل $y^2 + x^2 = 4$ پس $y = \sqrt{4 - x^2}$ در نتیجه:

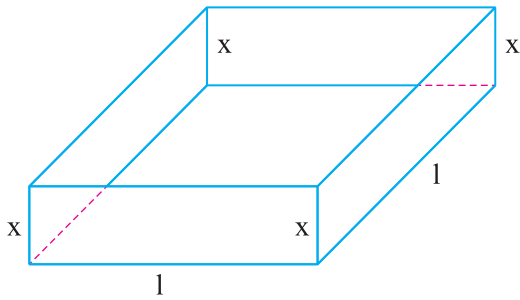
$$S = 2xy \xrightarrow{y=\sqrt{4-x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4-x^2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4-x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4-x^2}}(2x)$$

$$\xrightarrow{S'(x)=0} \frac{2(4-x^2) - 2x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{1} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{1} \Rightarrow y = \sqrt{1}$$





$$v = x1^2$$

$$2x + 1 = 30 \Rightarrow 1 = 30 - 2x$$

$$\Rightarrow v = x(30 - 2x)^2 \text{ یا } 4x^3 - 120x^2 + 900x, x \in [0, 15]$$

$$v'(x) = (30 - 2x)^2 + 2(-2)(30 - 2x)x = 0 \text{ یا } v'(x) = 12x^2 - 240x + 900 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \end{cases}$$

بیشترین حجم، برای $x = 5$ به دست می‌آید.

x	0	5	15
v'	+	0	-
v	0	↗ ۲۰۰۰	↘ ۰

$$f'(x) = 2x^2 - x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

x		$-\frac{5}{2}$	3		
f'	+	0	-	0	+
f	↗		↘		↗
		max	min		



$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

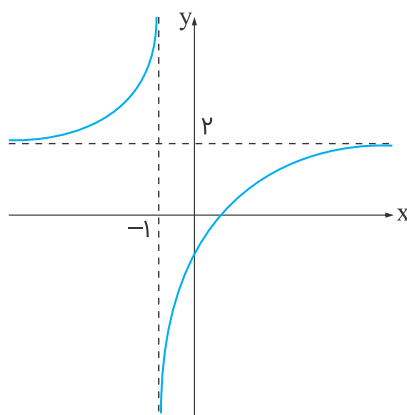
$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}; \quad x \neq -1$$

$$f''(x) = \frac{-6}{(x+1)^3}; \quad x \neq -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ مجانب افقی}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ مجانب قائم}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'(x)	+		+
f''(x)		⤴	⤵
f(x)	↗ 2	$+\infty$	↘ 2



$$f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} 3x(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

x	-1	0	3
f'		+	-
f	-7	↗	↘ -27

(0, 0) نقطهٔ ماکزیمم نسبی، (0, 0) نقطهٔ ماکزیمم مطلق و (3, -27) نقطهٔ مینیمم مطلق این تابع در بازهٔ [-1, 3] است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 6x \Rightarrow f''(x) = 6ax + 6$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$$



$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

$$f(-1) = 13$$

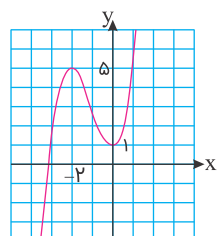
$$f(1) = -7 \Rightarrow \text{min} = (1, -7)$$

$$f(3) = 45 \Rightarrow \text{max} = (3, 45)$$

$$y' = 3x^2 + 6x \xrightarrow{y'=0} x = 0, x = -2$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$

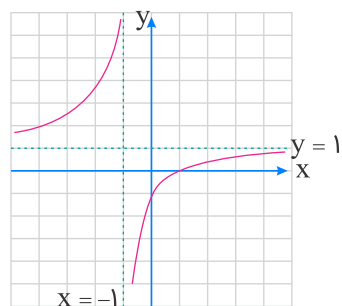
ماکزیم مینیم



x = -1 جانب قائم

y = 1 جانب افقی

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$$

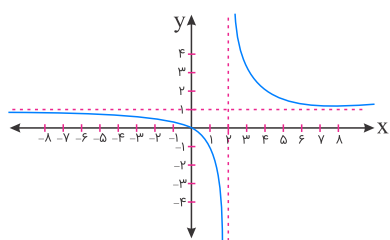


x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'	+	0	+
f	1	↘	↗

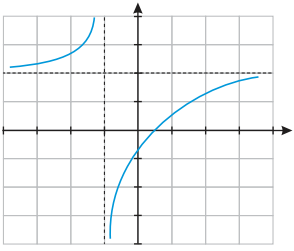
$$y' = \frac{-۲}{(x-۲)^۳} < ۰$$

x	$-\infty$	۰	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$		-		-	
$f(x)$	۱	\searrow	\searrow	\searrow	۱

$+\infty$ $-\infty$



$$y' = \frac{3}{(x+1)^4} > 0$$



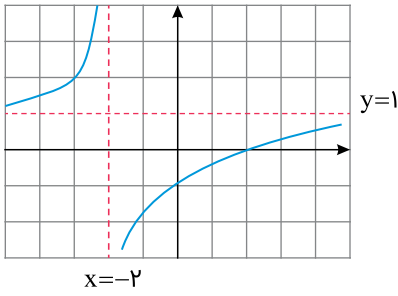
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$ $-\infty$	2

مجانب قائم $x = -۲$

مجانب افقی $y = ۱$

$$f'(x) = \frac{۴}{(x+۲)^۳} > ۰$$

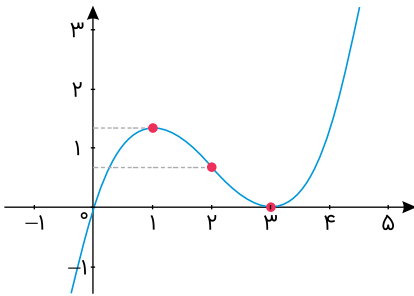
x	$-\infty$	-۲	$+\infty$
f'	+		+
f	$۱ \rightarrow +\infty$		$-\infty \rightarrow ۱$



$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad f''(x) = 2x - 4$$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
f'(X)	+	0	-	0	+
f''(X)	(-)	(-)	(+)	(+)	(+)
f(X)	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$+\infty$

Max نسبی نقطه عطف Min نسبی

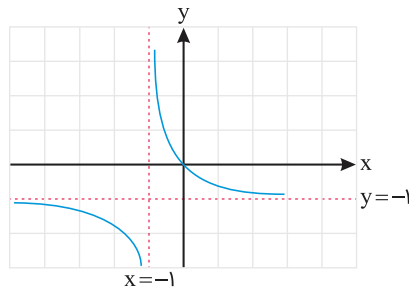


$x = -1$ مجانب قائم

$y = -1$ مجانب افقی

$$y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1



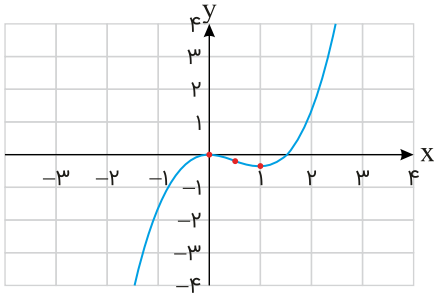
$$D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f''(x) = 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	+	0	-	0	+
f''	-	-	0	+	+
f		↗	↘	↗	↗

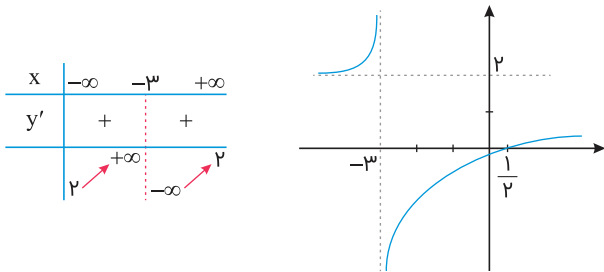
max
min



$$y' = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \quad \text{اكيداً صعودی}$$

مجانِب افقی $y = 2$

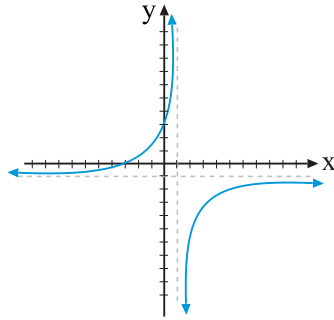
مجانِب قائم $x = -3$



مجانب قائم $x = 1$ ، مجانب افقی $y = -1$
 نقطه بحرانی ندارد:

$$f'(x) = \frac{4}{(1-x)^5}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$+$		$+$
f	-1	$+\infty$	-1

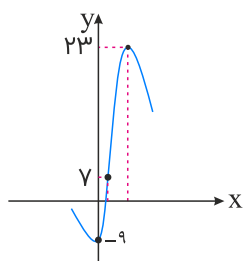


$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9, D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

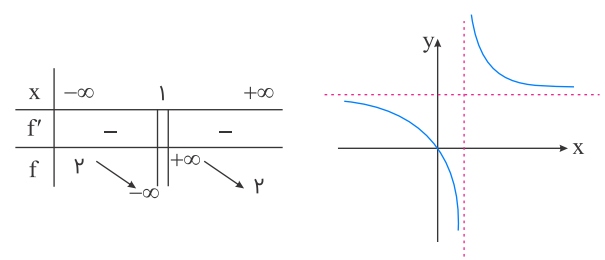
$$f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
f'	-	o	+	+	-
f''	+		+	o	-
f	$+\infty$				$-\infty$
	↘	↗	↘	↗	↘
	∪	∩	∪	∩	∪
		-9 min	7	12 max	



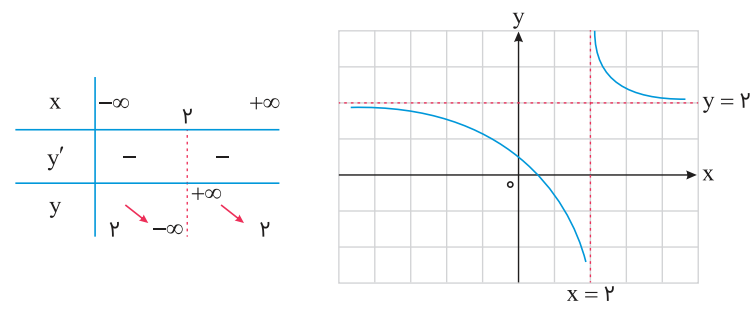
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{۲x}{x-1} \right) = ۲$$

$$f'(x) = \frac{-۲}{(x-1)^۲} < ۰$$



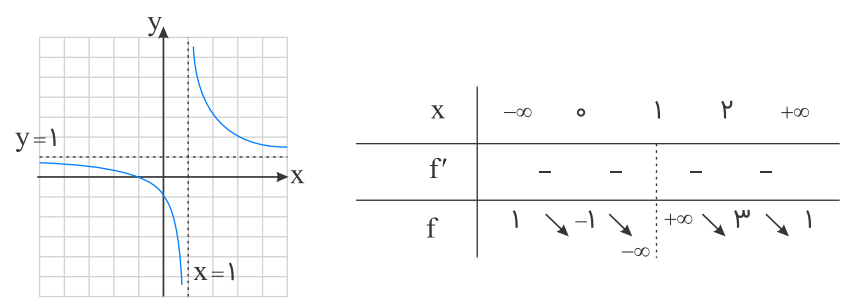
مجانب قائم $x = ۲$
مجانب افقی $y = ۲$

$$y' = \frac{-۳}{(x-۲)^۲} < ۰$$



مجانب قائم $x = 1$
مجانب افقی $y = 1$

$$f' = \frac{-۲}{(x-1)^۲} < ۰$$



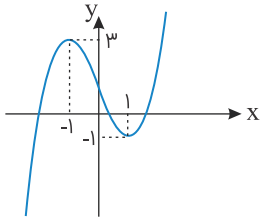
$$y' = 3x^2 - 3 \xrightarrow{y'=0} x = \pm 1$$

$$y'' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 1) \text{ نقطة عطف}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	o	-	o	+
y''	-	-	o	+	+
y	$-\infty$	3	1	-1	$+\infty$

↙ ↘
↘ ↙
↙ ↘
↘ ↙
↙ ↘

max
min



$$\left. \begin{aligned}
 f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \xrightarrow{f''=0, x=1} 6a + 2b = 0 \\
 f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{(x-1)^5}}$$

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
f''	+	۰	-
f	∪	○	∩

$f'(1) = +\infty$ پس تابع در $x = 1$ مماس قائم دارد و $(1, 0)$ نقطه عطف است.

$$f(-1) = 1 \Rightarrow a - b = 3, \quad f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3, \quad b = 0$$

پاسخ سؤال ۲۸

۲۸ نادرست

$$\begin{cases} f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \\ f(2) = -3 \Rightarrow \lambda a + 4b + 1 = -3 \Rightarrow \lambda a + 4b = -4 \\ f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

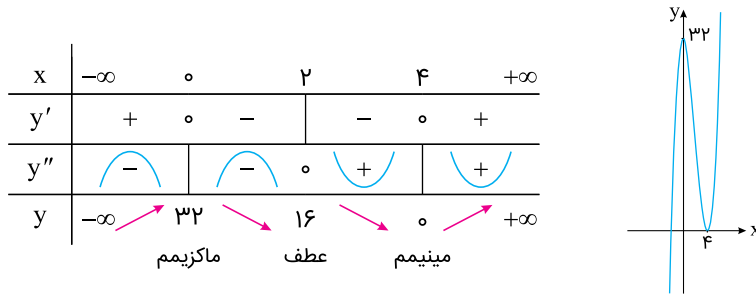
نقطه $(0, 1)$ نقطه عطف تابع است.

x	$-\infty$	۰	$+\infty$
f''	-	۰	+
f	∩	○	∪

پاسخ سؤال ۳۱

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$$

$$y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$



$$\left. \begin{aligned} f(3) &= -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1 \\ f'(x) &= 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \\ &\Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \\ f''(x) &= 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \\ &\Rightarrow a = -3, b = -9, c = 26 \end{aligned} \right\}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \times$$

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= 11 \\ f(2) &= -16 \\ f(3) &= -9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مقدار ماکزیمم} = 11$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3 \Rightarrow S' = 6 - \frac{3}{2}x^2$$

$$6 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \xrightarrow{x>0} x = 2 \Rightarrow y = 12 - 4 = 8 \Rightarrow A(2, 8)$$

x	0	2	$\sqrt{12}$
S'(x)	+	0	-
S(x)	↗	↘	↘
		λ	

۳ = طول ماکزیمم نسبی

۲ = طول مینیمم نسبی

۱ = طول ماکزیمم مطلق

۴ = طول مینیمم مطلق

پاسخ سؤال ۳۷

درست

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x		-۳		۱	
f'	+	○	-	○	+
f		↗ ۱۷		↘ -۱۵	
		max		min	

غ ق ق $y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0$ ق.ق , $x = 4 \notin [-2, 3]$
 $f(-2) = -32$, $f(0) = 0$, $f(3) = -27$

ماکزیمم مطلق = ۰

مینیمم مطلق = -۳۲

پاسخ سؤال ۴۰

بحرانی

d: مینیمم مطلق

c: ماکزیمم مطلق

c: ماکزیمم نسبی

b: مینیمم نسبی

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

x	-3		3		
f'(x)	+	○	-	○	+

اكيداً صعودی: $(-\infty, -3], [3, +\infty)$

$$h = \frac{300}{r^2}, \quad S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = \frac{-1800}{r^3} + 6r = 0 \Rightarrow r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

$$f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = -9$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
f'	-	○	+	○	-
f		→	→	→	
		-16	11		
		Min	Max		

$$x - y = \lambda \Rightarrow x = \lambda + y$$

$$S = xy = (\lambda + y)y = y^2 + \lambda y$$

$$S' = 2y + \lambda = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{\lambda}{2} \\ x = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$$f'(x) = 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \end{cases}$$



$$f(1) = -4 \quad \text{مينيمم مطلق}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 22 \quad \text{ماکزيمم مطلق}$$



$$f'(x) = \frac{-\nu}{(x-1)^\nu} \Rightarrow f''(x) = \frac{\nu}{(x-1)^\nu}$$


x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	-	+	
f			

نقطه عطف وجود ندارد.

$$\nu h + \nu r + \pi r = \nu \Rightarrow h = \frac{\nu - \nu r - \pi r}{\nu}$$


$$S(r) = \nu r - \nu r^\nu - \frac{1}{\nu} \pi r^\nu \Rightarrow S'(r) = \nu - \nu r - \pi r$$

$$\nu - \nu r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{\nu}{\nu + \pi}$$

r	$\frac{\nu}{\nu + \pi}$
S'	+ 0 -
S	

$$h = \frac{\nu - (\nu + \pi) \frac{\nu}{\nu + \pi}}{\nu} = \frac{\nu}{\nu + \pi}$$

$$f'(x) = -\nu x^\nu + \nu = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	1
f'	- 0 + 0 -	
f		



پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است.

پاسخ سؤال ۵۱

درست ۵۱

$$f'(x) = 2x^2 + 2x = 0 \Rightarrow 2x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ غير قابل قبول}$$

اكيداً صعودى $[0, +\infty)$, اكيداً نزولى $(-\infty, 0]$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	0	+
f			

پاسخ سؤال ۵۳

۵۳ نادرست

$$g(x) = x^3 + 2x - 5 \Rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 = 0$$

$$g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17 \text{ min}$$

$$g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \text{ max}$$

۵۴

$$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow 0 = 2a + b \Rightarrow b = -2a$$

$$f(1) = 7 \Rightarrow 7 = a + b \Rightarrow a = -7, b = 14$$

۵۵

$$V(x) = (1 - 2x)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3$$

$$V'(x) = 1 - 4x + 12x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}, x = \frac{1}{6}$$

۵۶

$x = \frac{1}{6}$ قابل قبول است.

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

۵۷

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 9$$

$$f(1) = 5 \Rightarrow \text{max} : (3, 25), \text{min} : (1, 5)$$

$$f(3) = 25$$

۵۸



$$a - b = ۲۰ \Rightarrow a = b + ۲۰$$

$$f(b) = b(b + ۲۰) \Rightarrow f'(b) = ۲b + ۲۰ = ۰$$

$$b = -۱۰, a = +۱۰$$

$$f'(x) = ۲ax + b$$

$$f'(1) = ۰ \Rightarrow ۲a + b = ۰ (*)$$

$$f(1) = -۳ \Rightarrow a + b = -۳ (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} a = ۳, b = -۶$$

$$f = xy \Rightarrow f(x) = x(V - x) = -x^۲ + Vx$$

$$\Rightarrow f'(x) = -۲x + V = ۰ \Rightarrow x = \frac{V}{۲}, y = \frac{V}{۲}$$

پاسخ سؤالات ۶۲ تا ۶۵

۶۲ درست

۶۳ نادرست

۶۴ درست

۶۵ درست

پاسخ سؤال ۶۶

۶۶ $(-۱, ۱)$ یا $[-۱, ۱]$

$$f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۲ + ۴b = ۰ \Rightarrow b = -۳$$

$$f(۲) = ۱ \Rightarrow ۴b + d = -۷$$

$$-۱۲ + d = -۷ \Rightarrow d = ۵$$

$$y = V - x \Rightarrow S = (y)(x) = Vx - x^۲ \Rightarrow S'(x) = V - ۲x = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۳/۵, y = ۳/۵$$

$$y = 10 + x \Rightarrow p = (y)(x) = 10x + x^2 \Rightarrow p'(x) = 10 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = -5, y = +5$$

پاسخ سؤال ۷۰

درست

۷۰

۷۱

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

x		-2		2	
f'	+	o	-	o	+
f		↗	↘	↗	

اکیداً صعودی $(-\infty, -2), (2, +\infty)$

پاسخ سؤالات ۷۲ تا ۷۵

۶ ۷۲

-۴ ۷۳

۴ ۷۴

۲ ۷۵

گزینه ت صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطهٔ مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیهٔ $x < 0$ قطع می‌کند.

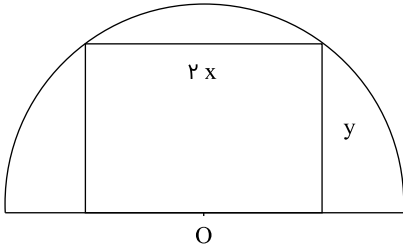
۷۶

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 12 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

۷۷





$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \quad x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$$

$\sqrt{4}$ عرض ، $2\sqrt{4}$ طول

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a + b}{-c + d} = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

پاسخ سؤال ۸۰

بلا ۸۰

پاسخ سؤال ۸۱

ماکزیم نسبی ۸۱

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$$

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = -4$$

$$y = 4 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 4x \Rightarrow S'(x) = -2x + 4 = 0$$

$$x = 2, y = 2$$

پاسخ سؤال ۸۴

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

x	-1	3
f'	+ 0 - 0 +	
f	max $\frac{7}{3}$	min $-\frac{25}{3}$

$$p = xy = \Delta x^2 - 10x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-1) = -a + b + 2 = 1 \Rightarrow -a + b = -1 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{-3}{2}$$

پاسخ سؤال ۸۸

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = 1 \quad \text{max} \\ f(-1) = -3 \quad \text{min} \end{cases}$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx^2 + 1$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad a = -2$$

$$f''\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \quad \Rightarrow b = 3$$



طول جعبه = $16 - 2x$, $x \in [0, 8]$

عرض جعبه = $6 - 2x$, $x \in [0, 3]$

$\Rightarrow V(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x$, $0 \leq x \leq 3$

$V'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$

چون $V(0) = V(3) = 0$ ، پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

الف ۹۲
نادرست

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

x	-1	+1
f'(x)	+	-
	↗	↘ ↗

اکیداً صعودی : $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

اکیداً نزولی : $(-1, +1)$

پاسخ سؤال ۹۴

درست ۹۴

پاسخ سؤالات ۹۵ تا ۹۶

نادرست ۹۵

درست ۹۶

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$f(1) = -1$, $f(-1) = 3$, $f(2) = 3 \Rightarrow \begin{cases} \max f(x) = 3 \\ \min f(x) = -1 \end{cases}$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \quad (0/5)$$

$$f(-1) = 13$$

$$f(1) = -7 \quad (0/75) \Rightarrow \text{min} : (1, -7) \quad (0/25), \text{max} : (3, 45) \quad (0/25)$$

$$f(3) = 45$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	-1	2
f'	-	+
f	-9 min	11 max

$$f(0) = -9 \quad \text{min}$$

$$f(2) = 11 \quad \text{max}$$

$$f(3) = 0$$

$$xy = 32 \Rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0 \Rightarrow x = 8, y = 4$$

ابعاد صفحه 6×12 است.

پاسخ سؤال ۱۰۱

۱۰۱ نادرست

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1, 3) \quad \text{نقطه عطف}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f''	-	0	+

تقعر رو به بالا $(-1, +\infty)$
تقعر رو به پایین $(-\infty, -1)$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \Rightarrow f'(x) = x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1, 3] \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(1) = -7, \quad f(-1) = 13, \quad f(3) = 45$$

(1, -7) مینیمم مطلق و نقطه (3, 45) ماکزیمم مطلق است.

$$f(x) = x^3 - 3x + 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	+	-	+	
f(x)		↘	↗	
		۶	۲	

نقطه (1, 2) مینیمم نسبی و نقطه (-1, 6) ماکزیمم نسبی است.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \text{ غقق}$$

$$f(-1) = 13, \quad f(2) = 4, \quad f(1) = -7 \Rightarrow \min : (1, -7), \quad \max : (-1, 13)$$

الف نقطه C

ب نقطه D

پاسخ سؤال ۱۰۷

$$f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'=0} x = 0, x = -2$$

$$\Rightarrow f(-2) = \frac{4}{3}, f(0) = 0 \text{ مینیمم مطلق}, f(3) = 18 \text{ ماکزیمم مطلق}$$

x	-2	0	
f'	+	0	-
f	↗	$\frac{4}{3}$	↘ ↗

$f(0) = 0$ مینیمم نسبی

$$\xrightarrow{f'=0} f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} f(0) = f(2) = 2 \text{ ماکزیمم مطلق} \\ f(1) = \sqrt{3} \text{ مینیمم مطلق} \end{cases}$$

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}, y'' = \frac{4}{(x-1)^3} \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	-	0	+
f	↘	↘ ↗	↗

در بازه $(1, +\infty)$ تقعر روبه بالا و در بازه $(-\infty, 1)$ تقعر روبه پایین است. نقطه عطف ندارد.

$$2a + b = 60 \Rightarrow b = 60 - 2a \Rightarrow ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$$

$$(ab)' = 60 - 4a = 0 \Rightarrow a = 15 \Rightarrow b = 60 - 2 \times 15 = 30$$

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	0	+
f	↘	↘ ↗	↗

در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی و در بازه $(0, +\infty)$ صعودی.

آینده از آن توست! هر قدمی که
امروز برداری، تو رو به رویاهات
نزدیک تر میکنه. به تلاشت ادامه
بده، ما کنارت هستیم!

بیا تو سایت کلی خبر خوب

برات داریم 😊

www.notruphil.com

  notruphil

بانک جزوات امتحانی نوتروفیل!



منتظر تماس است هستیم!

۰۲۱-۹۱۰۱۲۳۹۳