

بچه‌ی نوتروفیلی من ، سلام 🍷

به رسم همیشه که توی این مسیر کنارت بودیم ، این بار هم یک مجموعه سوال برای شب امتحانات آماده کردیم که با کار کردنشون تسلط رو افزایش بدی و به امید خدا بری واسه نمره‌ی ۲۰ 🍷
جان دلم نترسی از سختی امتحانات اگه به کتاب درسی کاملاً مسلط باشی و این مجموعه سوال رو هم به عنوان مکمل حل کنی مطمئن باش نمره‌ت بهتر از چیزی که فکرش رو کنی میشه 🍷
یادت باشه امتحانات نهایی رو جدی رو بگیری چون با نمره‌ی خوب این امتحانات کار کنکور رو خیلی آسون میکنی
یه حرف دلی هم دارم با بچه‌هایی که کمی دیرتر شروع کردن ...
مبادا خودت رو ببازی بچه‌ی من امید دارم بهت و میدونم اگه خوب بخونی قطعاً میتونی نمره‌ی عالی بگیری پس پرقدرت بریم واسه ترکوندن اولین امتحان 🍷
یادت نره این فایل رو برای اون دوستت که بهش احتیاج داره بفرستی و جزئی از این زنجیره‌ی عشق و مهربونی باشی 🍷
پ:ن: مرسی که با وجود درگیری‌های ذهنی و عدم تمرکزی که ماجرای کارت ورود به جلسه براتون به همراه داشت ، همچنان قوی موندی و ادامه میدی 🍷
به امید روزی که اینجا به عنوان همکار کنار خانواده‌ی بزرگ نوتروفیل باشی



دوست همیشگی تو ، نوتروفیل



روش مطالعه :

همه ی تمرین ها و فعالیت های کتاب رو حل کن و بهشون مسلط باش .
به هر فرمولی ک برخوردی سریع یادداشتش کن تا بتونی بعدا هم مرورشون کنی .

اگر در مبحثی خیلی ضعیف بودی میتونی از کلیپ های آموزشی استفاده کنی .
از حل این مجموعه سوال خفنی هم که گذاشتیم برات غافل نشو .
یادت باشه ریاضی درسی حفظی نیست و برای تسلط بیشتر فقط باید سوال حل کنی و تمرین کنی تا ایرادات رفع بشه .

سوالات مربوط به هر فصل از این شماره ها شروع میشه

فصل ۱: ۱

فصل ۲: ۴۲

فصل ۳: ۱۰۲



بارم بندی ریاضی و آمار یازدهم

فصل	نوبت اول	نوبت دوم
۱	۱۳	۶
۲	۷ / تا آخر صفحه ۴۴	۸
۳		۶





ریاضی و آمار یازدهم

۱ درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

کدامیک از جملات داده شده گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

۲ شما چند سال دارید؟

۳ عدد ۲ عددی اول است.

۴ عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است.

۵ $2 + 3 \times 4 = 20$

در هریک از حالات داده شده نقیض گزاره را بنویسید.

۶ عدد ۵ زوج است.

۷ $(5 \times 4) > (3 \times 7)$

ارزش گزاره‌های ترکیبی داده شده را بیابید.

۸ ۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است.

۹ ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا $\sqrt{3}$ مثبت است.

۱۰ جای خالی را به صورتی کامل کنید که گزاره درست باشد.

۹۱ عددی مرکب است یا

۱۱ ثابت کنید که دو گزاره داده شده هم‌ارزند.

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

۱۲ جدول ارزش گزاره مرکب را بنویسید.

$$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$$

۱۳ درستی هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید.



۱۴ اگر گزاره p : " $\sqrt{2}$ عددی گنگ است" و گزاره q : "معادله $x^2 + 25 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد" باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های $p \Leftrightarrow q$ و $q \Rightarrow \sim p$ را تعیین کنید.

۱۵ اگر $p \vee q \equiv F$ و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف

$$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$$

ب

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۱۶ اگر گزاره p درست و q نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ را بررسی کنید.

۱۷ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، گزاره‌های $p \Leftrightarrow \sim p$ و $p \Leftrightarrow p$ را باهم مقایسه کنید.

۱۸ از بین جملات زیر گزاره‌ها را مشخص کرده، ارزش و نقیض هریک را بنویسید.

الف

$1 \in \{2, \frac{3}{4}\}$ اگر و تنها اگر تهران، پایتخت ایران باشد.

ب

اگر ۲ عددی فرد باشد، آنگاه ۵ مربع کامل است.

پ

همه اعداد اول فرد هستند.

ت

مستطیلی وجود دارد که مربع باشد.

ث

لطفاً درب کلاس را ببند.

۱۹ اگر p گزاره‌ای درست و q نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف

$$(q \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow p)$$

ب

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$$

در هر یک از حالت‌های زیر نقیض گزاره را بیان کنید، سپس ارزش نقیض هر یک را مشخص کنید.

۲۰ عدد ۵ زوج است.

۲۱ $5 \times 4 > 3 \times 7$

جاهای خالی را پر کنید.

۲۲ گزاره، جمله است که می‌توان به آن داد.

۲۳ نقیض یک گزاره ارزشی خود گزاره دارد و برای بیان نقیض کافی است فعل جمله را کنیم.

۲۴ هم‌ارزی زیر را به کمک جدول نشان دهید.

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

۲۵ دو جمله بنویسید که گزاره نباشند.

۲۶ گزاره "مکعب یک عدد، بزرگتر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است." را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۲۷ درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۲۸ اگر گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \vee q)$ را مشخص کنید.

۲۹ اگر p گزاره درست و q نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره زیر را تعیین کنید:

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$$

۳۰ ارزش گزاره‌های زیر را با دلیل مشخص کنید.

الف معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ ریشه حقیقی ندارد.

ب $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 1)\}$ تابع است.

پ $(-9 < -10) \vee (\sqrt{2} \text{ گنگ است})$

ت $(0 \in \mathbb{Z}) \wedge (\frac{1}{p-2} = -\frac{1}{p})$

۳۱ نام استدلال زیر را بیان کرده و بگویید روش به‌کار رفته در این استدلال درست است یا خیر؟ نتیجه آن چگونه؟

مقدمه ۱: اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، آنگاه بر ۳ نیز بخش‌پذیر است.

مقدمه ۲: ۴۵۰۰ بر ۹ بخش‌پذیر است.

نتیجه: ۴۵۰۰ بر ۳ بخش‌پذیر است.

۳۲ ثابت کنید اگر n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است.

۳۳ عبارت زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

عددی به علاوه ۵ مساوی دو برابر آن عدد است.

۳۴ با استفاده از جدول ارزش‌ها، درستی قاعده قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۳۵ در حل معادله زیر در کدام مرحله ایراد وجود دارد؟

$$x^6 - 7x^3 = 0$$

$$\Rightarrow 1) x^3(x - 7) = 0 \Rightarrow 2) \frac{x^3(x - 7)}{x^3} = \frac{0}{x^3}$$

$$\Rightarrow 3) x - 7 = 0 \Rightarrow 4) x = 7$$

۳۶ نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.

آرش معتقد است که "هر کس مرا دوست دارد، عیوب مرا به من می‌گوید. از طرفی سعید عیوب مرا به من گفته است، پس سعید مرا دوست دارد."

۳۷ گزاره "مجموع مکعبات دو عدد، بزرگتر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است" را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کار رفته نادرست است آن را اصلاح کنید:
گزاره: اگر طول و عرض مستطیل را ۳ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۳ برابر می‌شود.

$$\text{استدلال : } \begin{cases} \text{مساحت اولیه } S = x.y \Rightarrow \text{عرض اولیه } = y \text{ طول اولیه } = x \\ \text{مساحت جدید } S' = (3x)(y) = 3xy = 3S \Rightarrow \text{عرض جدید } = y \text{ طول جدید } = 3x \end{cases}$$

سؤال زیر در یک امتحان ریاضی داده شده است.

$$\text{"اگر } a = \frac{a-d}{c-d} \text{ آنگاه مطلوب است } d (a \neq 1)."$$

استدلال‌های زیر را برای به دست آوردن d از برگه‌های امتحانی دانش‌آموزان آورده‌ایم. کدامیک از استدلال‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ دلیل نادرستی هر استدلال غلط را بیان کنید.

الف

$$۱) a = \frac{a-d}{c-d} \quad ۲) d = \frac{-d}{c-d} \quad ۳) d = 0$$

ب

$$۱) a = \frac{a-d}{c-d} \quad ۲) ac - ad = a - d \quad ۳) ac - a = ad - d$$

$$۴) a(c-1) = (a-1)d \quad ۵) \frac{a(c-1)}{a-1} = d \quad ۶) -(c-1) = d$$

پ

$$a = \frac{a-d}{c-d} \quad ۲) a(c-d) = a - d \quad ۳) ac - a = ad - d$$

$$۴) ac - a = (a-1)d \quad ۵) \frac{ac-a}{a-1} = d$$

نوع استدلال‌های زیر را تعیین کنید.

الف

مقدمه ۱) اگر من به کافه بروم، آنگاه قهوه می‌خورم.
مقدمه ۲) من قهوه خوردم.

نتیجه: من به کافه رفتم.

ب

مقدمه ۱) اگر باران ببارد، زمین خیس شده است.
مقدمه ۲) امروز باران باریده است.

نتیجه: زمین خیس شده است.

در هریک از محاسبات زیر، محل خطای رخ داده را مشخص کنید. (در صورت وجود خطا)



فردی می‌خواهد از رابطه $x = \frac{x-y}{z-y}$ با فرض $(x \neq 0, 1)$ مقدار y را برحسب دیگر متغیرها به دست آورد. او چنین عمل کرده است:

$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{طرفین وسطین}]{\text{مرحله (۱)}} x(z-y) = x-y \xrightarrow[\text{ضرب } x \text{ در پرانتز}]{\text{مرحله (۲)}}$$

$$xz - xy = x - y \xrightarrow[\text{y ها چپ بقیه راست}]{\text{مرحله (۳)}} y - xy = x - xz$$

$$\xrightarrow[\text{فاکتورگیری}]{\text{مرحله (۴)}} y(1-x) = x(1-z)$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم دو طرف بر } 1-x]{\text{مرحله (۵)}} y = \frac{x(1-z)}{1-x}$$

حال محاسبات مربوط به نفر دوم را برای یافتن y ببینید:

$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{حذف } x \text{ از دو طرف}]{\text{مرحله (۱)}} 0 = \frac{0-y}{z-y}$$

$$\xrightarrow[\text{کسری صفر است که صورتش صفر باشد}]{\text{مرحله (۲)}} -y = 0 \xrightarrow[\text{دو طرف را بر } -1 \text{ تقسیم می‌کنیم}]{\text{مرحله (۳)}} y = 0$$

محاسبات نفر سوم برای یافتن y به شرح زیر است:

$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{طرفین وسطین}]{\text{مرحله (۱)}} x(z-y) = x-y \xrightarrow[\text{ضرب } x \text{ در پرانتز}]{\text{مرحله (۲)}}$$

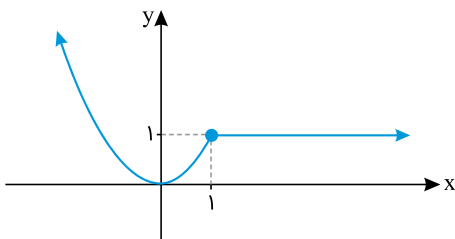
$$xz - xy = x - y \xrightarrow[\text{y ها راست بقیه چپ}]{\text{مرحله (۳)}} xz - x = xy - y$$

$$\xrightarrow[\text{فاکتورگیری}]{\text{مرحله (۴)}} x(z-1) = y(x-1)$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم دو طرف بر } x-1]{\text{مرحله (۵)}} y = \frac{x(z-1)}{x-1}$$

$$\xrightarrow[\text{حذف } x \text{ ها}]{\text{مرحله (۶)}} \frac{z-1}{-1} = y$$

ضابطه نمودار زیر را بنویسید.



اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & ; x \geq 1 \\ 3x + 2 & ; x < 1 \end{cases}$ و $f(\frac{2}{3}) = b$ باشد، در این صورت $f(b)$ را محاسبه کنید.

اگر $g = \{(a, 2), (b, 7), (c, 6)\}$ یک تابع همانی باشد، مقدار $a + b + c$ را بیابید.

۴۵ اگر تابع $f = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقادیر a و b را بیابید.

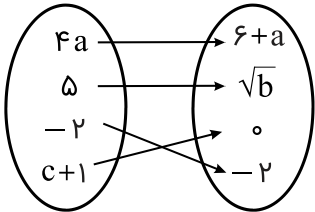
۴۶ هزینه پارکینگ یک فروشگاه براساس مدت زمان پارک ماشین (x) به صورت زیر است. (هزینه برحسب هزار تومان)

$$C(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq x < 2 \\ 4x & ; 2 \leq x < 5 \\ 4x + 3 & ; 5 \leq x < 7 \end{cases}$$

الف نمودار تابع $C(x)$ را رسم کنید.

ب فردی که ۴ ساعت از پارکینگ استفاده کرده، چه مبلغی باید بپردازد؟

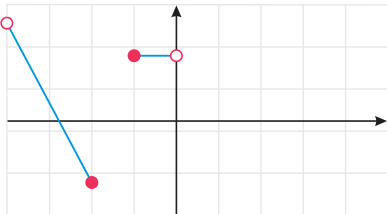
۴۷ اگر f تابع همانی باشد، مقادیر a ، b و c را بیابید.



۴۸ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & ; x > 0 \\ 4x + 2 & ; x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس مقادیر $f(-3)$ و $f(f(1))$ را بیابید.

۴۹ ضابطه تابع و نمودار آن را کامل کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & ; x \geq 0 \\ 2 & ; \dots \\ \dots & ; -4 < x \leq -2 \end{cases}$$



۵۰ تابع $f(x) = \begin{cases} x & ; x < -1 \\ x^2 & ; -1 \leq x \leq +2 \\ 5 & ; x > 2 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(3)$ را به دست آورید.

۵۱ اگر $A = \{(4, m + n), (m, 2), (7, m - n)\}$ ثابت باشد، مقادیر m و n را بیابید.

۵۲ در تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$ حاصل عبارات زیر را بیابید.

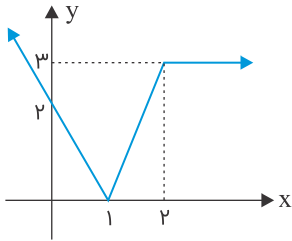
الف $f(\sqrt{2})$

ب $f(f(1))$

۵۳ اگر تابع $f = \{(2, a-1), (0, 2), (3, 2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a.b$ را به دست آورید.

۵۴ f تابع ثابت و g تابع همانی است. اگر $\frac{2f(4) - g(-9)}{g(3) - f(-6)} = -17$ ، آنگاه حاصل عبارت $f^2(2) - g(-3 + f(5))$ چقدر است؟

۵۵ باتوجه به نمودار، ضابطه تابع را بنویسید.

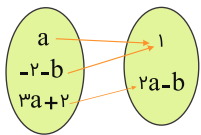


۵۶ اگر $f(x) = (2a-b)x^2 + (a+1)x + c + 2$ یک تابع همانی باشد، $a + b + c$ را بیابید.

۵۷ نمودار تابع همانی با دامنه $[-3, 5]$ را رسم کنید و برد آن را مشخص کنید.

۵۸ اگر $f = \{(-1, 4), (a, c-1), (5, 3b+1), (9, a^2-3a)\}$ تابعی ثابت باشد، مقادیر مجهول را به دست آورید.

۵۹ اگر نمودار پیکانی زیر مربوط به تابع همانی باشد، در این صورت a و b را بیابید.



۶۰ اگر f تابعی ثابت باشد و $\frac{f(a) + f(b) + f(a) + f(b) - 3}{f(ab) - 2} = 0$ باشد، مقدار $5f(\frac{a}{b})$ را به دست آورید.

۶۱ مقدار n را طوری بیابید که نقطه $(-2, n^2 - 3n + 4)$ روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم $(y = -x)$ واقع باشد.

درستی یا نادرستی هریک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۶۲ اگر یک تابع، چندضابطه‌ای باشد، حداکثر دارای ۳ ضابطه است نه بیشتر.

۶۳ اگر دامنه و برد یک تابع باهم برابر باشند، آن تابع همانی است.

۶۴ اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه $\mathbb{R}$ باشد، آنگاه حاصل $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.

۶۵ اگر f یک تابع ثابت و k عددی حقیقی باشد، آنگاه رابطه $f(kx) = kf(x)$ همواره برقرار است.

۶۶ نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه $[0, 1)$ رسم کنید.

۶۷ باتوجه به تعریف تابع جزء صحیح، مقادیر زیر را محاسبه کنید.

الف

$$f(x) = [-x] \Rightarrow \begin{cases} x = 1/7 \\ x = 2/3 \end{cases}$$

$$f(x) = [x] + [-x] \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1/3 \end{cases}$$

جاهای خالی را پر کنید. ۶۸

$$[x] = -5 \Rightarrow \dots \leq x < \dots$$

نمودار تابع $y = |2x - 4|$ را با استفاده از تعریف قدرمطلق رسم کنید. ۶۹

مجموعه جواب $[x - 5] = 12$ را بیابید. ۷۰

نمودار تابع $y = |x| + 3$ را به کمک انتقال رسم کنید. ۷۱

نمودار تابع $y = |x| - 2$ را به کمک انتقال رسم کنید. ۷۲

نمودار تابع زیر را در محدوده خواسته شده رسم کنید. ۷۳

$$y = [x] \quad 1 \leq x < 2$$

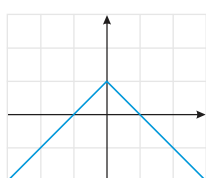
باتوجه به نمودارهای زیر کدام نمودار تابع "الف" و کدام نمودار تابع "ب" را نشان می دهد. ۷۴

$$y = -|x| + 1 \text{ (الف)}$$

$$y = -|x + 1| \text{ (ب)}$$



(۲)



(۱)

نمودار $y = |x| + 1$ را چگونه می توان بر اساس نمودار $y = |x|$ رسم نمود؟ ۷۵

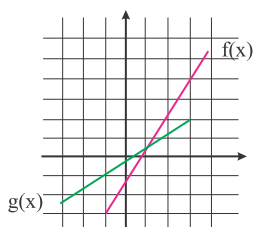
دامنه و بُرد تابع $\text{sign}(x) = -1$ کدام است؟ ۷۶

حاصل $[-3/5] + [5/2] - [-2/5]$ را به دست آورید. ۷۷

نمودار $y = |x - 2| + 3$ را رسم کنید. ۷۸

مقدار $f(-\frac{2}{3}) + f(\sqrt{2})$ را در تابع $f(x) = [x] + [x^2]$ به دست آورید. ۷۹

در شکل مقابل نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ داده شده است. نمودار تابع $(f - g)(x)$ را رسم کنید. ۸۰



توابع $f = \{(1, 2), (3, 7), (5, 2)\}$, $g = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5), (7, 1)\}$ داده شده است. موارد خواسته شده را بیابید. ۸۱

الف) تابع $f - g$ به صورت زوج مرتب

ب) برد $\frac{f}{g}$

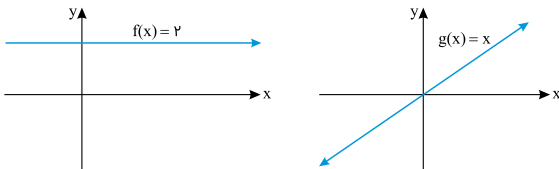
۸۲ اگر $f(x) = |x^2 - 5x|$ و $g(x) = x + 1$ باشند، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(f + g)(0) =$$

$$(f \cdot g)(1) =$$

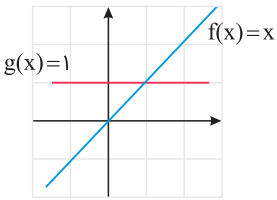
$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) =$$

۸۳ اگر نمودارهای توابع f و g به صورت زیر باشد، نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید.



۸۴ اگر $f = \{(1, 4), (2, 8), (5, 0), (9, 0)\}$ و $g = \{(2, -1), (5, 3), (1, 6), (7, 8)\}$ باشند، توابع $f + g$ و $\frac{f}{g}$ را به همراه دامنه آنها، مشخص کنید.

۸۵ به کمک نمودارهای رسم شده f و g ، نمودار تابع $f + g$ را در نقاط $x = 0$ و $x = 1$ مشخص کنید، سپس تابع $f + g$ را رسم کنید.



۸۶ اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ضابطه و دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

۸۷ اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = |x|$ باشد، نمودار $\frac{f}{g}$ را رسم کنید.

۸۸ اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g = \{(1, 0), (-1, 3), (3, 7)\}$ باشد، آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$D_{f-g}$$

$$(2f)(-3g)(1)$$

۸۹ اگر $f = \{(-2, 1), (3, 4), (2, -5), (1, 1)\}$ و $g = \{(5, -2), (3, -7), (1, 0)\}$ باشد، آنگاه حاصل توابع زیر را بیابید.

$$\frac{f}{g}$$

$$f - g$$

۹۰ اگر $f = \{(1, -1), (3, 2), (2, -2), (-3, 0)\}$ و $g = \{(0, 3), (2, -2), (3, 1), (1, 0)\}$ دو تابع باشند:

الف دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

ب تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

۹۱ اگر $f = \{(-1, 2), (-3, a), (-2, 5)\}$ و $g = \{(-3, -4), (-2, b), (1, -1)\}$ و $f \times g = \{(-3, \frac{1}{p}), (-2, -5)\}$ آنگاه حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۹۲ دو تابع $f(x) = 3x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ داده شده‌اند.

الف مقدار $(f - 3g)(1)$ را محاسبه کنید.

۹۳ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = \sqrt{x} + 5$ باشد:

الف مقدار $(f + g)(3)$ را محاسبه کنید.

ب دامنه $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

۹۴ اگر $f(x) = [x] + 1$ و $g(x) = |x| - 1$ باشد، در این صورت حاصل $\frac{(f + g)(-1)}{(f + g)(1)}$ را به دست آورید.

۹۵ ضابطه دو تابع زیر را نوشته و به کمک آن حاصل $(f \cdot g)(10)$ را به دست آورید.
($D_f = D_g = \mathbb{R}$)

$$g: \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 11 & 14 & 19 & 26 \end{array}$$

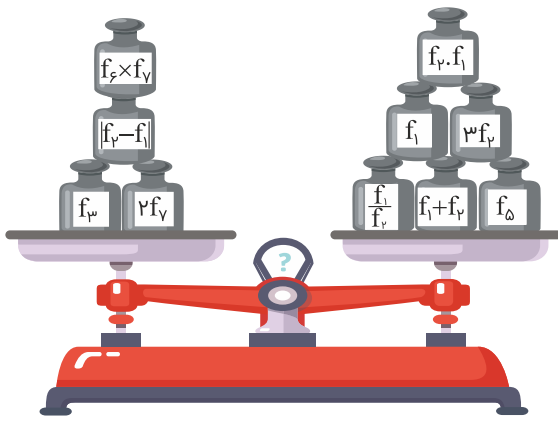
$$f: \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 12 & 6 & 4 & 3 \end{array}$$

۹۶ اگر $f(x) = \begin{cases} 3 & ; x \geq 0 \\ -x + 2 & ; x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x \geq 0 \\ x + 3 & ; x < 0 \end{cases}$ باشند، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف ضابطه توابع $f + g$ و $g - f$ را به دست آورید، سپس نمودار آن‌ها را رسم کنید.

ب بدون تشکیل ضابطه‌های $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ ، حاصل $(f \cdot g)(0)$ و $(\frac{f}{g})(-2)$ را به دست آورید.

۹۷ با فرض آنکه $f_1(x) = 3x + 1$ و $f_2(x) = 4x - 2$ باشند و داشته باشیم $f_7 = \frac{f_2}{f_1}$ ، $f_6 = \frac{f_1}{f_2}$ ، $f_5 = f_1 \cdot f_2$ ، $f_4 = f_2 - f_1$ ، اگر مقدار توابع f_1 تا f_7 در $x = 1$ بیانگر وزنه‌های مختلف باشند طبق شکل زیر کفه کدام ترازو سنگین‌تر است؟



۹۸ اگر $f = \{(1, 4), (8, 10), (-5, 30)\}$ و $g = \{(0, 1), (1, -1), (-5, 10)\}$ باشند، در این صورت مجموع اعضای برد تابع $f + g$ را به دست آورید.

۹۹ یک شرکت هولدینگ دارای دو کارخانه A و B است. اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید x عدد کالا در کارخانه A به ترتیب $12x - 2x^2 + 1$ و $2x + 1$ و در کارخانه B به ترتیب $-x^2 + 6x - 10$ و $4x - 10$ واحد باشند (هر واحد معادل ۱۰ میلیون تومان است)، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف تابع سود شرکت هولدینگ را به دست آورید.

ب این شرکت چند تعداد کالا تولید کند تا سودش ماکزیمم شود؟

پ بیشترین مقدار سود شرکت چقدر است؟

۱۰۰ اگر $f(t) = |2t - 5|$ و $h(t) = \frac{3t}{t^2 + 1}$ دو تابع باشند، حاصل عبارت زیر را بیابید.

(f + h)(1)

$(\frac{h}{f})(-2)$

۱۰۱ اگر $f(x) = |x^2 - 4x|$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، حاصل $(f + g)(2)$ ، $(\frac{f}{g})(-3)$ و $(f \cdot g)(0)$ را به دست آورید.
($D_f = \mathbb{R}$)

۱۰۲ شاخص را تعریف کنید.

۱۰۳ اگر در سبد خانواری، مصرف سالیانه گوشت و برنج به ترتیب ۴۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد و شاخص بهای گوشت و برنج در سال پایه ۸۰ و ۱۰۰ و در سال ۹۵، ۱۰۰ و ۱۴۰ باشد، شاخص بهای دو کالای مصرفی را با هم حساب کنید.

۱۰۴ در افراد یک جامعه تعداد نفرات ۱۶ تا ۶۵ سال ۲۰۰۰، ۵۰۰ نفر است اگر تعداد بیکاران ۵۰۰۰ نفر باشد نرخ بیکاری چند درصد است؟

۱۰۵ در یک متن میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۱۰ و درصد کلمات دشوار ۲۰ است. شاخص پایه آموزش را حساب کنید.

۱۰۶ اگر درآمد ماهیانه افراد یک شرکت بر حسب میلیون تومان به صورت زیر باشد، باتوجه به تعریف خط فقر بر اساس نصف میانگین، چند نفر زیر خط فقر قرار می گیرند.

۱, ۸, ۶, ۱, ۲, ۲, ۱, ۱, ۶, ۸, ۹

۱۰۷ در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار می باشند.

الف نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب حداقل چند شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر ۵ درصد باشد؟

۱۰۸ اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت را به دست آورید.

۱۰۹ اگر درآمد ماهیانه ۹ نفر از افراد یک اداره (بر حسب میلیون تومان) به صورت زیر باشد، باتوجه به تعریف خط فقر بر اساس نصف میانه چند نفر زیر خط فقر قرار دارند؟

۱۵, ۱۱, ۱۰, ۶, ۵, ۸, ۷, ۵

۱۱۰ برای کتابی با متوسط طول جملات ده کلمه‌ای و ۱۷ درصد کلمه سخت:

الف شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید.

ب این کتاب مناسب چه پایه‌ای است؟

۱۱۱ در یک منطقه ۱۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر، شاغل‌اند. در این منطقه ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ ساله و بیشتر، جویای کار می‌باشند:

الف نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این منطقه کمتر از سه درصد باشد.

۱۱۲ در شهری با جمعیت فعال ۳۰۰۰۰۰ نفر و جمعیت بیکار ۲۴۰۰۰۰ نفر نرخ بیکاری در این شهر چند درصد است؟

۱۱۳ درآمد سرپرست خانواده و تعداد اعضای آن در جدول زیر آمده است. خط فقر را به دو روش نصف میانه و نصف میانگین به دست آورید و به هر دو روش بگویید به کدام ردیف باید یارانه تعلق بگیرد و مقدار آن باید چقدر باشد؟

ردیف	درآمد سرپرست خانوار (هزار تومان)	تعداد اعضای خانواده	سهم هر عضو خانواده از درآمد سرپرست
۱	۹۰۰	۳	
۲	۱۰۰۰	۲	
۳	۴۰۰	۱	
۴	۴۸۰۰	۶	
۵	۱۸۰۰	۴	

۱۱۴ اگر شاخص بهای خودرو در سال ۹۵ برابر ۱۰۰ و در سال ۹۰ (سال پایه) برابر ۷۰ باشد، مقدار تورم در سال ۹۵ نسبت به سال ۹۰ چند درصد است؟

۱۱۵ در یک شهر ۲۱۰۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال شاغل هستند. در این منطقه ۶۰۰۰ نفر بالای ۱۶ سال جویای کار هستند.

الف نرخ بیکاری در این شهر چقدر است؟

ب حداقل چند شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری این شهر ۱ درصد باشد؟

۱۱۶ فرض می‌کنیم میانگین درآمد خانوارهای کشور ۲۸۰۰۰۰۰ تومان باشد و خانواده‌ها به‌طور متوسط ۴ نفره باشند. اگر شخصی با خانواده ۵ عضوی و درآمد ماهیانه ۱۵۰۰۰۰۰ تومان باشد، این خانواده و اعضای آن زیر خط فقر هستند یا خیر؟ اگر زیر خط فقر هستند، درآمد ماهیانه آن‌ها چقدر زیاد شود از خط فقر خارج می‌شوند؟

۱۱۷ شاخص نرخ بیکاری در یک کشور ۲۰ درصد است. اگر جمعیت فعال این کشور ۳۰ میلیون نفر باشد، تعداد بیکاران را بیابید و بگویید تعداد شاغلین چند نفر است؟

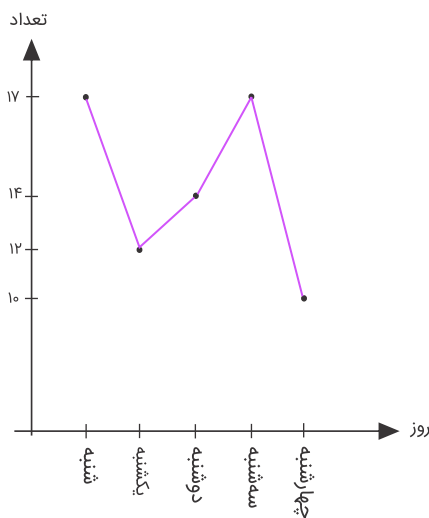
۱۱۸ اگر وزن فردی ۸۰ kg و قدش ۱/۷ متر باشد، مقدار شاخص توده بدنی او چقدر است؟

۱۱۹ خط فقر بین‌المللی به ازای هر نفر در یک روز چقدر است؟ در ایران چطور؟

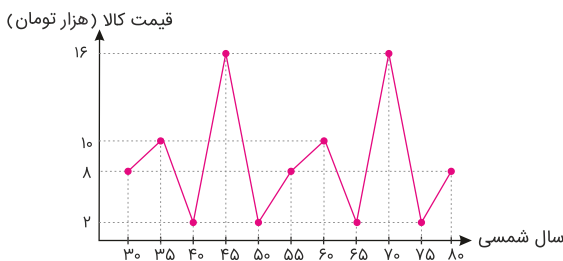
۱۲۰ اگر حقوق بعضی از افراد جامعه بسیار بیشتر از بقیه باشد، از کدام روش در محاسبه خط فقر استفاده می‌کنیم؟

۱۲۱ دو روش برای محاسبه خط فقر نام ببرید.

۱۲۲ نمودار زیر مربوط به سری زمانی تعداد مراجعه‌کنندگان یک رستوران است. واریانس آن را به دست آورید.



۱۲۳ باتوجه به نمودار سری زمانی زیر که مربوط به یک محصول کشاورزی می‌باشد و هر ۵ سال تکرار می‌شود، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف اختلاف بیشترین و کمترین قیمت محصول چقدر است؟

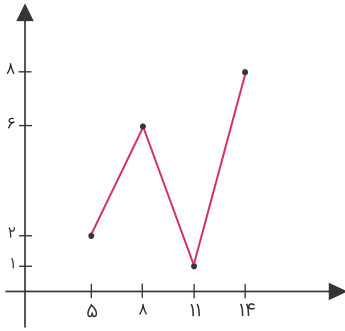
ب قیمت این محصول در سال ۱۳۲۰ چقدر است؟

پ قیمت این محصول در سال ۱۴۰۰ چقدر بوده است؟

۱۲۴ طبق جدول زیر تعداد نوزادان در ساعت ۹ صبح را درونیابی کنید و نمودار سری زمانی این جدول را رسم کنید.

ساعت	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
تعداد نوزادان	۴۰	۶۰	۵۲	۳۰	۲۰

باتوجه به نمودار زیر، معادله خطی که برای تخمین داده‌ها به کمک درونیابی خطی در $t = 9$ می‌نویسیم را به دست آورید.



میانگین درآمد سالانه یک شرکت به صورت زیر است:

(سابقه کار (سال)	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
(درآمد (میلیون تومان)	۴	۶	۷	۱۰	۱۳

الف

نمودار سری زمانی جدول را رسم کنید.

ب

برای سابقه ۱۸ سال، درآمد را درونیابی کنید.

پ

درآمد شخصی با ۲۲ سال سابقه را به کمک برون‌یابی تعیین کنید.

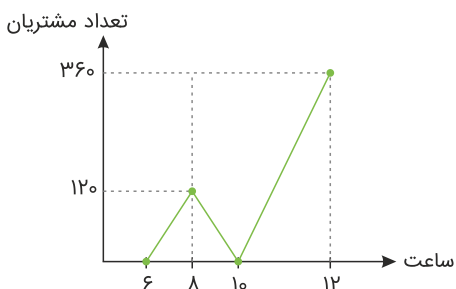
میانگین افزایش درآمد یک تعمیرگاه نسبت به سال اول برحسب درصد در جدول زیر آمده است. در چه سالی به کمک درونیابی درآمد تعمیرگاه $28/5$ می‌باشد؟

سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
درآمد	$10/5$	?	?	$37/5$	?	۵۷	?	۷۰

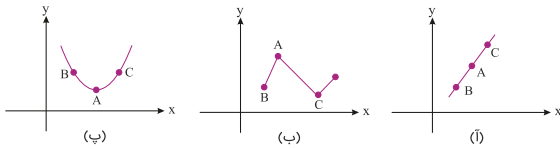
باتوجه به جدول زیر به روش برون‌یابی خطی در ماه ششم قیمت چقدر خواهد بود؟

ماه	۱	۲	۳	۴	۵
(قیمت (هزار تومان)	۳	۲۰	۱۶	۱۴	۷

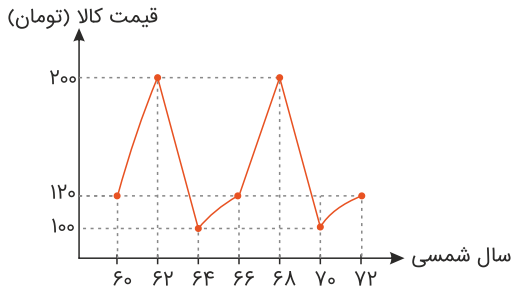
باتوجه به نمودار زیر تعداد مشتریان را در ساعت ۱۱ صبح درونیابی کنید. اگر بعد از بررسی‌های انجام‌شده تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۱ صبح برابر ۲۷۰ نفر باشد، خطای درونیابی را به دست آورید.



۱۳۰ در کدام یک از نمودارهای سری زمانی زیر در نقطه A بهتر می‌توانیم درون‌یابی انجام دهیم؟ (خطا نخواهیم داشت)



۱۳۱ باتوجه به نمودار سری زمانی زیر که هریک از آن‌ها به صورت متناوب تکرار می‌شوند، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف بیشترین و کمترین قیمت مربوط به کدام سال‌ها است؟

ب دوره تناوب این نمودار چند سال است؟

پ قیمت کالا در سال‌های ۱۳۷۸ و ۱۳۵۶ را تخمین بزنید.

۱۳۲ به کمک سری زمانی کدام یک از موارد را می‌توان دقیق‌تر برون‌یابی کرد؟
 (آ) زمانی که (سال‌هایی که) دانشمندان یک مرکز تحقیقاتی دارویی صرف می‌کنند داروهای کشف شده
 (ب) صرف زمان حرکت روی تردمیل (برحسب دقیقه با سرعت ثابت) مقدار کالری سوزانده شده
 (پ) صرف زمان یک تاجر برای بازاریابی کالاهایش تعداد مشتریان
 (ت) صرف زمان درس خواندن یک دانش‌آموز دبیرستانی رتبه کنکور

۱۳۳ در یک قنادی تعداد کیک‌های فروخته شده به صورت زیر است:

روز	شنبه	۲ شنبه	۴ شنبه	جمعه	۱ شنبه	۳ شنبه	۵ شنبه	شنبه
تعداد کیک‌ها	۱۰	۶	۱۲	۱۰	۴	۱۴	۱۸	۸
	هفته اول			هفته دوم			هفته سوم	

الف نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب تعداد کیک‌های فروخته شده در روز ۳ شنبه از هفته اول را تخمین بزنید. (درون‌یابی کنید).

پ تعداد کیک‌هایی که در روز ۵ شنبه از هفته سوم به فروش خواهد رفت را برون‌یابی کنید ($\frac{82}{8} \approx 10$)

ت اگر تعداد کیک‌های فروخته شده در سه شنبه هفته اول ۱۳ ساندویچ باشد، مقدار خطا در قسمت (ب) را به دست آورید.

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم	یازدهم
تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر	۱۰	۸	۹	۱۲	۱۸	۴	۲	۶	۱۴	۱۲	۱۴

الف نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب معادله خطی که نقطه (۱۱, ۱۴) را به نقطه‌ای با مختصات میانگین سال و میانگین تعداد زلزله‌ها وصل می‌کند به دست آورید و به کمک آن تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر در سال دوازدهم را برون‌یابی کنید.

پ اگر پس از بررسی‌ها معلوم شود که در سال دوازدهم ۱۶ زلزله رخ داده، خطای محاسبه چقدر است؟

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۱۳۵ رابطه بین سن افراد و حافظه هر فرد را می‌توان به کمک سری زمانی به‌طور دقیق برون‌یابی کرد.

۱۳۶ خطای درون‌یابی و برون‌یابی عبارت است از مجموع مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده.

۱۳۷ اگر نمودار سری زمانی متناوب باشد، می‌تواند اطلاعات نسبتاً دقیقی در مورد آینده و گذشته بدهد.

۱۳۸ اگر نمودار سری زمانی به شکل منحنی باشد درون‌یابی و برون‌یابی هیچ خطایی نخواهد داشت.

۱۳۹ جدول زیر تعداد کودکان متولدشده یک بیمارستان در ماه‌های مختلف سال است:

ماه	فروردین	خرداد	تیر	مهر	آذر	بهمن
تعداد تولد	۶۰	۴۴	۵۳	۶۸	۶۲	۷۰

الف حدوداً چند نوزاد در اردیبهشت متولد شده‌اند؟

ب حدوداً چند نوزاد در شهریور متولد شده است؟

پ اگر دقیقاً ۷۲ نوزاد در دی‌ماه متولد شده باشد، خطای درون‌یابی را محاسبه کنید.

۱۴۰ اگر تعداد بلیط‌های فروخته‌شده یک موزه در طول هفته به صورت جدول زیر باشد، به سؤالات پاسخ دهید:

روز هفته	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه
تعداد بلیط	۱۲۰	۸۲	۱۸۰	۲۱۰

الف تعداد بلیط فروخته‌شده در روز پنج‌شنبه را حساب کنید.

ب اگر بازدید روز پنج‌شنبه ۲۳۱ باشد، خطای درون‌یابی در آن روز را به دست آورید.

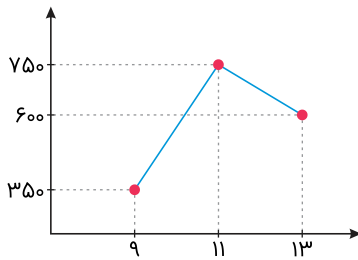
درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱۴۱ تکرار یک ویژگی را در سری زمانی را الگو می‌نامند.

۱۴۲ تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال در هفته‌های فرد و ابتدایی در جدول زیر آمده است. تعداد گل‌ها را در هفته چهارم درون‌یابی کنید.

هفته	۱	۳	۵	۷	
تعداد گل	۲	۲۱	۲۵	۲۴	

۱۴۳ اگر نمودار زیر تعداد مشتریان یک شرکت، بین ساعت ۹ تا ۱۳ صبح باشد:



الف تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۰ را درون‌یابی کنید.

ب اگر تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۰ صبح برابر ۴۵۰ نفر باشد، خطای درون‌یابی را به دست آورید.

۱۴۴ میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی بر حسب میلیارد تومان به صورت زیر است:

سال x	۵	۴	۳	۲	۱
فروش y	۱۹	۱۵	۱۱	۹	۶

الف سری زمانی را رسم کنید.

ب فروش در سال هفتم را برون‌یابی کنید.

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

۱۴۵ تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده، را درون‌یابی گویند.



پاسخنامه

۱

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

هر دو ستون مانند هم شده‌اند لذا هم‌ارزی درست است.

پاسخ سؤالات ۲ تا ۵

۲ گزاره نیست سؤالی می‌باشد.

۳ گزاره است و درست است.

۴ گزاره است و نادرست است.

۵ گزاره است و نادرست است.

پاسخ سؤالات ۶ تا ۷

۶ عدد ۵ زوج نیست، یا چنین نیست که ۵ زوج است، یا ۵ عددی فرد است. (هر کدام از موارد ذکر شود درست است.)

۷ $5 \times 4 \leq 3 \times 7$

پاسخ سؤالات ۸ تا ۹

۸ نادرست

۹ درست

نوتروپیل



هر گزاره دلخواه که درست باشد نیز مورد قبول است.

p	q	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \vee q$	$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	ن

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

هم ارزند

توجه: در گزاره شرطی اگر مقدم نادرست باشد گزاره شرطی به انتفای مقدم، درست است.

$$\underbrace{q}_{\downarrow F} \Rightarrow \underbrace{\sim p}_{\downarrow F} \equiv T$$

و در گزاره دوشروطی اگر یکی درست و دیگری نادرست باشد، ارزش کل گزاره دوشروطی نادرست است.

$$\underbrace{p}_{\downarrow T} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{\downarrow F} \equiv F$$

$$p \vee q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv \text{ن} \\ q \equiv \text{ن} \end{cases}$$

دلخواه $r \equiv$

$$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$$

$$(\text{د} \Rightarrow r) \Rightarrow \begin{cases} r \equiv \text{د} \Rightarrow (\text{د} \Rightarrow \text{د}) \equiv T \\ r \equiv \text{ن} \Rightarrow (\text{ن} \Rightarrow \text{د}) \equiv T \end{cases} \equiv T$$

$$p \vee q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv \text{ن} \\ q \equiv \text{ن} \end{cases}$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

$$\text{د} \Leftrightarrow \text{د} \equiv T$$

در جدول زیر ارزش گزاره خواسته شده به دست آمده است:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$q \Rightarrow \sim p$	$(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$
د	ن	ن	د	د	د	د

بنابراین ارزش گزاره درست است.

جدول ارزش گزاره‌ها را برای گزاره‌های خواسته شده به صورت زیر رسم می‌کنیم:

p	~ p	$p \Leftrightarrow \sim p$	$\sim p \Leftrightarrow p$
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن

بنابراین مشخص می‌شود دو گزاره هم‌ارز و همواره نادرست هستند؛ یعنی:

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv \sim p \Leftrightarrow p \equiv F$$

نادرست. $\{2, \frac{3}{4}\}$ اگر و تنها اگر تهران، پایتخت ایران باشد / $1 \in \{2, \frac{3}{4}\}$ اگر و تنها اگر تهران پایتخت ایران نباشد.

گزاره است - ارزش درست - ۲ عددی فرد است و ۵ مربع کامل نیست.

نادرست. وجود دارد عدد اولی که زوج باشد.

درست. همه مستطیل‌ها مربع نیستند.

گزاره نیست.

$$(q \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \wedge \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T \equiv T$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q) \equiv \underbrace{(F \vee T)}_T \Leftrightarrow \sim \underbrace{(T \vee F)}_T \equiv T \Leftrightarrow \underbrace{\sim T}_F \equiv F$$

پاسخ سؤالات ۲۰ تا ۲۱

نقیض گزاره: عدد ۵ زوج نیست / ارزش نقیض درست است.

نقیض گزاره: $5 \times 4 \leq 3 \times 7$ / ارزش نقیض درست است.

پاسخ سؤالات ۲۲ تا ۲۳

خبری - ارزش درست یا نادرست

مخالف یا برعکس - نفی



p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$\wedge$	$q \Rightarrow p$	کل
د	د	د	د	$\wedge$	د	د
د	ن	ن	ن	$\wedge$	د	ن
ن	د	ن	د	$\wedge$	ن	ن
ن	ن	د	د	$\wedge$	د	د

چه هوای سردی!
درب را ببند.

$$x^3 > \forall x + 5$$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

از نادرستی گزاره $p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ مشخص می‌شود که مقدم p باید درست باشد و تالی یعنی $p \wedge \sim q$ باید نادرست باشد و از نادرستی ترکیب عطفی $p \wedge \sim q$ چون p درست است لذا $\sim q$ باید نادرست باشد پس q گزاره درست باشد.

$$p \equiv T, \quad q \equiv T, \quad \sim p \equiv F \Rightarrow \sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$$

$$r \rightarrow T : (T \Leftrightarrow T) \Rightarrow (T \wedge F) \equiv F$$

$$r \rightarrow F : (F \Leftrightarrow T) \Rightarrow (T \wedge F) \equiv T$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 9 - 4 = 5 > 0$$

بنابراین دو ریشه حقیقی دارد. $(F) \Leftarrow$ نادرست

$(F) \Leftarrow$ تابع نیست. $\{ \dots, (2, 3), \dots, (2, 1) \}$



$$\underbrace{(-9 < -10)}_F \vee \underbrace{(\sqrt{2} \text{ گنگ است})}_T \equiv T \Rightarrow (T)$$

$$\underbrace{(0 \in \mathbb{Z})}_T \wedge \underbrace{\left(\frac{1}{2-2} = -\frac{1}{2}\right)}_F \equiv T \wedge F \equiv F \Rightarrow (F)$$

استدلال استثنایی است چون به شکل زیر است:

مقدمه ۱: اگر p آنگاه q

مقدمه ۲: p

$\therefore q$

روش به کار رفته در استدلال استثنایی همیشه درست است ولی نتیجه آن وقتی درست است که مقدمه ۱ آن درست باشد در این سؤال مقدمه ۱ درست است. پس نتیجه هم درست است.

از عکس نقیض استفاده می کنیم.

$$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow n^2 = 2(\alpha) + 1 \Rightarrow n^2 = 2\alpha + 1$$

همواره برقرار است که فرد است.

عدد را x فرض می کنیم.

$$x + 5 = 2x$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

همواره صحیح است.

در مرحله ۲ اشتباه رخ داده است و معادله دو جواب دارد.

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \underline{q} \\ \therefore p \end{array}$$

با فرض:

p: هر کس مرا دوست دارد.

q: عیوب مرا به من می‌گوید.

پس استدلال از نوع مغالطه است.

ولی نتیجه آن باید بررسی شود. مغالطه همیشه نادرست است.

$$a^3 + b^3 \geq (a + b)^3$$

۳۷ چون عرض مستطیل جدید همان عرض اولیه مستطیل است اشتباه رخ داده است.

اصلاح شده آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} 3x &= \text{عرض جدید} & 3y &= \text{طول جدید} \\ S' &= (3x)(3y) = 9xy = 9S \end{aligned}$$

۳۸ الف در مرحله اول حذف a ایراد دارد.

ب در مرحله پنجم ساده کردن a ایراد دارد.

پ این استدلال درست است.

۳۹ الف نوع استدلال: مغالطه

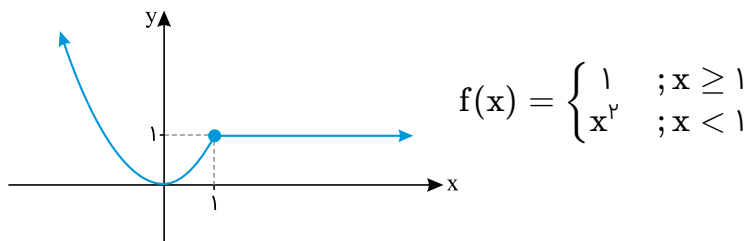
ب نوع استدلال: قیاس استثنایی

۴۰ الف حل این فرد کاملاً منطبق بر اصول ریاضی است و هیچ مشکلی ندارد. دقت کنید اگر فرض $x \neq 1$ داده نمی‌شد، محاسبه در مرحله (۵) دچار مشکل می‌شد و نمی‌توانستیم دو طرف رابطه $x(1-z) = y(1-x)$ را بر $(1-x)$ تقسیم کنیم. چون اگر $x = 1$ باشد حاصل $(1-x)$ صفر می‌شود و مخرج کسر $\frac{x(1-z)}{1-x}$ صفر می‌شود.

ب از نظر ریاضی، نمی‌توان xها را از دو طرف باهم خط زد، چون در سمت راست تساوی $x = \frac{x-y}{z-y}$ ، در صورت کسر، x منهای y شده و ضمناً $(x-y)$ دارای مخرج $(z-y)$ هم هست، پس خط زدن x از دو طرف اشتباه است. اگر مخرج وجود نداشت می‌توانستیم xها را خط بزنیم یعنی: $x = x - y \Rightarrow 0 = 0 - y$

این در فرد مرحله (۶) اشتباه کرده است چون x ها را نمی‌توان به این شکل از صورت و مخرج خط زد. چون در مخرج x منهای ۱ شده است و در واقع x تنها نیست. اگر (-1) در مخرج وجود نداشت. آنگاه باتوجه به فرض سؤال که $x \neq 0$ است می‌توانستیم x ها را خط بزنیم.

$$\frac{x'(z-1)}{x} = z-1$$

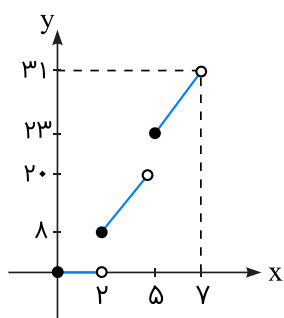


$$\begin{aligned} f\left(\frac{2}{3}\right) &= b \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 4 \\ \Rightarrow b &= 4 \Rightarrow f(4) = (4)^2 - 3(4) \\ &= 16 - 12 = 4 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = 7, c = 6 \Rightarrow a + b + c = 15$$

$$b = 4$$

$$a + b = 4 \Rightarrow a + 4 = 4 \Rightarrow a = 0$$



$$C(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 2 \\ 4x & 2 \leq x < 5 \\ 4x + 3 & 5 \leq x < 7 \end{cases}$$

x	0	2
y	0	0

x	2	5
y	8	20

x	5	7
y	23	31

$$C(۴) = ۴(۴) = ۱۶$$

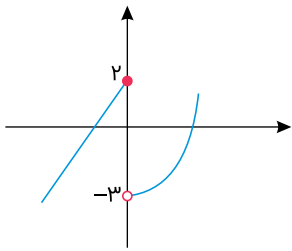
۱۶ هزار تومان باید بپردازد.

۴۷ چون f تابع همانی است پس $f(x) = x$

$$۴a = ۶ + a \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲$$

$$\omega = \sqrt{b} \Rightarrow ۲\omega = b$$

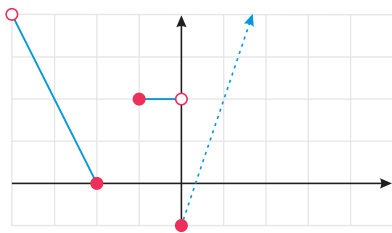
$$c + ۱ = ۰ \Rightarrow c = -۱$$

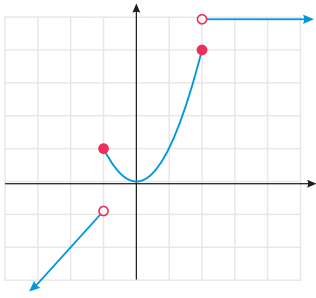


$$f(-۳) = ۴(-۳) + ۲ = -۱۰$$

$$f(f(۱)) = f(-۲) = ۴(-۲) + ۲ = -۶$$

$$f(x) = \begin{cases} ۳x - ۱ & ; x \geq ۰ \\ ۲ & ; -۱ \leq x < ۰ \\ -۲x - ۵ & ; -۴ < x \leq -۲ \end{cases}$$





$$f(\sqrt{2}) + f(3) = 2 + 5 = 7$$

$$\begin{cases} m - n = 2 \\ m + n = 2 \end{cases}$$

$$2m = 4$$

$$m = 2, n = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2})^2 = -2$$

$$f(-1) = -1^2 = -1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$a - 1 = 2 \Rightarrow a = 2 + 1 \Rightarrow a = 3$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$a.b = 3$$

$$f(x) = k, g(x) = x$$

$$\frac{2f(4) - g(-9)}{g(3) - f(-6)} = -17 \Rightarrow \frac{2k - (-9)}{3 - k} = -17$$

$$\Rightarrow 2k + 9 = -51 + 17k \Rightarrow 60 = 15k \Rightarrow k = 4 \Rightarrow f(x) = 4$$

$$f^2(2) - g(-3 + f(5)) = 4^2 - g(-3 + 4) = 16 - g(1) = 16 - 1 = 15$$

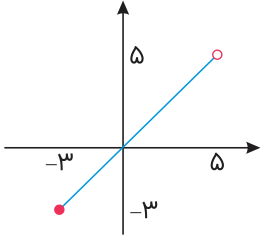
$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & ; x \leq 1 \\ 3x - 3 & ; 1 < x \leq 2 \\ 3 & ; x > 2 \end{cases}$$

$$(1, 0), (0, 2) \Rightarrow m = \frac{2 - 0}{0 - 1} = -2, y = -2(x - 1) = -2x + 2$$

$$(1, 0), (2, 3) \Rightarrow m = \frac{3 - 0}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3, y = 3(x - 1) = 3x - 3$$

$$\begin{cases} 2a - b = 0 \Rightarrow b = 0 \\ a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0 \\ c + 2 = 0 \Rightarrow c = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -2$$

$$R = [-3, 5)$$



$$c - 1 = 4 \Rightarrow c = 5 \quad 3b + 1 = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$a^2 - 3a = 4 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ قق}, a = 4 \text{ قق}$$

چون تابع همانی است پس مولفه‌های اول و دوم باهم برابرند. بنابراین:

$$a = 1, \quad 3a + 2 = 2a - b \xrightarrow{a=1} 3 + 2 = 2 - b \Rightarrow b = -3$$

چون f تابعی ثابت است پس $f(x) = k$ می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$\frac{f(a) + f(b) + f(a) + f(b) - 3}{f(ab) - 2} = \frac{k + k + k + k - 3}{k - 2} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{صورت صفر}} 4k - 3 = 0 \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

$$5f\left(\frac{a}{b}\right) = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$y = -x \xrightarrow[y=n^2-3n+4]{x=-2} n^2 - 3n + 4 = 2$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۶۲ تا ۶۵

نادرست است. تابع چندضابطه‌ای می‌تواند بیشتر از ۳ ضابطه هم داشته باشد.

نادرست است. مثلاً در تابع $f = \{(1, 8), (8, 1)\}$ ، دامنه $\{1, 8\}$ و برد هم $\{1, 8\}$ است که باهم برابرند ولی این تابع همانی نیست.

۶۴

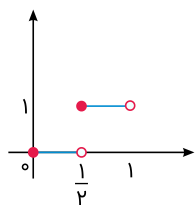
درست است. چون در تابع همانی به هر مقداری از دامنه خودش نسبت داده می‌شود. لذا: $f(x) = x$ و $f(-x) = -x$ بنابراین:

$$f(x) + f(-x) = x + (-x) = x - x = 0$$

۶۵

نادرست است. چون در تابع ثابت f داریم $f(x) = m$ پس: $f(kx) = m$ ، لذا از رابطه $f(kx) = kf(x)$ به معادله $m = km$ می‌رسیم که همیشه برقرار نیست. (فقط اگر m و k هر دو صفر یا هر دو یک باشند این رابطه برقرار است.)

۶۶



$$0 \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 1$$

۶۷

الف

$$f(x) = [-x] \Rightarrow \begin{cases} x = 1/7 \Rightarrow f(x) = -2 \\ x = 2/3 \Rightarrow f(x) = -3 \end{cases}$$

ب

$$f(x) = [x] + [-x] \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(x) = 0 \\ x = 1/3 \Rightarrow f(x) = -1 \end{cases}$$

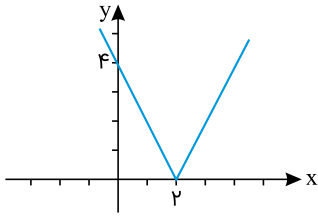
۶۸

$$[x] = -5 \Rightarrow -5 \leq x < -4$$

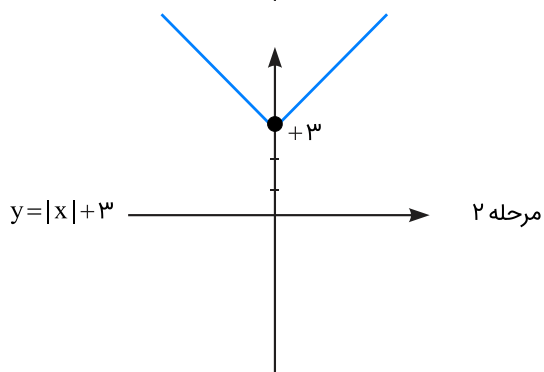
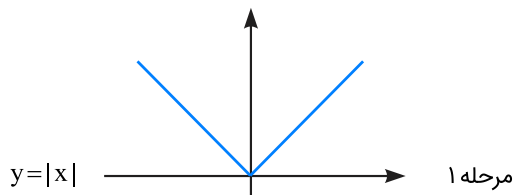
$$f(x) = |2x - 4|$$

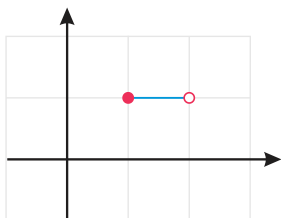
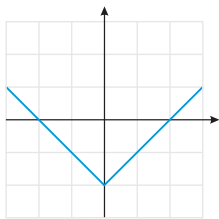
$$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & ; x \geq 2 \\ -2x + 4 & ; x < 2 \end{cases}$$

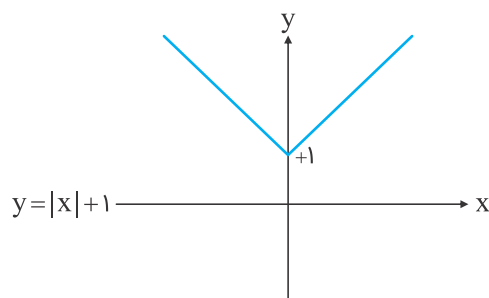
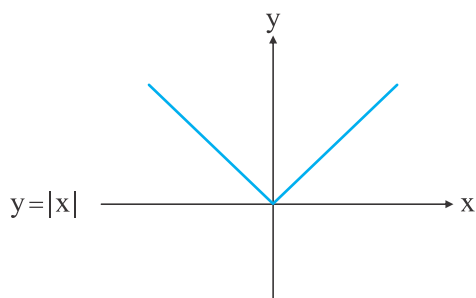


$$[x - 5] = 12 \Rightarrow 12 \leq x - 5 < 13 \xrightarrow{+5} 17 \leq x < 18$$





نمودار (۱) نمودار تابع $y = -|x| + 1$ و نمودار (۲) نمودار تابع $y = -|x + 1|$ است.



$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$\text{sign}(x) = -1 \Rightarrow x < 0$ یا $(-\infty, 0)$ دامنه

$$\Rightarrow \text{برد} = \{-1\}$$

$$-4 < -3/5 < -3 \Rightarrow [-3/5] = -4$$

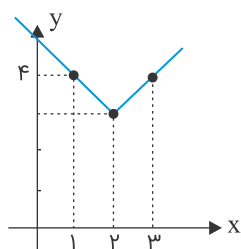
$$0 < 0/2 < 1 \Rightarrow [0/2] = 0$$

$$-1 < -\frac{2}{5} = -0/4 < 0 \Rightarrow [-\frac{2}{5}] = -1$$

$$\Rightarrow [-3/5] + [0/2] - [-\frac{2}{5}] = -4 + 0 - (-1) = -3$$

$$y = |x - 2| + 3$$

x	۱	۲	۳
y	۴	۳	۴



$$f(x) = [x] + [x^2]$$

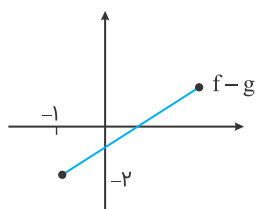
$$f(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}] + [2] = 3$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = \left[-\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{4}{9}\right] = -1 \Rightarrow -1 + 3 = 2$$

دامنه اشتراکی f و g $[-1, 3]$ است. در این ۲ سر بازه دامنه ارتفاعها را از هم کم می‌کنیم.

$$(f - g)(-1) = f(-1) - g(-1) = -3 - (-1) = -2$$

$$(f - g)(3) = f(3) - g(3) = 2$$



$$f - g = \{(1, -2), (3, 2)\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(3, \frac{3}{2}\right) \right\} \Rightarrow R = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$f(x) = |x^2 - 5x| \quad g(x) = x + 1$$

$$f(0) = |(0)^2 - 5(0)| = 0$$

$$g(0) = 0 + 1 = 1$$

$$(f + g)(0) = f(0) + g(0) = 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = |(1)^2 - 5(1)| = |1 - 5| = |-4| = 4$$

$$g(1) = 1 + 1 = 2$$

$$(f \cdot g)(1) = f(1) \cdot g(1) = 4 \times 2 = 8$$

$$f(3) = |3^2 - 5(3)| = |9 - 15| = |-6| = 6$$

$$g(3) = 3 + 1 = 4$$

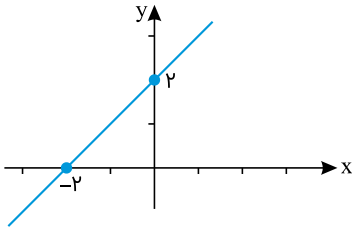
$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = 2 \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = x \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$(f + g)(x) = 2 + x$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$$



$$f = \{(1, 4), (2, 8), (5, 0), (9, 0)\}$$

$$D_f = \{1, 2, 5, 9\}$$

$$g = \{(2, -1), (5, 3), (1, 6), (7, 8)\}$$

$$D_g = \{2, 5, 1, 7\}$$

$$f + g = \{(1, 10), (2, 7), (5, 3)\}$$

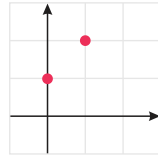
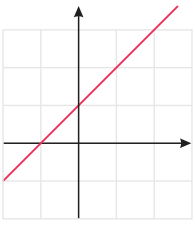
$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 2, 5\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{(1, \frac{4}{6}), (2, -\frac{8}{1}), (5, 0)\right\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g = 0\} = \{1, 2, 5\}$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) + g(0) = 0 + 1 = 1$$

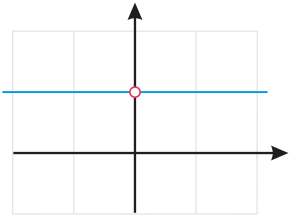
$$x = 1 \Rightarrow f(1) + g(1) = 1 + 1 = 2$$



$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{x+2}{(x-1)(x^2-4)} = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = (\mathbb{R} - \{1\}) \cap \mathbb{R} - \{2, -2\} = \mathbb{R} - \{1, 2, -2\}$$

۸۶



$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{|x|}{|x|} = 1$$

۸۷

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \{1, -1, 3\} = \{1, -1, 3\}$$

۸۸ الف

$$(2f)(-3g)(1) = 2f(1) \times -3g(1) = 2(2) \times (-3)(0) = 0$$

ب

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(3, -\frac{4}{3} \right) \right\}$$

۸۹ الف

تابع $\frac{f}{g}$ در $x = 1$ تعریف نشده است.

$$f - g = \{(3, 1), (1, 1)\}$$

ب

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{3, 2\}$$

۹۰ الف

$$\frac{f}{g} = \{(3, 2), (2, 1)\}$$

ب

$$D_f = \{-1, -3, -2\}, \quad D_g = \{-3, -2, 1\}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{-3, -2\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-3) = a \\ g(-3) = -2 \\ (f \times g)(-3) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{\lambda}$$

$$\begin{cases} f(-2) = \omega \\ g(-2) = b \\ (f \times g)(-2) = -\omega \end{cases} \Rightarrow \omega b = -\omega \Rightarrow b = -1 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-1}{-\frac{1}{\lambda}} = \lambda$$

$$(f - 3g)(1) = f(1) - 3g(1) = 2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) = 3$$

$$(f + g)(3) = f(3) + g(3) = 0 + \sqrt{3} + \omega = \sqrt{3} + \omega$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} \Rightarrow x^2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x(x - 3) \geq 0$$

$$\Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f : (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x} + \omega \Rightarrow D_g : x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_f \cap D_g = [3, +\infty) \cup \{0\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} : (D_f \cap D_g) - \{x | g(x) = 0\} = [3, +\infty) \cup \{0\}$$

$$f(x) = [x] + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = [-1] + 1 = -1 + 1 = 0 \\ f(1) = [1] + 1 = 2 \end{cases}$$

$$g(x) = |x| - 1 \Rightarrow \begin{cases} g(-1) = |-1| - 1 = 1 - 1 = 0 \\ g(1) = |1| - 1 = 1 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{(f + g)(-1)}{(f + g)(1)} = \frac{f(-1) + g(-1)}{f(1) + g(1)} = \frac{0 + 0}{2 + 0} = 0$$

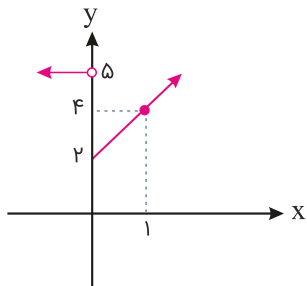
$$\begin{cases} f(x) = \frac{12}{x} \\ g(x) = x^2 + 10 \end{cases} \Rightarrow (f \cdot g)(10) = f(10) \times g(10) = \frac{12}{10} \times (10^2 + 10)$$

$$= \frac{12}{10} \times 110 = 12 \times 11 = 132$$

$$(f + g)(x) = \begin{cases} 3 + 2x - 1 & ; x \geq 0 \\ -x + 2 + x + 3 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = \begin{cases} 2x + 2 & ; x \geq 0 \\ 5 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

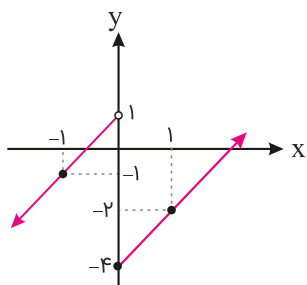


$$(g - f)(x) = \begin{cases} 2x - 1 - 3 & ; x \geq 0 \\ x + 3 - (-x + 2) & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (g - f)(x) = \begin{cases} 2x - 4 & ; x \geq 0 \\ 2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$2x - 4 ; x \geq 0 : \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -4 \\ x = 1 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

$$2x + 1 ; x < 0 : \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$



$$(f \cdot g)(0) = f(0) \times g(0) = 3 \times (-1) = -3$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-2) = \frac{f(-2)}{g(-2)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$f_1(x) = 3x + 1 \xrightarrow{x=1} f_1 = 3(1) + 1 = 4$$

$$f_2(x) = 4x - 2 \xrightarrow{x=1} f_2 = 4(1) - 2 = 2$$

$$f_3 = f_1 + f_2 = 4 + 2 = 6, f_4 = f_2 - f_1 = 2 - 4 = -2$$

$$f_5 = f_1 \cdot f_2 = 4 \times 2 = 8, f_6 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f_7 = \frac{f_2}{f_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{کفه سمت چپ ترازو: } f_3 + 2f_7 + |f_2 - f_1| + f_4 \times f_7$$

$$= 6 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + |(2 - 4)| + 2 \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\text{کفه سمت راست ترازو: } \frac{f_1}{f_2} + (f_1 + f_2) + f_5 + f_1 + 3f_2 + f_1 \cdot f_2$$

$$= \frac{4}{2} + (4 + 2) + 8 + 4 + 3 \times (2) + 4 \times 2 = 34$$

پس کفه سمت راست ترازو، سنگین‌تر است.

برای یافتن $f + g$ باید دامنه مشترک f و g را بیابیم.

$$D_f \cap D_g = \{1, -5\}$$

$$f + g = \{(1, 4 - 1), (-5, 30 + 10)\} = \{(1, 3), (-5, 40)\}$$

$$f + g \text{ برد تابع} = \{3, 40\} \Rightarrow \text{مجموع اعضای برد} = 3 + 40 = 43$$

$$R = \underbrace{(-2x^2 + 12x)}_{\text{تابع درآمد A}} + \underbrace{(-x^2 + 6x)}_{\text{تابع درآمد B}}$$

$$= -3x^2 + 18x$$

$$C = \underbrace{(2x + 1)}_{\text{هزینه A}} + \underbrace{(4x - 10)}_{\text{هزینه B}} = 6x - 9$$

$$P = R - C = (-3x^2 + 18x) - (6x - 9) = -3x^2 + 12x + 9$$

تعداد کالاهایی که سود را ماکزیمم می‌کند:

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-12}{2(-3)} = 2$$

$$P = -3x^2 + 12x + 9$$

$$\xrightarrow{x=2} P_{\max} = -3(2)^2 + 12(2) + 9 = -12 + 24 + 9 = 21$$

پس بیشترین سود شرکت ۲۱۰ میلیون تومان است.

۱۰۰ الف

$$(f + h)(1) = f(1) + h(1) = |2(1) - 5| + \frac{3(1)}{1^2 + 1} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

ب

$$\left(\frac{h}{f}\right)(-2) = \frac{h(-2)}{f(-2)} = \frac{\frac{3(-2)}{(-2)^2 + 1}}{|2(-2) - 5|} = \frac{\frac{-6}{5}}{9} = -\frac{6}{45} = -\frac{2}{15}$$

۱۰۱ می‌دانیم تابع علامت به صورت زیر است:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = |2^2 - 4(2)| + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-3) = \frac{f(-3)}{g(-3)} = \frac{|(-3)^2 - 4(-3)|}{-1} = \frac{21}{-1} = -21$$

$$(f.g)(0) = f(0) \times g(0) = |0^2 - 4(0)| \times 0 = 0$$

۱۰۲ شاخص، یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

۱۰۳

$$\begin{aligned} \text{شاخص بهای گوشت و برنج} &= \frac{140 \times 80 + 100 \times 40}{110 \times 80 + 80 \times 40} \times 100 \\ &= \frac{15200}{12000} \times 100 = 126\frac{2}{3} \end{aligned}$$

۱۰۴

$$\text{درصد بیکاری} = \frac{50000}{2000000} \times 100 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

۱۰۵

$$[20 + 10] \times 0/4 = 12$$

$$\bar{x} = \frac{\text{جمع داده ها}}{\text{تعداد}} = \frac{45}{11} = 4/09$$

$$\text{خط فقر} = \text{نصف میانگین} = 2/04$$

۶ نفر از افراد شرکت زیر خط فقر قرار دارند.

۱۰۷
الف

$$1400 = 1200 + 200 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{200}{1400} \times 100 \simeq 14/28\%$$

ب

اگر x شغل ایجاد شود، جمعیت بیکار آن $200 - x$ خواهد بود.

$$\frac{200 - x}{1400} \times 100 = 5 \Rightarrow 200 - x = 70 \Rightarrow x = 130$$

۱۳۰ شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵ درصد باشد.

۱۰۸

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} \times 100 = 140/5$$

۱۰۹

ابتدا داده‌ها را مرتب کرده، میانه را مشخص می‌کنیم:

$$5, 5, 6, 7, \underline{8}, 10, 10, 11, 15$$

$$\text{میانه} = 8 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{8}{2} = 4$$

هیچ کس زیر خط فقر قرار ندارد.

۱۱۰
الف

$$0/4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$\text{شاخص پایه آموزش} = (17 + 10) \times 0/4 = 27 \times 0/4 = 10/8 \simeq 11$$

ب

مناسب پایه یازدهم است.

۱۱۱
الف

$$2200 = 1800 + 400 = \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{400}{2200} \times 100 \simeq 18/18\%$$

ب

اگر x شغل ایجاد شود جمعیت بیکار آن $400 - x$ خواهد بود.

$$\frac{400 - x}{2200} \times 100 < 3 \Rightarrow 400 - x < 66 \Rightarrow 400 - 66 < x \Rightarrow 334 < x$$

حداقل ۳۳۵ شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر از ۳ درصد باشد.



$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{۲۴۰۰۰۰}{۳۰۰۰۰۰۰} = ۰/۰۸ \Rightarrow ۰/۰۸ \times ۱۰۰ = ۸\%$$

ردیف	درآمد سرپرست خانوار (هزار تومان)	تعداد اعضای خانواده	سهم هر عضو خانواده از درآمد سرپرست
۱	۹۰۰	۳	$\frac{۹۰۰}{۳} = ۳۰۰$ هزار تومان
۲	۱۰۰۰	۲	$\frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰$ هزار تومان
۳	۴۰۰	۱	$\frac{۴۰۰}{۱} = ۴۰۰$ هزار تومان
۴	۴۸۰۰	۶	$\frac{۴۸۰۰}{۶} = ۸۰۰$ هزار تومان
۵	۱۸۰۰	۴	$\frac{۱۸۰۰}{۴} = ۴۵۰$ هزار تومان

$$\bar{x} = \frac{(۳ \times ۳۰۰) + (۲ \times ۵۰۰) + (۱ \times ۴۰۰) + (۶ \times ۸۰۰) + (۴ \times ۴۵۰)}{۳ + ۲ + ۱ + ۶ + ۴}$$

$$= \frac{۸۹۰۰}{۱۶} = ۵۵۶/۲۵ \text{ هزار تومان}$$

روش اول: نصف میانگین

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{نصف میانگین}}{۲} = \frac{۵۵۶/۲۵}{۲} = ۲۷۸/۱ \text{ (هزار تومان)}$$

پس هیچ کدام از خانواده‌ها زیر خط فقر نیستند.

روش دوم: نصف میانه

۳۰۰, ۳۰۰, ۳۰۰, ۴۰۰, ۴۵۰, ۴۵۰, ۴۵۰, ۴۵۰, ۵۰۰, ۵۰۰, ۸۰۰, ۸۰۰, ۸۰۰, ۸۰۰, ۸۰۰, ۸۰۰

$$\text{میانه} = \frac{۴۵۰ + ۵۰۰}{۲} = \frac{۹۵۰}{۲} = ۴۷۵$$

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{۲} = \frac{۴۷۵}{۲} = ۲۳۷/۵ \text{ (هزار تومان)}$$

در این روش نیز تمام خانوارها بالای خط فقر هستند و به هیچ کدام یارانه تعلق نمی‌گیرد.

$$= \frac{(\text{شاخص بهای خودرو در سال } ۹۵) - (\text{شاخص بهای خودرو در سال } ۹۰)}{\text{شاخص بهای خودرو در سال } ۹۰} \times ۱۰۰ = \text{تورم}$$

$$= \frac{۱۰۰ - ۷۰}{۷۰} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰}{۷۰} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰۰}{۷} \simeq ۴۲/۹ \text{ درصد تورم}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰ = \frac{۶۰۰۰}{۲۱۰۰۰ + ۶۰۰۰} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۶۰۰۰}{۲۷۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۲/۲\%$$

$$\text{نرخ بیکاری جدید} = ۱ \Rightarrow \frac{۶۰۰۰ - x}{۲۷۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۱$$

$$\frac{۶۰۰۰ - x}{۲۷۰} = ۱ \Rightarrow ۶۰۰۰ - x = ۲۷۰$$

$$\Rightarrow -x = ۲۷۰ - ۶۰۰۰ \Rightarrow -x = -۵۷۳۰ \Rightarrow x = ۵۷۳۰$$

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانگین درآمدها}}{۲} = \frac{۲۸۰۰۰۰۰}{۲} = ۱۴۰۰۰۰۰ \text{ تومان}$$

این عدد برای خانواده ۴ نفری است، پس آن را بر ۴ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{خط فقر برای هر نفر} = \frac{۱۴۰۰۰۰۰}{۴} = ۳۵۰۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

$$\text{سهام هر فرد برای خانواده ۵ نفری} = \frac{۱۵۰۰۰۰۰}{۵} = ۳۰۰۰۰۰ \text{ (تومان)}$$

بله زیر خط فقر قرار دارند.

پس باید به هر عضو خانواده حداقل ۵۰۰۰۰ تومان اضافه شود تا از خط فقر خارج شوند. پس درآمد ماهیانه آن‌ها باید حداقل ۲۵۰۰۰۰ تومان زیاد شود تا از خط فقر خارج شوند.

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ = \frac{x}{۳۰} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۶۰۰ = ۱۰۰x \Rightarrow x = \frac{۶۰۰}{۱۰۰} = ۶ \text{ (میلیون نفر)}$$

$$\Rightarrow \text{شاغلین} + ۶ = ۳۰ \Rightarrow \text{شاغلین} + \text{بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{(میلیون نفر)} = ۳۰ - ۶ = ۲۴$$

$$BMI = \frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}}$$

$$BMI = \frac{۸۰}{(۱/۷)^۲}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۸۰}{۲/۸۹} \simeq ۲۷/۷$$

خط فقر بین‌المللی به ازای هر نفر روزی ۴۰۰۰ تومان است (۱/۲۵ دلار) و در ایران روزانه ۱۸۰۰۰ تومان.

۱۱۹

بهرتر از روش نصف میانه استفاده کنیم تا خط فقر واقعی‌تر باشد.

۱۲۰

روش نصف میانۀ درآمدها و روش نصف میانگین درآمدها

۱۲۱

$$\bar{x} = \frac{۱۷ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۷ + ۱۰}{۵} = \frac{۷۰}{۵} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^۲}{n} = \frac{۲(۱۷ - ۱۴)^۲ + (۱۲ - ۱۴)^۲ + (۱۴ - ۱۴)^۲ + (۱۰ - ۱۴)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۸ + ۴ + ۰ + ۱۶}{۵} = \frac{۳۸}{۵} = ۷/۶$$

۱۲۲

بیشترین قیمت برابر با ۱۶ هزار تومان و کمترین قیمت برابر ۲ هزار تومان است، لذا اختلاف آن‌ها ۱۴ هزار تومان است.

۱۲۳ الف

دوره تناوب نمودار ۲۵ سال است. حال اگر عدد ۱۳۲۰ را با عدد ۲۵ جمع کنیم به سال ۱۳۴۵ می‌رسیم که در نمودار وجود دارد و قیمت در آن برابر ۱۶ هزار تومان است، پس قیمت در سال ۱۳۲۰ هم ۱۶ هزار تومان است.

ب

سال ۱۴۰۰ در نمودار دیده نمی‌شود، ولی اگر عدد ۲۵ را از آن کم کنیم به سال ۱۳۷۵ می‌رسیم که در نمودار وجود دارد و قیمت در آن ۲ هزار تومان است. پس قیمت در سال ۱۴۰۰ هم ۲ هزار تومان خواهد بود.

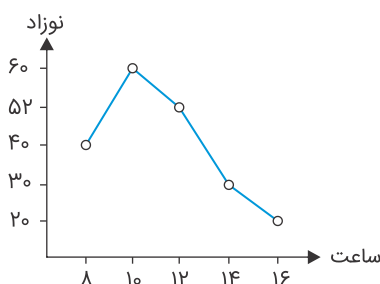
پ

$$A(۸, ۴۰), B(۱۰, ۶۰) \Rightarrow m = \frac{۶۰ - ۴۰}{۱۰ - ۸} = ۱۰$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - ۶۰ = ۱۰(x - ۱۰) \Rightarrow y = ۱۰x - ۴۰$$

$$y = ۱۰(۹) - ۴۰ = ۵۰$$

۱۲۴

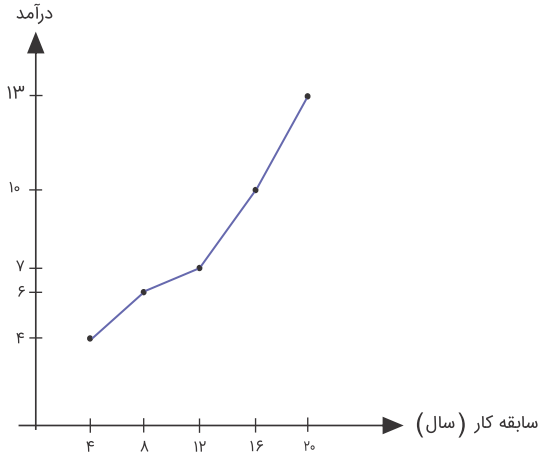


دو نقطه $A \begin{vmatrix} ۸ \\ ۶ \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} ۱۱ \\ ۱ \end{vmatrix}$ را در نظر می‌گیریم، سپس معادله خط آن را می‌نویسیم.

$$m = \frac{۶ - ۱}{۸ - ۱۱} = \frac{۵}{-۳}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - ۱ = -\frac{۵}{۳}(x - ۱۱)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{۵}{۳}x + \frac{۵۵}{۳} + ۱ \Rightarrow y = -\frac{۵}{۳}x + \frac{۵۸}{۳}$$



دو نقطه $A \begin{vmatrix} ۱۶ \\ ۱۰ \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} ۲۰ \\ ۱۳ \end{vmatrix}$ را در نظر می‌گیریم:

$$m = \frac{۱۳ - ۱۰}{۲۰ - ۱۶} = \frac{۳}{۴}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - ۱۰ = \frac{۳}{۴}(x - ۱۶)$$

$$\xrightarrow{x=۱۸} y - ۱۰ = \frac{۳}{۴}(۲) \Rightarrow y = \frac{۳}{۲} + ۱۰ = \frac{۲۳}{۲}$$

$$\Rightarrow y = ۱۱/۵ \text{ میلیون}$$

برای برون‌یابی یک بار میانگین سابقه و یک بار میانگین درآمد را به دست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{4 + 8 + 12 + 16 + 20}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\bar{y} = \frac{4 + 6 + 7 + 10 + 13}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

حال نقطه $A \left(\begin{matrix} 12 \\ 8 \end{matrix} \right)$ را با نزدیک‌ترین نقطه $B \left(\begin{matrix} 20 \\ 13 \end{matrix} \right)$ در نظر می‌گیریم و معادله خط این دو نقطه را می‌نویسیم.

$$m = \frac{13 - 8}{20 - 12} = \frac{5}{8}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 8 = \frac{5}{8}(x - 12)$$

$$\xrightarrow{x=22} y - 8 = \frac{5}{8}(22 - 12) \Rightarrow y = \frac{50}{8} + 8$$

$$y = \frac{25}{4} + \frac{32}{4} = \frac{57}{4} \simeq 14.25 \text{ میلیون}$$

دو نقطه $A \left(\begin{matrix} 1 \\ 10/5 \end{matrix} \right)$ و $B \left(\begin{matrix} 4 \\ 37/5 \end{matrix} \right)$ را در نظر می‌گیریم. معادله خطی که از این دو نقطه می‌گذرد را به دست می‌آوریم.

$$m = \frac{37/5 - 10/5}{4 - 1} = \frac{27}{3} = 9$$

$$y - 10/5 = 9(x - 1) \Rightarrow y = 9x - 9 + 10/5$$

$$y = 9x + 1/5 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x=2} y = 18 + 1/5 = 19/5 \\ \xrightarrow{x=3} y = 27 + 1/5 = 28/5 \end{cases}$$

پس در سال سوم درآمد $28/5$ می‌باشد.

میانگین ماه و میانگین قیمت را به دست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{3 + 20 + 16 + 14 + 7}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

حال دو نقطه $A \left(\begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix} \right)$ و $B \left(\begin{matrix} 3 \\ 12 \end{matrix} \right)$ را در نظر می‌گیریم و معادله خط آن را بنویسیم.

$$m = \frac{12 - 7}{3 - 5} = \frac{5}{-2} \Rightarrow y - 7 = -\frac{5}{2}(x - 5)$$

$$\xrightarrow{x=6} y - 7 = -\frac{5}{2}(1) \Rightarrow -\frac{5}{2} + 7 = \frac{9}{2}$$

چون ساعت ۱۱ بین ساعت‌های ۱۰ و ۱۲ می‌باشد، پس دو نقطه $B(10, 0)$ و $C(12, 360)$ را در نظر می‌گیریم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{360 - 0}{12 - 10} = \frac{360}{2} = 180$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 180(x - 10)$$

$$\Rightarrow y = 180x - 1800$$

$$\xrightarrow{x=11} y = 180(11) - 1800 = 1980 - 1800 \Rightarrow y = 180$$

تعداد مشتریان ساعت ۱۱ صبح

مقدار تخمین زده شده - مقدار واقعی: $e =$ خطا

$$\Rightarrow e = |270 - 180| = 90$$

همیشه وقتی نقطه خواسته شده و دو نقطه دو طرف آن روی یک خط راست واقع باشند، درون‌یابی خط نخواهد داشت. پس شکل (آ) برای این کار مناسب‌تر است و شکل‌های (ب) و (پ) همواره مقداری خطا خواهند داشت. دقت کنید که در شکل (ب) نقاط A, B, C روی یک خط راست واقع نیستند پس درون‌یابی در A حتماً خطا دارد.

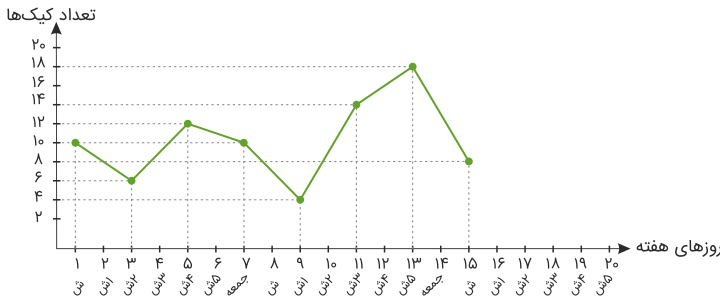
بیشترین قیمت برابر ۲۰۰ تومان است و مربوط به سال‌های ۶۲ و ۶۸ است و کمترین قیمت برابر ۱۰۰ تومان است که مربوط به سال‌های ۶۴ و ۷۰ می‌باشد.

دوره تناوب ۶ سال است، چون نمودار هر ۶ سال عیناً تکرار شده است.

سال ۷۸ در نمودار دیده نمی‌شود ولی اگر ۶ تا از آن کم کنیم به سال ۷۲ می‌رسیم که قیمت در آن ۱۲۰ تومان است، پس در سال ۷۸ هم قیمت ۱۲۰ تومان می‌باشد. ۵۶ هم در نمودار دیده نمی‌شود ولی اگر ۶ تا به آن اضافه کنیم به سال ۶۲ می‌رسیم که قیمت در آن ۲۰۰ تومان است، پس قیمت در سال ۵۶ هم ۲۰۰ تومان بوده است. توجه دارید که به این علت عدد ۶ را می‌توانیم به سال‌های داده شده اضافه کنیم یا آن را از سال‌های داده شده کم کنیم چون دوره تناوب نمودار ۶ سال است.

اگر پدیده مورد نظر در گذر زمان به صورت یکنواخت اتفاق بیفتد (یعنی نمودار آن به صورت خطی باشد) به کمک سری زمانی بهتر و دقیق‌تر می‌توان آن را برون‌یابی کرد. مثلاً در مورد (آ) نمی‌توان گفت مثلاً هر ۲ سال یک بار یک داروی جدید کشف می‌شود یا در مورد (پ) نمی‌توان با قاطعیت گفت تاجری با صرف مثلاً هر یک ساعت برای بازاریابی ۵ مشتری پیدا می‌کند و همین‌طور در مورد قسمت (ت) نمی‌توانیم بگوییم با هر یک ساعت درس خواندن رتبه کنکور ۵۰ رتبه بهتر می‌شود. اما در قسمت (ب) می‌توان گفت چون حرکت روی تردمیل با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است، پس رابطه آن با مقدار کالری سوزانده شده خطی است؛ مثلاً در هر دقیقه ۱۰ کالری سوزانده می‌شود.

برای رسم بهتر این نمودار روزهای هفته از شنبه تا جمعه برای سه هفته را به ترتیب از ۱ تا ۲۱ نام‌گذاری می‌کنیم؛ یعنی شنبه (۱) و یکشنبه (۲) و



$$A(3, 6), B(5, 12) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12 - 6}{5 - 3} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = 3(x - 3) \Rightarrow y - 6 = 3x - 9$$

$$\Rightarrow y = 3x - 3 \xrightarrow{x=4} y = 3(4) - 3 = 9$$

$$\text{میانگین روزها} = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15}{8} = 8$$

$$\text{میانگین تعداد کیک‌ها} = \frac{10 + 6 + 12 + 10 + 4 + 14 + 18 + 8}{8} = \frac{82}{8} \simeq 10$$

$$\Rightarrow A(8, 10) \text{ نقطه میانگین}$$

در جدول نزدیک‌ترین زمان به ۵ شنبه هفته سوم، شنبه می‌باشد که نقطه مربوط به آن $B(15, 8)$ است. لذا:

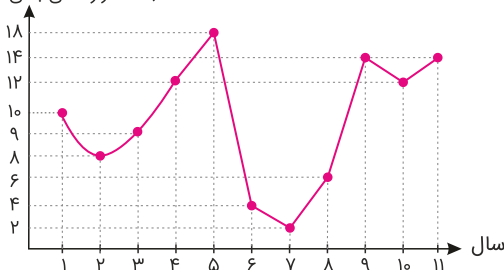
$$(A(8, 10), B(15, 8)) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 10}{15 - 8} = \frac{-2}{7}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 10 = -\frac{2}{7}(x - 8)$$

$$\xrightarrow{x=20} y - 10 = -\frac{2}{7}(20 - 8) \Rightarrow y = -\frac{24}{7} + 10 = \frac{46}{7} \simeq 6/6$$

$$e = |\text{مقدار تخمین زده شده} - \text{مقدار واقعی}| = |13 - 9| = 4$$

(تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر)



$$\text{میانگین سال‌ها} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11}{11} = 6$$

میانگین تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر برابر است با:

$$\frac{10+8+9+12+18+4+2+6+14+12+14}{11} = \frac{109}{11} \simeq 10$$

$\Rightarrow A(6, 10)$ نقطه میانگین

$$(A(6, 10), B(11, 14)) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{14 - 10}{11 - 6} = \frac{4}{5}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 10 = \frac{4}{5}(x - 6)$$

$$\xrightarrow{x=12} y - 10 = \frac{4}{5}(12 - 6)$$

$$\Rightarrow y - 10 = \frac{4}{5} \times 6 \Rightarrow y = \frac{24}{5} + 10 = \frac{74}{5} \simeq 15$$

$$e = |\text{مقدار تخمینی} - \text{مقدار واقعی}| = |16 - 15| = 1$$

پاسخ سؤالات ۱۳۵ تا ۱۳۸

۱۳۵

نادرست، زیرا رابطه بین سن افراد و حافظه آنها رابطه خطی نیست، پس درونیابی و برون‌یابی آنها همواره با خطا روبه‌رو خواهد بود.

۱۳۶

نادرست است، زیرا

$$e = |\text{مقدار تخمینی} - \text{مقدار واقعی}|$$

۱۳۷

درست است در نمودار متناوب اطلاعات در فواصل زمانی مشخص تکرار می‌شوند.

۱۳۸

نادرست است زیرا فقط در نمودار سری زمانی به شکل خط راست، برون‌یابی و درونیابی خطا ندارد.

۱۳۹

الف

معادله خطی که از دو نقطه $(1, 60)$ و $(3, 44)$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{44 - 60}{3 - 1} = \frac{-16}{2} = -8$$

$$y - 60 = -8(x - 1)$$

$$x = 2 : y - 60 = -8(2 - 1) = -8 \Rightarrow y = 52$$

تذکر: چون از معادله خطی بین دو نقطه استفاده کردیم، می‌توانستیم از میانگین ۴۴ و ۶۰ برای به دست آوردن تعداد متولدین اردیبهشت استفاده کنیم.

ب معادله خطی که از دو نقطه (۴, ۵۳) و (۷, ۶۸) می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{68 - 53}{7 - 4} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\Rightarrow y - 68 = 5(x - 7)$$

$$x = 6 : y - 68 = 5(6 - 7) \Rightarrow y = -5 + 68 = 63$$

متولدین شهریور ۶۳ نفر هستند.

$$m = \frac{70 - 62}{11 - 9} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y - 62 = 4(x - 9)$$

$$x = 10 : y - 62 = 4(10 - 9) \Rightarrow y = 62 + 4 = 66$$

$$x = 6 : y - 62 = 4(6 - 9) \Rightarrow y = 62 - 12 = 50$$

الف ۱۴۰ برای اینکه تعداد بلیط فروخته شده پنجشنبه را به دست آوریم باید از درون‌یابی خطی چهارشنبه و جمعه استفاده کنیم. به روزهای هفته اعدادی از ۱ تا ۷ نسبت می‌دهیم، داریم:

$$(5, 180), (7, 210)$$

$$m = \frac{210 - 180}{7 - 5} = \frac{30}{2} = 15$$

$$y - 180 = 15(x - 5) \Rightarrow y = 15x + 105$$

$$x = 6 : y = 15 \times 6 + 105 = 195$$

ب خطای درون‌یابی پنجشنبه برابر است با قدر مطلق اختلاف مقدار واقعی و مقدار تقریبی:

$$x = 6 : |y - 195| = |231 - 195| = 36$$

پاسخ سؤال ۱۴۱

۱۴۱ درست

$$A(3, 21) \quad B(5, 25)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 21 = 2(x - 3)$$

$$y = 2x + 15 \xrightarrow{x=6} y = 23 \text{ گل}$$

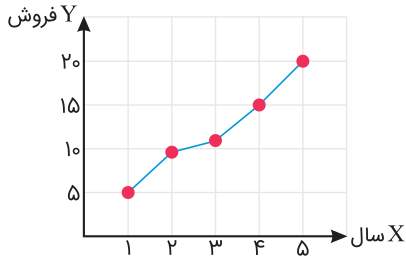
۱۴۳

$$(9, 350), (11, 750)$$

$$m = \frac{750 - 350}{11 - 9} = \frac{400}{2} = 200$$

$$y - 350 = 200(x - 9) \Rightarrow y = 200x - 1450 \xrightarrow{x=10} y = 2000 - 1450 = 550$$

$$\text{خطای درون یابی} = |550 - 450| = 100$$



$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = 3, \quad \bar{y} = \frac{6 + 9 + 11 + 15 + 19}{5} = 12$$

$$(3, 12), (5, 19) \quad m = \frac{19 - 12}{5 - 3} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$y - 12 = 3.5(x - 3) \Rightarrow y = 3.5x - 10.5 + 12 \Rightarrow y = 3.5x + 1.5$$

$$y = 3.5(7) + 1.5 = 26 \text{ فروش در سال هفتم}$$

پاسخ سؤال ۱۴۵

۱۴۵
نادرست