

بچه‌ی نوتروفیلی من ، سلام 🍷

به رسم همیشه که توی این مسیر کنارت بودیم ، این بار هم یک مجموعه سوال برای شب امتحانات آماده کردیم که با کار کردنشون تسلط رو افزایش بدی و به امید خدا بری واسه نمره‌ی ۲۰ 🍷 جان دلم نترسی از سختی امتحانات اگه به کتاب درسی کاملا مسلط باشی و این مجموعه سوال رو هم به عنوان مکمل حل کنی مطمئن باش نمره‌ت بهتر از چیزی که فکرش رو کنی میشه 🍷 یادت باشه امتحانات نهایی رو جدی رو بگیری چون با نمره‌ی خوب این امتحانات کار کنکور رو خیلی آسون میکنی

یه حرف دلی هم دارم با بچه‌هایی که کمی دیرتر شروع کردن ... مبادا خودت رو ببازی بچه‌ی من امید دارم بهت و میدونم اگه خوب بخونی قطعا میتونی نمره‌ی عالی بگیری پس پرقدردت بریم واسه ترکوندن اولین امتحان 🍷 یادت نره این فایل رو برای اون دوستت که بهش احتیاج داره بفرستی و جزئی از این زنجیره‌ی عشق و مهربونی باشی 🍷

پ:ن: مرسی که با وجود درگیری‌های ذهنی و عدم تمرکزی که ماجرای کارت ورود به جلسه براتون به همراه داشت ، همچنان قوی موندی و ادامه میدی 🍷 به امید روزی که اینجا به عنوان همکار کنار خانواده‌ی بزرگ نوتروفیل باشی



دوست همیشگی تو ، نوتروفیل



روش مطالعه :

قبل از هر چیزی یادت باشه از ریاضی نترسی !
ریاضی نهایی نسبت به کنکور خیلی ساده تره و اگه خوب بخونی میتونی ازش نمره ی خوب بگیری .
بهترین روش برای خوندن درس ریاضی اینه اول بری سراغ یه درسنامه ی خلاصه و در عین حال کامل .
بعد تمام تمارین کتاب درسی رو مسلط بشی . حالا وقتشه بری سراغ یه مجموعه نمونه سوال خفن که همه ی تیپ سوالات رو پوشش بده و با حل کردن نمونه سوال کاملا به مطلب مسلط بشی .
مرور فرمول ها و نکات مهم هم یادت نره

سوالات مربوط به هر فصل از این شماره ها شروع میشه

فصل ۱ : ۱

فصل ۲ : ۲۲

فصل ۳ : ۴۶

فصل ۴ : ۶۹

فصل ۵ : ۱۰۰

فصل ۶ و ۷ : ۱۴۰



بارم بندی ریاضی دهم (مشترک ریاضی و تجربی)

نوبت دوم شهریور و دی ماه		نوبت اول	
۲	۲	۵	فصل ۱
۲	۲	۵	فصل ۲
۲/۵	۲/۵	۵	فصل ۳
۳/۵	۳/۵	۵	فصل ۴
۳/۵	۳/۵		فصل ۵
۳	۳		فصل ۶
۳/۵	۳/۵		فصل ۷





ریاضی دهم (مشترک)

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱ اگر $A \subseteq B$ و A نامتناهی باشد، B هم حتماً نامتناهی است.

۲ $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$ مجموعه‌ای متناهی است.

۳ در بازه $[-2, \sqrt{5})$ چهار عدد صحیح وجود دارد.

۴ اگر $B' \subseteq A'$ باشد آن‌گاه $(A - B) \cap (A - C) = \emptyset$

در جای خالی عدد یا عبارت مناسب را بنویسید.

۵ واسطه هندسی بین دو عدد $\sqrt{15} - 8$ و $\sqrt{15} + 8$ برابر است با

۶ جمله عمومی دنباله هندسی $\dots, \frac{1}{5}, 1, 5$ به صورت می‌باشد.

۷ در دنباله $\dots, 10, 4, -2$ جمله عمومی را بنویسید.

جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.

۸ تعداد جملات دنباله حسابی $95, \dots, 8, 5, 2$ برابر است با

۹ در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر آن‌ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده‌اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:

الف دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

ب فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.

پ دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

ت از هیچ‌یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.

۱۰ در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آن‌ها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:

الف تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرود هستند.

ب تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.

۱۱ سه عدد بین ۱۰ و ۱۸ چنان قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

۱۲ باتوجه به دنباله‌های $a_n = 2^{2n+1}$ ، $b_n = \frac{15}{n+1}$ و $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ حاصل عبارت $a_1 - b_4 + c_2$ را به دست آورید.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (برای هر مورد، دلیل کوتاه بنویسید.)

۱۳ فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند و $n(U) = 17$ ، $n(A) = 12$ ، $n(B) = 4$ و $n(A \cap B) = 2$ باشند. در این صورت $n(A' \cap B')$ برابر با است.

۱۴ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq 2x - 1 < 7\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ و $C = [0, +\infty)$ آن‌گاه حاصل مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید و روی محور نشان دهید.

الف $C - B$

ب A'

۱۵ بین دو عدد $\frac{32}{3}$ و 81 چهار واسطه هندسی درج شده است. آن‌ها را مشخص کنید.

۱۶ جمله عمومی الگوی زیر را بنویسید.



۱۷ در کلاسی ۳۷ دانش آموز وجود دارد که ۵ نفر نه دوستدار موسیقی و نه دوستدار ورزش‌اند، ۲۲ نفر دوستدار موسیقی و ۱۷ نفر دوستدار ورزش هستند. اگر ۷ نفر از دوستداران موسیقی کم شود که ۳ نفر آن‌ها از افراد مشترک باشد و دوستداران ورزش تغییر نکند، چند نفر حداقل به یک زمینه علاقه دارند؟

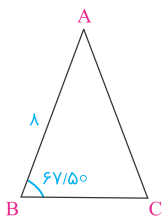
۱۸ مجموع سه عدد که تشکیل دنباله حسابی می‌دهند ۲۱ و مجموع مربعات آن‌ها ۲۱۹ است. سه عدد را بیابید.

۱۹ مجموع ۵ جمله اول دنباله حسابی ۲۵ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۷۵ است. دنباله را مشخص کنید.

۲۰ در یک دنباله حسابی، $a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 25$ و $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + a_{14} = 27/5$ است. جمله اول این دنباله را بیابید.

۲۱ قرار است در پایان یک دوره مسابقات فوتبال ساحلی تیم‌های اول تا پنجم مورد تقدیر قرار گیرند. به همین جهت تعداد ۶۰ سکه بهار آزادی در اختیار مسئول برگزاری مسابقات قرار گرفته است. این سکه‌ها را چطور می‌توان بین این پنج تیم تقسیم کرد به طوری که سهم هر تیم منتخب از سکه‌ها تشکیل دنباله حسابی دهند و مجموع سکه‌های دریافتی سه تیم اول معادل دو تیم آخر باشد؟

۲۲ مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC را به دست آورید. ($AB = AC$)



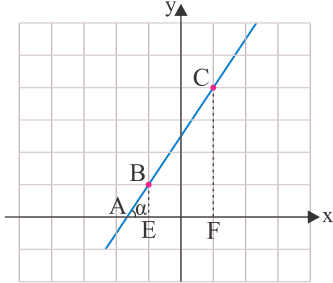
درستی یا نادرستی جمله‌های داده شده را مشخص کنید.

۲۳ مقدار $\tan 70^\circ$ از $\tan 30^\circ$ بیشتر است.

۲۴ زاویه $270^\circ -$ در ناحیه سوم مثلثاتی قرار دارد.

۲۵ $\sin 50^\circ = 2 \sin 25^\circ$

نمودار خط $2y - 3x = 5$ در شکل زیر رسم شده است، دو نقطه B و C روی این خط را در نظر می‌گیریم و خطی از آنها به محور xها عمود می‌کنیم. پای عمودها را به ترتیب E و F می‌نامیم.

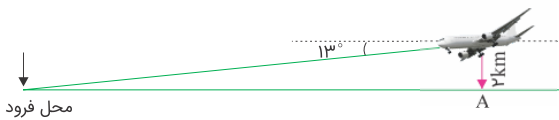


۲۶ تانژانت زاویه α را به دست آورید.

۲۷ شیب این خط را پیدا کنید.

۲۸ یک هواپیما در ارتفاع ۲km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق حدود 13° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطه A فرود می‌آید.

$\tan 13^\circ \simeq 0.23$



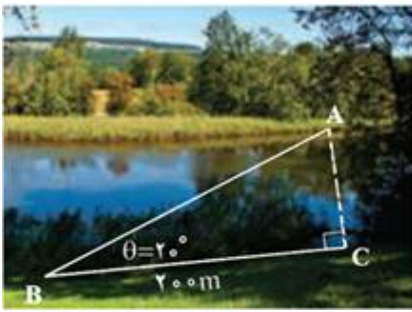
جاهای خالی را پر کنید:

۲۹ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \dots$

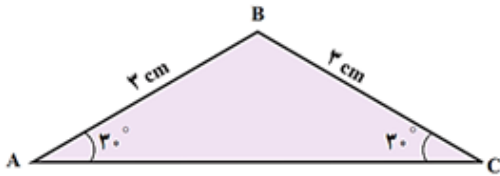
۳۰ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \dots = \dots \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \dots$

۳۱ اگر زاویه θ در ربع دوم مثلثاتی باشد و $\sin \theta = \frac{5}{7}$ ، سایر نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.

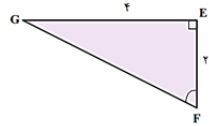
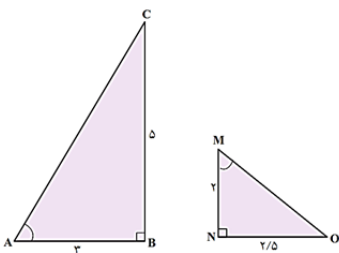
۳۲ شخصی می‌خواهد عرض یک رودخانه را اندازه‌گیری کند. او ابتدا مطابق شکل، نقطه‌ای چون C و سپس نقطه‌ای مانند A را در امتداد C و در طرف دیگر رودخانه مشخص می‌کند و به اندازه ۲۰۰ متر از C به صورت افقی در امتداد رودخانه حرکت می‌کند تا به نقطه B برسد. اگر زاویه دید این شخص (از نقطه B به نقطه A)، 20° باشد و $\sin 20^\circ \simeq 0.34$ ، او چگونه می‌تواند عرض رودخانه را محاسبه کند؟ (پاسخ خود را تا دو رقم اعشار برحسب متر بنویسید)



۳۳ مساحت مثلث $\triangle ABC$ را پیدا کنید.



۳۴ در هریک از شکل‌های زیر، جاهای خالی را کامل کنید.



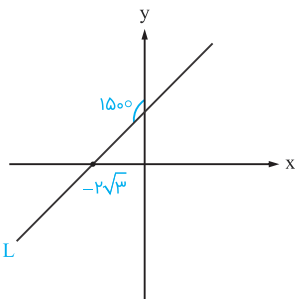
$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{3}$$

$$\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\cot M = \frac{MN}{NO} = \frac{2}{5} \quad \tan F = \frac{EF}{GF} = \frac{4}{3}$$

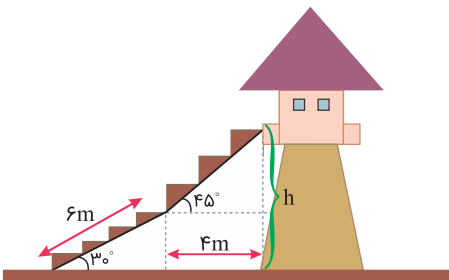
$$\tan M = \frac{NO}{MN} = \frac{5}{2} \quad \cot F = \frac{GF}{EF} = \frac{3}{4}$$

۳۵ باتوجه به شکل داده‌شده، معادله خط L را بنویسید.



۳۶ اگر α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{-1}{3}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ و $\cos \alpha$ را بیابید.

۳۷ برای رسیدن به اتاقک یک برج نگهبانی باید از دو پلکان شکل زیر عبور کرد. ارتفاع سطح برج نگهبانی از سطح زمین (h) چقدر است؟

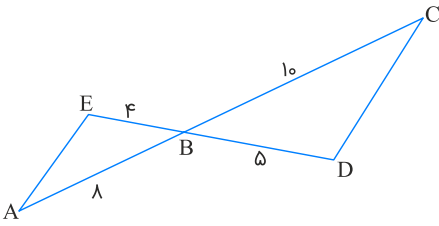


۳۸ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

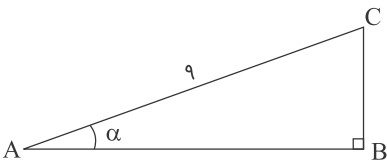
$$3 \sin 30^\circ + 4\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{3} \tan 60^\circ =$$

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$$

۴۰ در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث $\triangle ABE$ به مساحت مثلث $\triangle BCD$ چقدر است؟

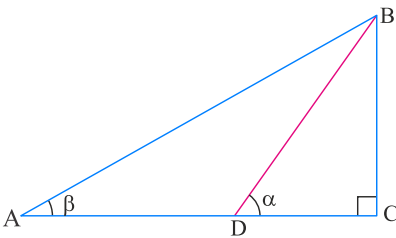


۴۱ در شکل زیر طول اضلاع مثلث ABC را به دست آورید.



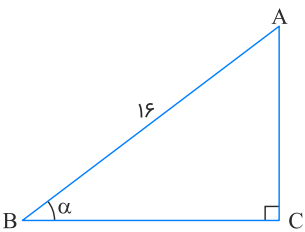
$$\sin \alpha = \frac{1}{3}$$

۴۲ در شکل زیر اگر $\tan \alpha = 2/4$ و $\tan \beta = 1$ باشد، مقدار $\frac{CD}{AD}$ را به دست آورید.



۴۳ اگر $a = \frac{1 - \sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^6 x + \cos^6 x}$ ، عبارت $\tan^2 x + \cot^2 x$ را برحسب a بنویسید.

۴۴ در شکل زیر، اندازه وتر برابر ۱۶ و محیط مثلث برابر ۳۵ است. حاصل تقریبی $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ را به دست آورید.



۴۵ درستی رابطه مثلثاتی زیر را بررسی کنید.

$$(\tan x + \cot x)^2 - \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) = 0$$

حاصل عبارتهای داده شده را به کمک اتحادها به دست آورید؟

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)(x^2 + 16)$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

۴۸ ریشه‌های ششم عدد ۶۴ برابر و می‌باشد.

۴۹ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر ۲ است.

با استفاده از اتحادها، حاصل ضربهای زیر را به دست آورید.

$$16 \times 14$$

۵۰

$$105^2$$

۵۱

$$1007^2$$

۵۲

$$99^2$$

۵۳

۵۴ با استفاده از اتحادها جاهای خالی را پر کنید.

$$(2x - 1)(\dots + \dots + \dots) = 8x^3 - 1$$

۵۵ عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + x} \times \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 1}$$

الف

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} \times \frac{x + 1}{x^2 + x}$$

ب

صورت و مخرج هر کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید.

$$\frac{x^6 + 1}{x^6 + 2x^2 + 1}$$

۵۶

$$\frac{x^3 - 1}{(x - 1)^3}$$

۵۷

$$\frac{x^y + 1}{x^y - 1}$$

$$\frac{y^y - y}{y^y + y^y + y}$$

$$\frac{y^{\Delta} - y^{\omega} - 12y}{8y^y + 16y}$$

اگر $0 < a < 1$ باشد آنگاه یکی از علامت‌های ($<$) یا ($>$) را در جای خالی قرار دهید.

$$a^y \boxed{} a^z$$

$$\sqrt{a} \boxed{} \sqrt[3]{a}$$

مقدار b را از تساوی $b = \sqrt{2} \sqrt[3]{2}^b = (0/125)^b$ به دست آورید.

معادله زیر را حل کرده و مقدار x را به دست آورید. ($x > 0$)

$$x^{\frac{1}{5}} \times \sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \sqrt[5]{2\sqrt[3]{4}}$$

اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}$ را بیابید.

اگر $x^2 + y^2 = 1$ ثابت کنید: $3(x^6 + y^6) - 2(x^8 + y^8) = 1$

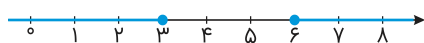
اگر $\frac{\sqrt[3]{-8a} \times \sqrt[4]{4}}{\sqrt{32}} = \left(-\frac{1}{64}\right)^3$ باشد، مقدار a را محاسبه کنید.

اگر $a + b = 16$ و $a^3 - b^3 = 12(a^2 + b^2 + ab)$ حاصل $\frac{ab}{a+2b}$ را محاسبه کنید.

حاصل عبارت $(10 + 4\sqrt{6})^{\frac{2}{3}} + (10 - 4\sqrt{6})^{\frac{2}{3}}$ را محاسبه کنید.

طول مستطیلی ۲ برابر عرض آن است. اگر مساحت 800m^2 باشد، طول و عرض مستطیل را بیابید.

یک نامعادله قدر مطلق بنویسید که مجموعه جواب آن $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ باشد.



معادله‌های زیر را حل کنید.

$$x^2 - 6x = 0 \quad (\text{حل به روش تجزیه})$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad (\text{حل به روش فرمول کلی})$$

$$\text{معادله } x^2 - 6x - 7 = 0 \text{ را به روش تبدیل به مربع کامل حل کنید. (مراحل را بنویسید.)}$$

معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

الف

$$\text{روش ریشه‌گیری} \quad (2x - 1)^2 = 49$$

روش مربع کامل $2x^2 = 1 - 6x$

معادله $9x^2 - 8x - 1 = 0$ را با روش کلی حل کنید.

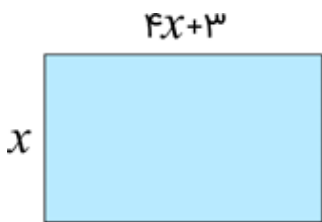
نمودار خط $y = -2x + 6$ را رسم کنید و جدول زیر که علامت y را برای x های مختلف تعیین می‌کند، کامل کنید.

x	$x < \dots$	\dots	$x > \dots$
$y = -2x + 6$	o

چه رابطه‌ای بین علامت عددی که ضریب x است و علامت y ، وجود دارد؟

اگر چندجمله‌ای درجه دوم $P(x)$ برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، مثبت باشد، a و Δ چه علامتی دارند؟ برای وقتی که $P(x)$ منفی است، نیز علامت a و Δ را تعیین کنید.

طول یک مستطیل ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۴۵ سانتی‌متر مربع باشد، ابعاد این مستطیل را مشخص کنید.



اگر $x^2 = a$ یک معادله درجه دوم باشد که در آن a یک عدد حقیقی است، آیا همیشه می‌توان جواب‌های آن را به صورت $x = \pm\sqrt{a}$ نوشت؟ توضیح دهید.

معادله (الف) را به روش مربع کامل و معادله (ب) را با روش کلی حل کنید.

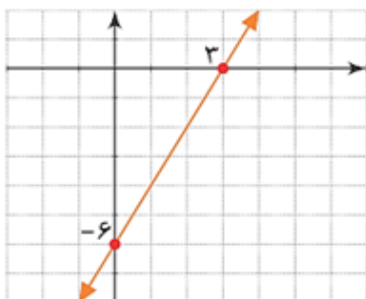
الف) $2x^2 + 8x - 5 = 0$

ب) $9x^2 - 8x - 1 = 0$

اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله $x^2 - x - 5 = 0$ باشند، مقدار عبارت $(x_1^2 - x_1 - 2)(x_2^2 - x_2 + 3)$ را بیابید.

معادله درجه دومی بنویسید که $x = 3$ و $x = -5$ جواب‌های آن باشد.

نمودار خط $y = 2x - 6$ در شکل زیر رسم شده است. با استفاده از آن، علامت y را در جدول زیر بنویسید.



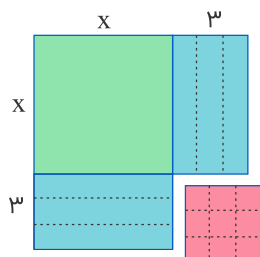
x	$x < 3$	3	$x > 3$
$y = 2x - 6$	o

علامت عددی که ضریب x است، چه تفاوتی در جدول تعیین علامت این خط ایجاد کرده است؟

اگر a یک عدد حقیقی باشد، به دو جمله‌ای $x^2 + ax$ چه جمله‌ای باید اضافه شود تا به شکل مربع کامل درآید؟ جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

$$x^2 + ax + \dots = (x + \dots)^2$$

اعدادی که در جای خالی نوشته‌اید، چه ارتباطی با شکل زیر دارند؟

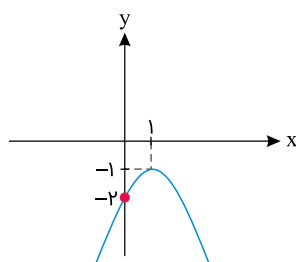


چندجمله‌ای $y = -x^2 + x + 2$ را با محاسبه ریشه‌ها، در یک جدول تعیین علامت کنید؛ سپس با رسم آن، صحت علامت‌های به‌دست‌آمده در جدول را با نمودار، بررسی کنید.

جواب‌های معادله $(x - 3)(2x + 1) = 0$ را بیابید.

نمودار سهمی $y = x^2 + 4x$ را رسم کنید.

معادله سهمی زیر را بنویسید.



در یک کلاس همه دانش‌آموزان به یکدیگر پیامک می‌فرستند اگر در کل ۶۰۰ پیامک ارسال شده باشد. هر دانش‌آموز چند پیامک ارسال کرده است؟

یکی از جواب‌های معادله $7x^2 + ax + 12 = 0$ برابر -4 است. جواب دیگر معادله را بیابید.

اگر $x = -2$ یکی از جواب‌های معادله $(2m + 1)x^2 + 7x + 2m = 0$ باشد، جواب دیگر را بیابید.

معادلات درجه دوم زیر را به روش خواسته شده حل کنید و جواب‌ها را بیابید.

(روش کلی (دلته)) $-x^2 + 10x - 25 = 0$

(ریشه‌گیری) $(x - 1)^2 = 64$

اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۶۰ شود، سن هرکدام چقدر است؟

معادله $x^2 - 3x + 2m + 1 = 0$ به ازای چه مقدار از m دارای ریشه مضاعف است؟

اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، a و b و c را طوری بیابید که این سهمی محور y را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه $A(2, 3)$ نیز بگذرد.

۹۷ مجموعه جواب نامعادله $|x - |x| - ۴| < ۶$ را به دست آورید.

۹۸ نسبت دو عدد طبیعی $\frac{۲}{۳}$ و حاصل ضربشان از مجموع آن‌ها ۱۴ واحد بیشتر است. اختلاف این دو عدد را به دست آورید.

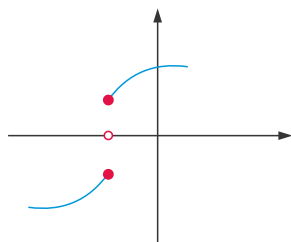
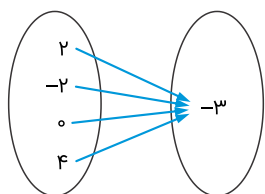
۹۹ مجموعه جواب نامعادله زیر را بیابید.

$$\frac{(x^2 + 9)(|x| + 3)}{(x^2 - 1)(x^2 - x + 1)} \leq 0$$

کدامیک از روابط زیر تابع است؟ در صورت تابع بودن، دامنه و برد آن را بیابید.

۱۰۰ $f : \{(0, 2) (-1, 4) (0, 3) (1, 5)\}$

۱۰۱ $g : \{(3, 4) (2, 0) (5, 1) (\sqrt{9}, 2^2)\}$



۱۰۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید و به کمک آن برد تابع را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x < 0 \\ 2 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & ; 2 < x \end{cases}$$

۱۰۳ $p(x)$ یک چندجمله‌ای درجه ۲ است و ضریب بزرگ‌ترین توان آن ۱ است. $p(x)$ را به گونه‌ای تعیین کنید که در شرایط زیر صدق کند.

$$p(1) = 1, p(2) = 3$$

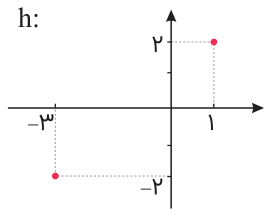
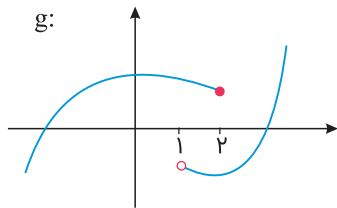
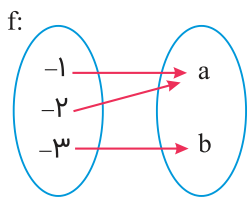
۱۰۴ اگر $A = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

۱۰۵ اگر تابع f یک تابع همانی باشد، مقدار m و n را به دست آورید.

$$f = \{(2m, \lambda), (m + 1, n)\}$$

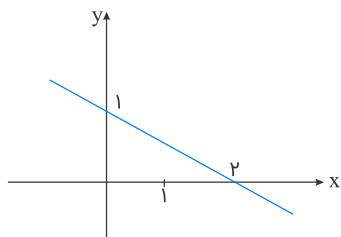
۱۰۶ در هر مورد مشخص کنید آیا رابطه داده‌شده تابع است یا خیر؟ سپس دامنه و برد توابع را مشخص کنید.

الف



k : $\{(1, -4), (2, -6), (-3, 3), (1, (-2)^2)\}$

۱۰۹ اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار توابع خواسته شده را رسم کنید.



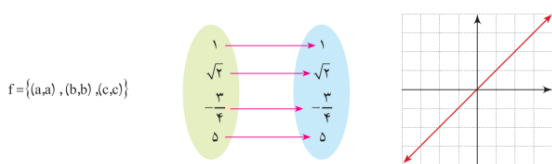
$y = f(x + 2)$

$y = \frac{f(x)}{|f(x)|}$

۱۱۰ آیا خط $x = 2$ را می توان به عنوان یک تابع در نظر گرفت؟ چرا؟ خط $y = 5$ را چطور؟ در حالت کلی چه موقع یک خط را می توان یک تابع نیز در نظر گرفت؟

۱۱۱ نمودار یک تابع خطی از نقاط $(4, 3)$ و $(0, 3)$ می گذرد. $f(-1)$ و $f(-4)$ را به دست آورید.

۱۱۲ دامنه و برد توابع زیر را به دست آورید. این سه تابع چه شباهت و چه تفاوتی باهم دارند؟



۱۱۳ اگر x طول ضلع یک مربع باشد، مساحت آن تابعی از است و به صورت $f(x) = \dots\dots\dots$ قابل نمایش است.

$$g = \{(1, 5), (2, 9), (2, 5), (3, 10)\}$$

۱۱۴

$$f = \{(1, 5), (2, 9), (3, 10)\}$$

۱۱۵

۱۱۶ دامنه تابع $g(x) = 2x^2 + 3$ ، مجموعه $A = \{-1, \sqrt{2}, 0\}$ است. برد آن را به دست آورید.

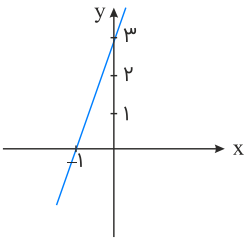
۱۱۷ نمودار تابع $y = |x| + 3$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۱۱۸ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \geq 1 \\ x & ; x \leq 0 \end{cases}$ داده شده است.

الف نمودار تابع f را رسم کنید.

ب مقدار $f(f(1))$ را به دست آورید.

۱۱۹ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $f(2m) - 4f(m) = -15$ باشد، مقدار m را بیابید.



۱۲۰ اگر $f = \{(4, 5), (5, 8), (8, 10)\}$ و $g = \{(2, 3), (3, 6), (7, 9)\}$ باشد، مطلوب است محاسبه $\frac{f(4) + g(3)}{f(5) - g(7)}$

۱۲۱ اگر $A = \{(a, 1), (b, 2), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a و b و c را به دست آورید.

۱۲۲ نمودار تابع چندضابطه‌ای زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & ; x < 2 \\ 5 & ; 2 \leq x < 3 \\ x + 4 & ; x \geq 3 \end{cases}$$

۱۲۳ در تابع خطی f داریم: $f(2) = 3$ و $f(0) = 1$. ابتدا معادله خط را بنویسید، سپس $f(3)$ را پیدا کنید.

۱۲۴ اگر $f(x) = \frac{1}{2x + 3}$ مقدار $f(f(x))$ را به دست آورید.

۱۲۵ ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & ; x < 0 \\ 2bx^2 + 5 & ; x \geq 0 \end{cases}$ می‌باشد. مقادیر a و b را طوری بیابید که $f(-2) = 3$ و نمودار تابع از نقطه $A(2, -3)$ بگذرد.

نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید. دامنه و برد هر تابع را مشخص و مقادیر خواسته شده را نیز به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ 3x + 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(0), f(5), f(-2)$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 5 & ; x > 2 \\ 1 & ; -3 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x & ; x \leq -3 \end{cases}$$

$$g(0), g(2), g\left(-\frac{1}{5}\right)$$

۱۲۸ یک تابع مثال بزنید که دامنه و برد آن برابر باشند؛ ولی تابع همانی نباشد.

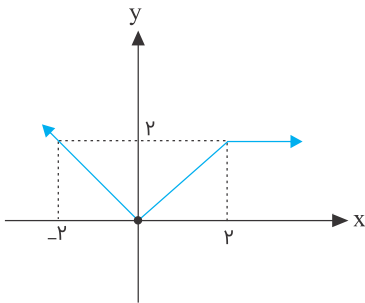
۱۲۹ هزینه پارکینگ یک فروشگاه براساس مدت زمان پارک ماشین (x) به صورت زیر است. (هزینه برحسب هزار تومان)

$$C(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq x < 2 \\ 4x & ; 2 \leq x < 5 \\ 4x + 3 & ; 5 \leq x < 7 \end{cases}$$

الف نمودار تابع $C(x)$ را رسم کنید.

ب فردی که ۴ ساعت از پارکینگ استفاده کرده، چه مبلغی باید بپردازد؟

۱۳۰ ضابطه تابع زیر را مشخص کنید.



۱۳۱ اگر داشته باشیم $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و f را تابعی از B به B تعریف کنیم، تفاضل حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ را به دست آورید.

۱۳۲ اگر تساوی $f(x) + x = f(x+1)$ به ازای تمام مقادیر x برقرار باشد، مقدار $f(16) - f(0)$ را به دست آورید.

۱۳۳ نقاط تقاطع توابع $f(x) = |x - 2|$ و $g(x) = \frac{1}{3}(x^2 - x)$ را به دست آورید.

۱۳۴ اگر $g(4x - 2) = 6x - 4$ مقدار $g(-2) + g(6)$ را به دست آورید.

درستی یا نادرستی هریک را مشخص کنید:

۱۳۵ رابطه‌ای که به هر فرد، دوستان او را نسبت می‌دهد، یک تابع نیست.

۱۳۶ تابع $f(x) = \frac{1}{4}x - 3$ یک تابع خطی است.

۱۳۷ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x < 0 \\ 2-x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقدار عددی $f(1 - \sqrt{3})$ را به دست آورید.

۱۳۸ دو تابع $y = -x + b$ و $y = x^2 + ax - 3b$ داده شده اند. مقادیر a و b را چنان محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند.

۱۳۹ اگر f تابعی خطی باشد و $f(3) - 2f(5) = -8$ و $f(3) - f(5) = -4$ ، مقدار $f(1)$ را بیابید.

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۱۴۰ حاصل $\frac{7!}{5!}$ برابر است.

۱۴۱ به طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب کرده و در یک قفسه بچینیم.

جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

۱۴۲ هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می‌نامیم.

۱۴۳ در انتخاب r شیء از بین n شیء، جابه‌جایی اشیاء اهمیت ندارد.

۱۴۴ مقدار $\frac{0!}{1!}$ برابر است.

۱۴۵ ساده کنید:

$$\frac{(n+1)!}{n!}$$

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

۱۴۶ تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است.

با حروف کلمه "ساحل شنی" و بدون تکرار حروف:

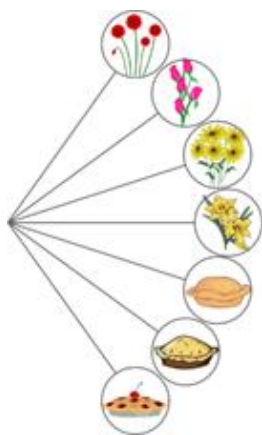
۱۴۷ چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟

۱۴۸ چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف "ش، ن" کنار هم باشند؟

۱۴۹ چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که با کلمه "شن" شروع شود؟

۱۵۰ چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت که کلمه "شن" در آن دیده نشود؟

۱۵۱ پژمان قصد دارد به عیادت دوستش برود. او به یکی از دو انتخاب یک شاخه گل یا یک نوع شیرینی برای بردن به خانه دوستش فکر می‌کند. گل‌هایی که او در نظر دارد، عبارت‌اند از: مریم، گلایل، زنبق و رُز. شیرینی‌هایی که او در نظر دارد، عبارت‌اند از: گردویی، نارگیلی و کشمش. او چند انتخاب دارد؟



۱۵۲ فردی می‌خواهد از تهران به اصفهان برود. او قصد دارد با اتومبیل خود یا با قطار این سفر را انجام دهد. اگر با اتومبیل خود به این سفر برود، باید از قم عبور کند که از تهران به قم دو مسیر a و b و از قم به اصفهان سه مسیر ۱ و ۲ و ۳ وجود دارد. اگر تصمیم بگیرد با قطار برود، سه نوع قطار می‌تواند انتخاب کند. او در کل چند انتخاب دارد؟

۱۵۳ تعداد کلمات هفت حرفی (بامعنی و بدون معنی) که از کنار هم قرار دادن حروف "ت"، "ش"، "و"، "ا"، "ن"، "پ" و "ه" می‌توان ساخت، چندتا است؟ (بدون تکرار حروف)

۱۵۴ از بین پنج ورزشکار و سه هنرمند به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفره تشکیل داد به طوری که حداقل دو نفر آن‌ها ورزشکار باشند؟

۱۵۵ مقدار n را از معادله زیر به دست آورید.

$$C(n, 2) = P(n, 2) - 10$$

جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

۱۵۶ تعداد جایگشت‌های n تایی از n شی برابر با است.

۱۵۷ علی ۳ کتاب علمی و ۴ کتاب داستانی دارد. او می‌خواهد از بین کتاب‌هایش، یک کتاب علمی و یک کتاب داستانی به دوستش هدیه دهد. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

۱۵۸ مجموعه $A = \{۲, ۴, ۶, ۷, ۹\}$ مفروض است:

الف مجموعه A چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

ب با ارقام موجود در این مجموعه، چند عدد ۳ رقمی و بزرگتر از ۷۰۰ می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز است)

پ با ارقام موجود در این مجموعه، چند عدد ۴ رقمی و زوج (بدون تکرار ارقام) می‌توان ساخت؟

۱۵۹ با ارقام ۰، ۳، ۵، ۷ و بدون تکرار:

الف چند عدد پنج رقمی کوچکتر از ۳۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

۱۶۰ با حروف کلمه $assist$ چند کلمه شش حرفی می‌توان نوشت، به طوری که در آن‌ها حروف s یک در میان قرار گیرند؟

۱۶۱ از بین ۳ مدرس گروه ریاضی، ۳ مدرس گروه فیزیک و ۳ مدرس گروه شیمی قرار است یک گروه ۲ نفره انتخاب شود به گونه‌ای که ۲ نفر انتخاب شده هم‌رشته نباشند. چند حالت برای انجام این کار وجود دارد؟

اگر رمز یک دستگاه به صورت زیر تعریف شود، تعداد حالت‌های ممکن را به دست آورید. مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می‌شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.

۱۶۲ این رمز از یک گزینه تشکیل شده که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.

۱۶۳ این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.

۱۶۴ این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه‌ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.

۱۶۵ این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی‌اند.

۱۶۶ این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیرتکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیرتکراری‌اند.

۱۶۷ مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ را در نظر بگیرید. در چه تعداد از زیرمجموعه‌های شش عضوی مجموعه A اعداد ۳ و ۴ وجود دارد؟

۱۶۸ مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ چند زیرمجموعه حداقل ۳ عضوی دارد؟

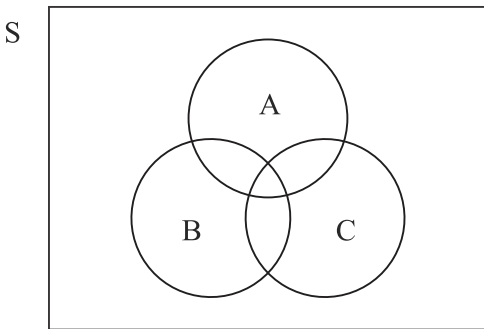
۱۶۹ در چند زیرمجموعه چهار عضوی از مجموعه $A = \{1, \dots, 15\}$ که بزرگ‌ترین عضو آن ۱۲ است، حداقل یک عدد فرد وجود دارد؟

۱۷۰ ۵ گوی سیاه از ۱ تا ۵ و ۴ گوی سفید از ۱ تا ۴ شماره‌گذاری شده است. این ۹ گوی را کنار هم قرار می‌دهیم. در چند حالت گوی‌های سفید در کنار هم نیستند؟

۱۷۱ با حروف کلمه "Computer" چند کلمه هشت حرفی می‌توان نوشت که شامل عبارت "Cpt" باشد ولی e و o کنار هم نباشند؟

۱۷۲ حاصل عبارت $\binom{5}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} + \binom{8}{6} + \dots + \binom{20}{18}$ کدام است؟

۱۷۳ اگر A, B و C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند، پیشامد $A - (B \cup C)$ را روی نمودار ون، هاشور بزنید.



۱۷۴ یک کیسه محتوی ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سبز است. دو مهره را به‌طور تصادفی از کیسه بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آنکه فقط یک مهره قرمز باشد

۱۷۵ اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد "تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد" را نمایش دهید.

۱۷۶ یک سکه و یک تاس سالم را باهم پرتاب می‌کنیم.

الف فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

ب پیشامد A که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگ‌تر از ۳ باشد را مشخص کنید.

پ پیشامد B که در آن سکه رو و عدد تاس زوج باشد را بنویسید.

ت پیشامد $A' \cap B'$ را بنویسید.

۱۷۷ تمام ترکیبات دورقمی بدون تکرار، مجموعه اعداد $\{1, 2, 3\}$ را روی کارت‌های مختلف نوشته‌ایم (هر ترکیب روی یک کارت)، یک کارت را به‌طور تصادفی خارج می‌کنیم مطلوب است:

الف فضای نمونه‌ای

ب پیشامد A که در آن عدد روی کارت زوج باشد.

پ پیشامد B که در آن روی کارت عددی اول باشد.

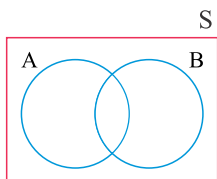
جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱۷۸ اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ ، آنگاه A و B را دو پیشامد می‌نامیم.

۱۷۹ مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش‌آموز دارد. ۳۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم:

الف با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟

۱۸۰ باتوجه به شکل زیر، پیشامد $(A \cap B)'$ را هاشور بزنید.



۱۸۱ فرض کنید وزن شخصی ۹۵ کیلوگرم و قد او ۱۶۰ سانتی‌متر باشد.

الف شاخص توده بدن این شخص را حساب کنید.

ب شاخص توده بدن شخص چه نوع متغیری از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی است؟

درستی و یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

۱۸۲ در پرتاب یک تاس و یک سکه، فضای نمونه ۲۴ عضو دارد.

۱۸۳ پیش‌بینی نتیجه بازی بین دو تیم، قبل از بازی، یک پدیده تصادفی است.

۱۸۴ احتمال اینکه نمره درس ریاضی و آمار (۳) آرمان بالاتر از ۱۸ بشود، $0/۹۵$ است، پس احتمال آن که نمره این درس آرمان، کمتر از ۱۸ بشود، $0/۰۵$ است.

۱۸۵ از بین ۴ دانش‌آموز سال سوم و ۶ دانش‌آموز سال دوم، سه نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداکثر یک دانش‌آموز از سال سوم باشد، چقدر است؟

۱۸۶ احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول نشود $0/۴$ و احتمال اینکه در درس فیزیک قبول شود $0/۷$ و احتمال آنکه در هر دو درس قبول شود $0/۵$ است. احتمال آنکه حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک قبول شود چقدر است؟

۱۸۷ در ظرفی ۷ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. به تصادف ۲ مهره باهم بیرون می‌آوریم. احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ باشند را محاسبه کنید.

۱۸۸ از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آن که:

الف هر سه لامپ سالم باشد.

ب حداقل دو لامپ سالم باشد.

۱۸۹ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب پیشامد A که در آن خانواده حداکثر یک فرزند دختر داشته باشد را بنویسید.

پ پیشامد B که در آن خانواده فقط یک دختر داشته باشد.

ت پیشامد $A' \cup B'$ را بنویسید.

۱۹۰ در یک کلاس ۲۵ نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد.

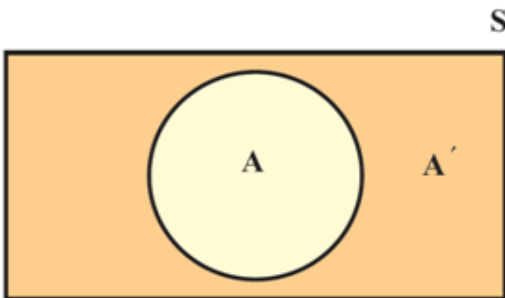
۱۹۱ احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد، $0/۲۳$ و ناراحتی قلبی داشته باشد $0/۲۴$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد $0/۳۸$ است. احتمال این که هر دو نوع بیماری را دارا باشد، چقدر است؟

۱۹۲ از بین ۴ مهره سفید و سه مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید.

۱۹۳ از میان اعداد چهاررقمی با ارقام متمایز، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این عدد زوج بوده و از ۳۰۰۰ بزرگتر باشد؟

۱۹۴ اگر A' متمم پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد، (A و A' ناسازگارند) نشان دهید:

$$P(A) = 1 - P(A')$$



۱۹۵ اگر S فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی باشد و A و B پیشامدهایی در این فضا باشند، در این صورت ثابت کنید:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\emptyset) = 0, P(S) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

۱۹۶ خانواده‌ای دارای سه فرزند است.

الف فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب احتمال اینکه هر سه فرزند از یک جنسیت نباشند را بیابید.

۱۹۷ اگر ۷ نفر که دو تای آنها برادر هستند در یک ردیف قرار گیرند. با چه احتمالی دو برادر کنار هم قرار می‌گیرند.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱۹۸ اولین مرحله علم آمار است.

۱۹۹ ۱۰ نفر را در نظر می‌گیریم، احتمال اینکه روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز نباشد را مشخص کنید. (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.)

۲۰۰ از کیسه‌ای که شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و یک مهره سفید است، ۲ مهره با هم به تصادف بیرون می‌آوریم احتمال آنکه مهره‌ها هم‌رنگ باشند چقدر است؟



پاسخنامه

پاسخ سؤالات ۱ تا ۴

۱ درست

۲ درست

۳ نادرست

۴ درست

$$\{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

$$\emptyset \cap (A - C) = \emptyset$$

پاسخ سؤالات ۵ تا ۶

$$x^2 = (\lambda + \sqrt{15})(\lambda - \sqrt{15}) = 64 - 15 = 49$$

$$x = \pm 7$$

$$t_n = 5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 5 \times 5^{1-n} = 5^{2-n}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -2 + (n-1)(6) = 6n - 8$$

پاسخ سؤال ۸

جمله اول و n ام دنباله ۲ و ۹۵ است و قدر نسبت (اختلاف مشترک) برابر ۳، پس:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 95 = 2 + (n-1)3 \Rightarrow 3n - 1 = 95 \Rightarrow n = 32$$

۹



الف تعداد افرادی که از شرکت A یا از شرکت B خرید کرده‌اند:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 70 + 57 - 32 = 95$$

ب تعداد افرادی که از شرکت A خرید کرده‌اند ولی از شرکت B خرید نکرده‌اند:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 70 - 32 = 38$$

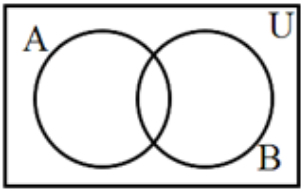
پ تعداد افرادی که فقط از شرکت A یا فقط از شرکت B خرید کرده‌اند:

$$\begin{aligned} n(A - B) + n(B - A) &= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 70 + 57 - 64 = 63 \end{aligned}$$

ت تعداد افرادی که نه از شرکت A خرید کرده‌اند و نه از شرکت B:

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 110 - 95 = 15$$

الف ۱۰ اعضای گروه سرود را با A و اعضای گروه تئاتر را با B نمایش می‌دهیم. مجموعه مرجع را نیز کل دانش‌آموزان کلاس در نظر می‌گیریم:



$$n(U) = 31, \quad n(A) = 14, \quad n(B) = 19, \quad n(A \cap B) = 5$$

دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرود هستند، همان اعضای مجموعه $A - B$ است.

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 5 = 9$$

ب باتوجه به قسمت قبل، دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از دو گروه نیستند یعنی دانش‌آموزانی که نه عضو گروه A هستند و نه عضو گروه B، پس داریم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 31 - (14 + 19 - 5) = 31 - 28 = 3 \end{aligned}$$

۱۱ با استفاده از فرمول داریم:

$$d = \frac{b - a}{n + 1} = \frac{18 - 10}{3 + 1} = \frac{8}{4} = 2$$

پس سه عدد بین ۱۰ و ۱۸ عبارت‌اند از: ۱۲ و ۱۴ و ۱۶.
و دنباله حسابی ۱۸، ۱۶، ۱۴، ۱۲، ۱۰ تشکیل می‌شود.

چون $a_1 = 2^{2+1} = 2^3 = 8$ ، $b_4 = \frac{15}{4+1} = 3$ و $c_2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^0 = 1$ بنابراین داریم:

$$a_1 - b_4 + c_2 = 8 - 3 + 1 = 6$$

پاسخ سؤال ۱۳

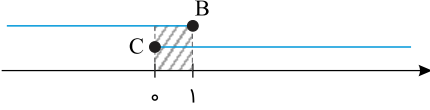
$$n(A \cup B) = 12 + 4 - 2 = 14$$

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A \cup B) = 17 - 14 = 3$$

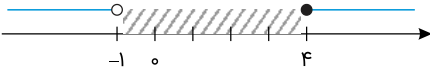
$$-3 \leq 2x - 1 < 7 \xrightarrow{+1} -2 \leq 2x < 8 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x < 4$$

$$A = [-1, 4) \quad B = (-\infty, 1] \quad C = [0, +\infty)$$

$$C - B = (1, +\infty)$$



$$A' = \mathbb{R} - [-1, 4) = (-\infty, -1) \cup [4, +\infty)$$



$$\frac{32}{3}, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, 81$$

$$\frac{a_6}{a_1} = r^5 = \frac{81}{32} \Rightarrow r^5 = \frac{81 \times 3}{32} = \frac{3^5}{2^5} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$\frac{32}{3}, 16, 24, 36, 54, 81$$

$$a_n = n^2 + n$$

A : علاقه‌مند به موسیقی

B : علاقه‌مند به ورزش

مرحله اول:

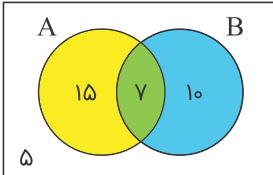
$$n(S) = ۳۷$$

$$n(A \cup B) = ۳۷ - ۵ = ۳۲$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

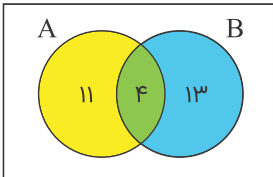
$$۳۲ = ۲۲ + ۱۷ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۷$$

$$n(S) = ۳۷$$



مرحله دوم:

حال در صورتی که ۷ نفر از علاقه‌مندان موسیقی کم شود که ۳ نفر از مشترک‌ها باشند، پس اشتراک از ۷، به ۴ نفر تغییر می‌کند و ۴ نفر دیگر از ۱۵ نفر که فقط به موسیقی علاقه دارند انتخاب می‌شوند. بنابراین افرادی که فقط علاقه‌مند به موسیقی هستند، ۱۱ نفر می‌شود. ولی تعداد افراد ورزشی نباید تغییر کند، چون در مرحله اول، ۱۷ نفر دوستدار ورزش هستند در این مرحله هم باید ۱۷ نفر باشند. پس تعداد افراد ورزشی به جز افراد مشترک با موسیقی، ۱۳ نفر خواهد بود.



در نهایت $۱۳ + ۴ + ۱۱ = ۲۸$ نفر حداقل به یک زمینه علاقه دارند.

$$a - d + a + a + d = ۲۱ \Rightarrow a = ۷$$

$$(a - d)^2 + a^2 + (a + d)^2 = ۲۱۹$$

$$\Rightarrow ۳a^2 + ۲d^2 = ۲۱۹ \Rightarrow d^2 = ۳۶ \Rightarrow d = \pm ۶$$

سه عدد : ۱، ۷، ۱۳

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = ۲۵ \Rightarrow ۵a_1 + ۱۰d = ۲۵$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = ۷۵ \Rightarrow ۵a_1 + ۳۵d = ۷۵$$

$$\Rightarrow ۲۵d = ۵۰ \Rightarrow d = ۲, a_1 = ۱$$

۱، ۳، ۵، ۷، ...

$$\begin{cases} a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + a_{14} = 27/5 \\ a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 25 \end{cases}$$

این دو را از هم کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow 5d = 2/5 \Rightarrow d = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 + 3d + a_1 + 6d + a_1 + 9d + a_1 + 12d = 25$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 30d = 25 \Rightarrow 5a_1 + 15 = 25 \Rightarrow a_1 = 2$$

سهم هر تیم را می‌توان به صورت یک دنباله حسابی به شکل زیر نوشت (t_1 : سهم تیم آخر از سکه‌ها):

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, t_1 + 4d$$

مطابق فرض مسئله داریم:

$$t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d + t_1 + 3d + t_1 + 4d = 60$$

$$\Rightarrow 5t_1 + 10d = 60 \Rightarrow t_1 + 2d = 12$$

ازطرفی قرار است مجموع سکه‌های دریافتی سه تیم اول معادل دو تیم آخر باشد، درنتیجه داریم:

$$t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = t_1 + 3d + t_1 + 4d$$

$$3t_1 + 3d = 2t_1 + 7d \Rightarrow t_1 - 4d = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 12 \\ t_1 - 4d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 2d = 12 \\ -t_1 + 4d = 0 \end{cases} \Rightarrow 6d = 12 \Rightarrow d = 2$$

$$\xrightarrow[t_1 - 4d = 0]{\text{با جایگذاری در}} t_1 - 8 = 0 \Rightarrow t_1 = 8$$

پس ۶۰ سکه به ترتیب زیر بین پنج برگزیده تقسیم خواهد شد:

$$8, 10, 12, 14, 16$$

یک پیشنهاد: در سؤالاتی که تعداد جملات دنباله فرد است بهتر است جمله وسط را t بگیریم و جملات بعدی را با افزودن قدر نسبت و جملات قبل را با کم کردن قدر نسبت به دست آورید. به عنوان مثال:

$$t - 2d, t - d, t, t + d, t + 2d$$

در این صورت راه‌حل‌تان کوتاه‌تر خواهد شد.

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 67/5 \Rightarrow \hat{A} = 180 - (67/5 + 67/5)$$

$$\hat{A} = 46 \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\Delta} = 16\sqrt{2}$$

پاسخ سؤالات ۲۳ تا ۲۵

درست ۲۳

نادرست ۲۴

نادرست ۲۵

پاسخ سؤالات ۲۶ تا ۲۷

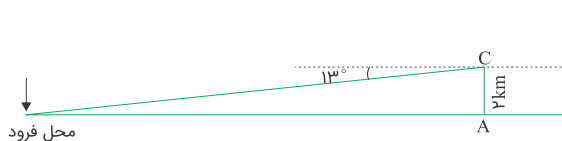
۲۶

$$2y - 3x = 5 \xrightarrow{y=0} x = \frac{-5}{3} \Rightarrow AF = \left| \frac{-5}{3} \right| + 1 = \frac{8}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{CF}{AF} = \frac{4}{\frac{8}{3}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4 - 1}{1 - (-1)} = \frac{3}{2}$$

۲۷



$$\left. \begin{array}{l} 13^\circ + \hat{ACB} = 90^\circ \\ \hat{CBA} + \hat{ACB} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 13^\circ + \hat{ACB} = \hat{CBA} + \hat{ACB} \Rightarrow \hat{CBA} = 13^\circ$$

$$\tan 13^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow 0.23 = \frac{7}{AB} \Rightarrow AB = \frac{7}{0.23} = 30.43 \text{ km}$$

۲۸

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۰

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

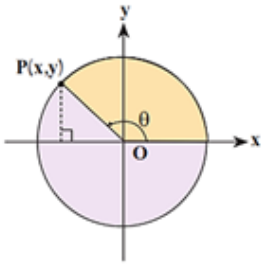
۲۹

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

۳۰

می‌دانیم $\sin \theta = y = \frac{5}{\sqrt{5}}$ بنابراین نقطه‌ای به عرض $\frac{5}{\sqrt{5}}$ است.

طبق رابطه فیثاغورس، در مثلث قائم‌الزاویه داریم $x^2 + y^2 = 1$ ، بنابراین $x^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1$ و در نتیجه $x^2 = \frac{24}{49}$ ، چون θ زاویه‌ای در ربع دوم است، پس طول نقطه P منفی است و از این رو $x = -\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ قابل قبول است. پس نقطه‌ای به مختصات $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}, \frac{5}{\sqrt{5}}\right)$ است، در نتیجه:

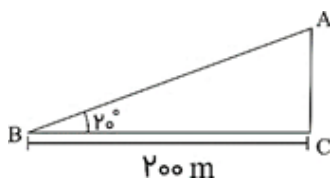


$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}}{\frac{5}{\sqrt{5}}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\frac{5}{\sqrt{5}}}{-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\cos \theta = x = -\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

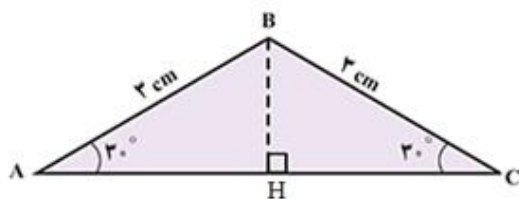
عرض رودخانه در شکل رسم شده، اندازه ضلع AC است. اندازه ضلع BC مشخص است. باتوجه به اینکه $\sin 20^\circ = \frac{5}{34}$ مشخص است، ابتدا $\cot 20^\circ$ را به دست آورده و با استفاده از آن، اندازه ضلع AC را محاسبه می‌کنیم:



$$1 + \cot^2 20^\circ = \frac{1}{\sin^2 20^\circ} \Rightarrow 1 + \cot^2 20^\circ = \frac{1}{\left(\frac{5}{34}\right)^2} = \frac{1}{\frac{25}{1156}} = \frac{1156}{25} = 46.24$$

$$\Rightarrow \cot^2 20^\circ = 45.24 \Rightarrow \cot 20^\circ = \sqrt{45.24} = 6.72$$

$$\cot 20^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow 6.72 = \frac{200}{AC} \Rightarrow AC = \frac{200}{6.72} = 29.76 \text{ m}$$



$$S = \frac{1}{2} BH \times AC$$

$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{AB} = \frac{BH}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BH}{4} \Rightarrow BH = 2$$

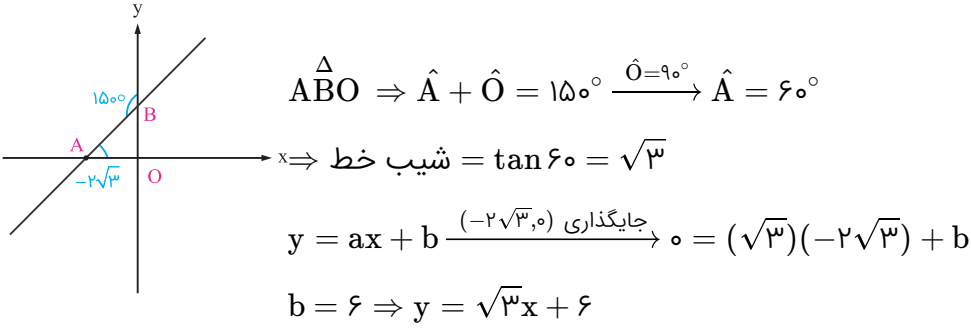
$$\cos 30^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{4} \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}$$

$$AC = 2AH = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{3} \quad \cot M = \frac{MN}{NO} = \frac{2}{2/5} \quad \tan F = \frac{GE}{EF} = \frac{4}{2}$$

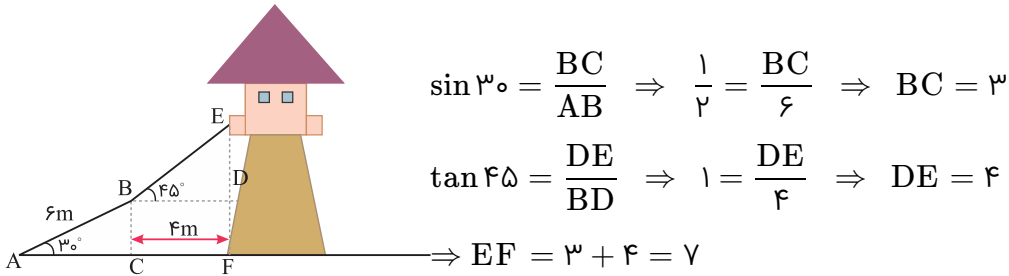
$$\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \quad \tan M = \frac{NO}{MN} = \frac{2/5}{2} \quad \cot F = \frac{EF}{GE} = \frac{2}{4}$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} \xrightarrow{\alpha \text{ سوم ربع}} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{\sqrt{8}}{3}} = +\frac{1}{\sqrt{8}}$$



$$3 \times \frac{1}{2} + 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} + 4 - 3 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\sin^2 x + (1 + \cos x)^2}{(1 + \cos x) \sin x} = \frac{\sin^2 x + 1 + \cos^2 x + 2 \cos x}{(1 + \cos x) \sin x}$$

$$= \frac{2 + 2 \cos x}{(1 + \cos x) \sin x} = \frac{2(1 + \cos x)}{(1 + \cos x) \sin x} = \frac{2}{\sin x}$$

تساوی برقرار است.

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \sin \hat{B}$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times \sin \hat{B}} = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3$$

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = 9^2 - 3^2 = 81 - 9 = 72$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{BC}{CD} = 2/4 \\ \tan \beta = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{CD} = 2/4$$

$$\Rightarrow AC = 2/4 CD \Rightarrow CD = \frac{10}{2/4} AC = \frac{10}{2/4} (CD + AD)$$

$$\Rightarrow CD - \frac{10}{2/4} CD = \frac{10}{2/4} AD \Rightarrow \frac{14}{2/4} CD = \frac{10}{2/4} AD$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AD} = \frac{\frac{10}{2/4}}{\frac{14}{2/4}} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{CD}{AD} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1 - \sin^r x - \cos^r x}{\sin^r x + \cos^r x} = \frac{\cos^r x - \cos^r x}{(\sin^r x + \cos^r x)^r - r \sin^r x \cos^r x (\sin^r x + \cos^r x)}$$

$$= \frac{\cos^r x (1 - \cos^r x)}{1 - r \sin^r x \cos^r x} = \frac{\sin^r x \cos^r x}{1 - r \sin^r x \cos^r x} = a$$

$$\Rightarrow \sin^r x \cos^r x = a - r a \sin^r x \cos^r x \Rightarrow \sin^r x \cos^r x = \frac{a}{r a + 1} \quad (1)$$

$$\tan^r x + \cot^r x = (\tan x + \cot x)^r - r \tan x \cot x = \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right)^r - r$$

$$= \left(\frac{\sin^r x + \cos^r x}{\sin x \cos x} \right)^r - r = \frac{1}{\sin^r x \cos^r x} - r$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{\frac{a}{r a + 1}} - r = \frac{r a + 1}{a} - r = \frac{a + 1}{a}$$

$$AC + BC = 19$$

$$\underbrace{(BC + AC)^r}_{19} = \underbrace{BC^r + AC^r}_{256} + r AC \cdot BC$$

$$\Rightarrow 361 = 256 + r(AC \cdot BC) \Rightarrow r AC \cdot BC = 105$$

$$\Rightarrow AC \cdot BC = 52/5$$

$$\Rightarrow AC = AB \sin \alpha = 16 \sin \alpha$$

$$BC = AB \cos \alpha = 16 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 16^r \times \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 52/5 \Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{52/5}{256} \approx 0/2$$

$$(\tan x + \cot x)^r - \left(\frac{1}{\sin^r x} + \frac{1}{\cos^r x} \right)$$

$$= \tan^r x + \cot^r x + r \tan x \cdot \cot x - (1 + \cot^r x + 1 + \tan^r x)$$

$$= \tan^r x + \cot^r x + r(1) - 1 - \cot^r x - 1 - \tan^r x = 0$$

پاسخ سوالات ۴۶ تا ۴۷

$$(x - 2)(x + 2)(x^r + 4)(x^r + 16) = x^4 - 16^r = x^4 - 256$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^r - \left(a + \frac{1}{a} \right) = \sqrt{a^r} + \frac{1}{\sqrt{a^r}} + r \sqrt{a} \times \frac{1}{\sqrt{a}} - a - \frac{1}{a}$$

$$= \cancel{a} + \frac{1}{\cancel{a}} + r - \cancel{a} - \frac{1}{\cancel{a}} = r$$

۴۸ +۲ و -۲

۴۹ الف نادرست

پاسخ سؤالات ۵۰ تا ۵۳

$$16 \times 14 = (15 + 1)(15 - 1) = 15^2 - 1 = 224$$

$$105^2 = (100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2 = 11025$$

$$1007^2 = (1000 + 7)^2 = 1000^2 + 2 \times 1000 \times 7 + 7^2 = 1014049$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) = 8x^3 - 1$$

$$\frac{(2x + 1)^2}{x(2x + 1)} \times \frac{(x - 1)(x + 6)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{(2x + 1)(x + 6)}{x(x + 1)}$$

$$\frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} \times \frac{x + 1}{x(x + 1)} = \frac{1}{x + 1}$$

پاسخ سؤالات ۵۶ تا ۶۰

$$\frac{x^f + 1}{x^f + 2x^f + 1} = \frac{(x^f + 1)(x^f - x^f + 1)}{(x^f + 1)^2} = \frac{x^f - x^f + 1}{x^f + 1}$$

$$\frac{x^m - 1}{(x - 1)^m} = \frac{(x - 1)(x^m + x + 1)}{(x - 1)^m} = \frac{x^m + x + 1}{(x - 1)^{m-1}}$$

$$\frac{x^f + 1}{x^f - 1} = \frac{x^f + 1}{(x^f - 1)(x^f + 1)} = \frac{1}{x^f - 1}$$

$$\frac{y^y - y}{y^y + y^y + y} = \frac{y(y^y - 1)}{y(y^y + y + 1)} = \frac{y(y^y - 1)(y^y + 1)}{y(y^y + y + 1)}$$

$$= \frac{y(y - 1)(y^y + y + 1)(y + 1)(y^y - y + 1)}{y(y^y + y + 1)} = (y - 1)(y + 1)(y^y - y + 1)$$

$$\frac{y^\Delta - y^\Psi - 12y}{\lambda y^\Psi + 12y} = \frac{y(y^\Psi - y^\Psi - 12)}{\lambda y(y + 2)} = \frac{y(y^\Psi - 4)(y^\Psi + 3)}{\lambda y(y + 2)}$$

$$= \frac{y(y - 2)(y + 2)(y^\Psi + 3)}{\lambda y(y + 2)} = \frac{(y - 2)(y^\Psi + 3)}{\lambda}$$

$$a^\Psi > a^\Psi \quad \sqrt[a]{a} < \sqrt[a]{a}$$

$$(\circ/12\Delta)^b = \sqrt[2]{2\sqrt[2]{2}} \Rightarrow \left(\frac{1}{\lambda}\right)^b = \sqrt[2]{2 \times 2^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 2^{-\Psi b} = \sqrt[2]{2^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow 2^{-\Psi b} = 2^{\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow -\Psi b = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{\frac{3}{4}}{-\Psi} = \frac{-3}{4\Psi} = \frac{-2}{9}$$

$$x^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[2]{x\sqrt{x}} = \sqrt[2]{2\sqrt[2]{2}} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[2]{x^2 \times x} = \sqrt[2]{2^3 \times 2^2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[2]{x^3} = \sqrt[2]{2^5}$$

$$x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow x^{\frac{4}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = (2^{\frac{5}{2}})^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^5}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}} = \frac{(x+2) - (x-4)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}} = \frac{6}{\Psi} = 2$$

$$\Psi(x^\Psi + y^\Psi) - 2(x^\Psi + y^\Psi) = \Psi[(x^\Psi + y^\Psi)^\Psi - 2x^\Psi y^\Psi] - 2[(x^\Psi + y^\Psi)^\Psi - \Psi x^\Psi y^\Psi (x^\Psi + y^\Psi)]$$

$$= \Psi[1 - 2x^\Psi y^\Psi] - 2[1 - \Psi x^\Psi y^\Psi] = \Psi - 2x^\Psi y^\Psi - 2 + 2\Psi x^\Psi y^\Psi = \Psi - 2 = 1$$

$$\frac{-\sqrt[2]{(2^a)^\Psi} \times \sqrt[2]{2}}{2\sqrt[2]{2}} = \left(-\frac{1}{2^\Psi}\right)^\Psi \Rightarrow -\frac{2^a \times \sqrt[2]{2}}{2\sqrt[2]{2}} = -\frac{1}{2^{18}}$$

$$\Rightarrow 2^{a-\Psi} = 2^{-18} \Rightarrow a = -16$$

$$a^\Psi - b^\Psi = (a - b)(a^\Psi + ab + b^\Psi) \Rightarrow a - b = 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 16 \\ a - b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a + 2b} = \frac{14 \times 2}{14 + 4} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9}$$

$$10 + 4\sqrt{6} = 6 + 4 + 2 \times 2\sqrt{6} = (\sqrt{6} + 2)^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} = 6 + 4 - 2 \times 2\sqrt{6} = (\sqrt{6} - 2)^2$$

$$\Rightarrow (10 + 4\sqrt{6})^{\frac{3}{2}} + (10 - 4\sqrt{6})^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{(\sqrt{6} + 2)^2})^3 + (\sqrt{(\sqrt{6} - 2)^2})^3$$

$$= (\sqrt{6} + 2)^3 + (\sqrt{6} - 2)^3 = 6\sqrt{6} + 36 + 12\sqrt{6} + 8 + 6\sqrt{6} - 36 + 12\sqrt{6} - 8 = 36\sqrt{6}$$

$$(2x) \times x = 100 \Rightarrow 2x^2 = 100$$

$$\Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = 5\sqrt{2}, y = 5\sqrt{2}$$

$$a = 3; b = 6$$

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| \geq \frac{b-a}{2} \Rightarrow \left| x - \frac{9}{2} \right| \geq \frac{3}{2}$$

پاسخ سؤالات ٧١ تا ٧٢

$$x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 + 24 = 49$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 7}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 7}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 7 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 7 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 16 \Rightarrow x - 3 = \pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7 \\ x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$(2x - 1)^2 = 49 \Rightarrow \begin{cases} (2x - 1) = 7 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \\ (2x - 1) = -7 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$2x^2 = 1 - 6x \Rightarrow 2x^2 + 6x = 1 \xrightarrow{\div 2} x^2 + 3x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{1}{2} + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{11}{4} \Rightarrow x + \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{11}}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{11}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 1^2 - 4(9)(-1) = 1 + 36 = 37 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{18} \Rightarrow \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 3 \\ \hline y & 6 & 0 \end{array}$$



x	$x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$y = -2x + 6$	+	0	-

ضریب x منفی است پس علامت y قبل از ریشه مخالف با آن (مثبت) و بعد از ریشه موافق با آن (منفی) می‌شود.

$$P(x) \text{ همواره مثبت} \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

$$P(x) \text{ همواره منفی} \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

عرض مستطیل را x و طول آن را $4x + 3$ در نظر می‌گیریم. مساحت این مستطیل برابر است با:

$$S = \text{عرض} \times \text{طول} = x(4x + 3) = 4x^2 + 3x = 45$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$4x^2 + 3x - 45 = 0$$

با حل این معادله درجه دوم با روش فرمول کلی داریم:

$$a = 4, b = 3, c = -45$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(4)(-45) = 729 > 0 \Rightarrow \text{معادله دو ریشه حقیقی دارد}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 27}{8} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 27}{8} = -\frac{30}{8} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین طول این مستطیل برابر با 3 و عرض آن برابر با $4(3) + 3 = 15$ است.

خیر، در صورتی می‌توان جواب‌ها را به صورت $x = \pm\sqrt{a}$ نوشت که a یک عدد نامنفی باشد، زیرا اعداد منفی ریشه دوم ندارند. اگر a یک مقدار مثبت باشد، برای معادله $x^2 = a$ دو جواب خواهیم داشت و اگر $a = 0$ باشد معادله فقط دارای جواب $x = 0$ است.

$$\text{الف) } x^2 + 4x = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = \frac{5}{2} + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{\frac{13}{2}} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{13}{2}} - 2$$

$$\text{ب) } 9x^2 - 8x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 + 4 \times 9 = 100$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \times 9} = \frac{8 \pm 10}{18} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

$$x^2 - x = 5$$

$$\Rightarrow (x_1^2 - x_1 - 2)(x_2^2 - x_2 + 3) = (5 - 2)(5 + 3) = 3 \times 8 = 24$$

$$(x - 3)(x + 5) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

x	$x < 3$	3	$x > 3$
$y = 2x - 6$	$-$	0	$+$

ضریب x مثبت است پس علامت y قبل از ریشه مخالف با آن (منفی) و بعد از ریشه موافق با آن (مثبت) می‌شود.

$$x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

قطعه جدا شده در شکل، ۹ قسمت دارد؛ یعنی مربع ۳ و در تساوی داده شده ۳ را درون پرانتز و مربع آن یعنی ۹ را در سمت چپ نوشته‌ایم.

$$y = -(x^2 - x - 2)$$

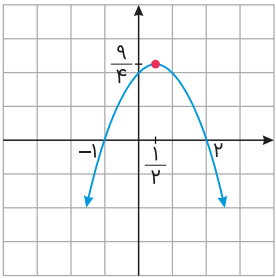
$$-(x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

x	-1	2
-x+2	+	+ 0 -
x+1	- 0 +	+
y	- 0 + 0 -	-

y < 0 y > 0 y < 0

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

x	-1	$-\frac{1}{2}$	2
y	0	$\frac{3}{4}$	0

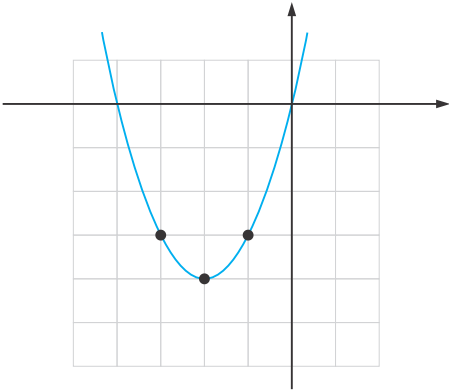


$$\begin{cases} 2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow y = (-2)^2 + 4(-2) = 4 - 8 = -4$$

$$\Rightarrow S(-2, -4)$$

x	-3	-2	-1
y	-3	-4	-3



$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$y = a(x - 1)^2 - 1 \xrightarrow{(0,2)} -2 = a(0 - 1)^2 - 1$$

$$\Rightarrow -2 = a - 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x - 1)^2 - 1 \Rightarrow -x^2 + 2x - 2$$

اگر کلاس دارای x دانش‌آموز باشد هر نفر $x - 1$ پیامک ارسال می‌کند پس تعداد کل پیامک‌ها $x(x - 1)$ است. داریم ضرب دو عدد متوالی ۶۰۰ است.

$$x(x - 1) = 600$$

آن دو عدد 24×25 است. بنابراین $x = 25$ و هر دانش‌آموز ۲۴ پیامک ارسال کرده است.

$$7(-4)^2 + a(-4) + 12 = 0 \Rightarrow a = 31$$

$$7x^2 + 31x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 31^2 - 4(7)(12) = 625$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-31 + 25}{14} = -\frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow x_2 = -4$$

$$x = -2$$

$$\Rightarrow (2m + 1)(-2)^2 + 7(-2) + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 8m + 4 - 14 + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 10m = 10$$

$$\Rightarrow m = 1$$

معادله به صورت داده شده در می‌آید:

$$3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$\Delta = (7)^2 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25$$

$$x = \frac{-7 \pm 5}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۹۲ تا ۹۳

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (10)^2 - 4(-1)(-25) = 100 - 100 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 \pm 0}{2(-1)} = 5$$

۹۲

$$(x - 1)^2 = 64 \xrightarrow{\text{ریشه دوم}} x - 1 = \pm \sqrt{64}$$

$$\Rightarrow x - 1 = \pm 8$$

$$\begin{cases} x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9 \\ x - 1 = -8 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$$

۹۳

$$x = \text{سن برادر کوچکتر}$$

$$\text{سن برادر بزرگ} = x + 4$$

$$(x + 4)(x + 8) = 60 \Rightarrow x^2 + 12x + 32 = 60 \Rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 14)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -14 \text{ غ ق ق } , x = 2$$

$$\text{سن برادر کوچکتر} = 2$$

$$\text{سن برادر بزرگ} = 6$$

۹۴

$$\Delta = 0 \Rightarrow 9 - 4(1)(2m + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 9 - 4m - 4 = 0 \Rightarrow -4m = -5 \Rightarrow m = \frac{5}{4}$$

۹۵

$$(0, 3) \in \text{تابع} \Rightarrow c = 3$$

$$\left. \begin{aligned} (1, 0) \in \text{تابع} &\Rightarrow 0 = a + b + 3 \\ (2, 3) \in \text{تابع} &\Rightarrow 3 = 4a + 2b + 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -3 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$|x - |x| - 4| < 6 \Rightarrow -6 < x - |x| - 4 < 6$$

$$x - |x| - 4 < 6 \Rightarrow x - 4 - 6 < |x| \Rightarrow |x| > x - 10 \Rightarrow \begin{cases} x > x - 10 \quad \checkmark \\ x < -x + 10 \Rightarrow x < 5 \end{cases} \quad (1)$$

$$-6 < x - |x| - 4 \Rightarrow |x| < x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x < x + 2 \quad \checkmark \\ x > -x - 2 \Rightarrow x > -1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x \quad (1)$$

$$xy = (x + y) + 14 \xrightarrow{(1)} x\left(\frac{3}{2}x\right) = x + \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = \frac{5}{2}x + 14$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 28 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{6} \xrightarrow{\text{قابل قبول}} x = \frac{5 + \sqrt{361}}{6} = 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2} \left(\frac{5 + \sqrt{361}}{6} \right) = \frac{5 + \sqrt{361}}{4} = 6 \Rightarrow y - x = \frac{5 + \sqrt{361}}{4} - \frac{5 + \sqrt{361}}{6} = \frac{5 + \sqrt{361}}{12} = 2$$

عبارت $(x^2 + 9)$ و $(|x| + 3)$ همواره + هستند!
بنابراین در تعیین علامت بی‌تأثیراند. عبارت $x^2 - x + 1$ نیز $\Delta < 0$ و $a > 0$ است پس همواره + خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x^2 - 1} \leq 0 \xrightarrow{x^2 - 1 \neq 0} x^2 - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < 1$$

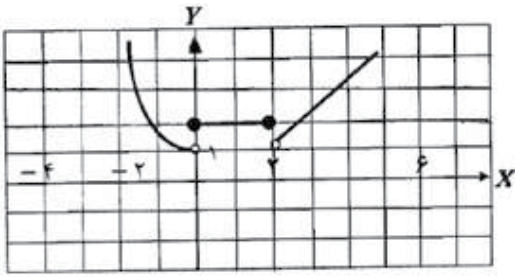
پاسخ سؤالات ۱۰۰ تا ۱۰۳

۱۰۰ تابع نیست.

۱۰۱ تابع است. $R : \{4, 0, 1\}$, $D : \{3, 2, 5\}$

۱۰۲ تابع است. $R : \{3\}$, $D : \{-2, 2, 0, 4\}$

۱۰۳ تابع نیست.



$$p(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 1 + b + c = 1 \\ p(2) = 4 + 2b + c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ 2b + c = -1 \end{cases}$$

$$b = -1, c = 1 \Rightarrow p(x) = x^2 - x + 1$$

۱۰۵

۱۰۶ در تابع ثابت، برد تنها یک عضو است. در نمایش زوج مرتبی تابع ثابت، تمام مؤلفه‌های دوم (مقادیر y) با یکدیگر مساوی هستند، بنابراین:

$$b = 4, a + b = 4 \xrightarrow{b=4} a + 4 = 4 \Rightarrow a = 0$$

$$\text{همانی } f \Rightarrow 2m = 8 \Rightarrow m = 4$$

$$m + 1 = n \xrightarrow{m=4} 4 + 1 = n \Rightarrow n = 5$$

۱۰۷

۱۰۸ الف تابع است.

$$D_f = \{1, -2, -3\}, R_f = \{a, b\}$$

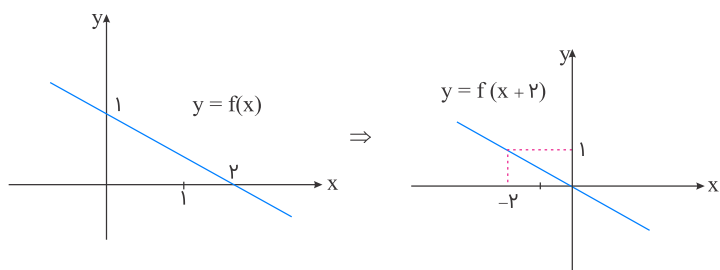
ب g تابع نیست.

پ h تابع است.

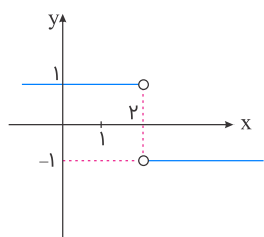
$$D_h = \{-3, 1\}, R_h = \{-2, 2\}$$

ت k تابع نیست.

۱۰۹



$$y = \frac{f(x)}{|f(x)|} = \begin{cases} \frac{f(x)}{-f(x)} = -1 & ; f(x) < 0 \Rightarrow x > 2 \\ \frac{f(x)}{f(x)} = 1 & ; f(x) > 0 \Rightarrow x < 2 \end{cases}$$



خیر؛ زیرا خط $x = 2$ با محور عرض‌ها موازی است، لذا تمام نقاط آن مؤلفه‌های اول مساوی دارند؛ ولی خط $y = 5$ تابع است زیرا نمودار آن با محور طول‌ها موازی است و هیچ دو نقطه متمایز از آن مؤلفه‌های اول یکسان ندارند.
در حالت کلی اگر یک خط با محور عرض‌ها موازی نباشد، تابع است.

۱۱۰

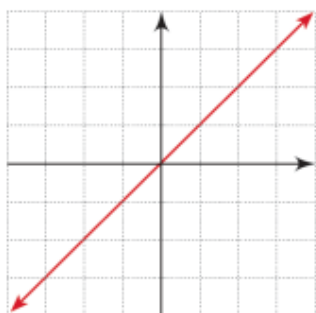
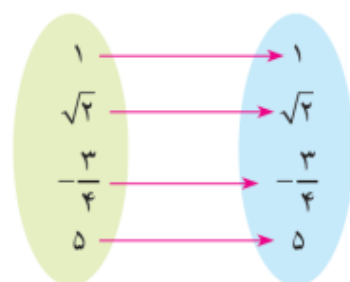
$$f(x) = 3 \Rightarrow f(-4) = 3, f(-1) = 3$$

۱۱۱

$$f = \{(a, a), (b, b), (c, c)\} \Rightarrow D = \{a, b, c\} = \mathbb{R}$$

۱۱۲

$$\Rightarrow D = \left\{ 1, \sqrt{2}, -\frac{3}{4}, 5 \right\} = \mathbb{R}$$



$$\Rightarrow D = \mathbb{R}, R = \mathbb{R}$$

شبهات: در هر سه تابع، هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو از برد نظیر شده است.
تفاوت: دامنه این توابع از مجموعه‌های متفاوتی انتخاب شده است.

اگر x طول ضلع یک مربع باشد، مساحت آن تابعی از x است و به صورت $f(x) = x^2$ قابل نمایش است.

۱۱۳

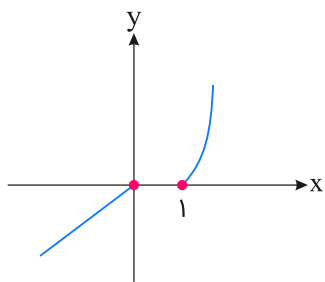
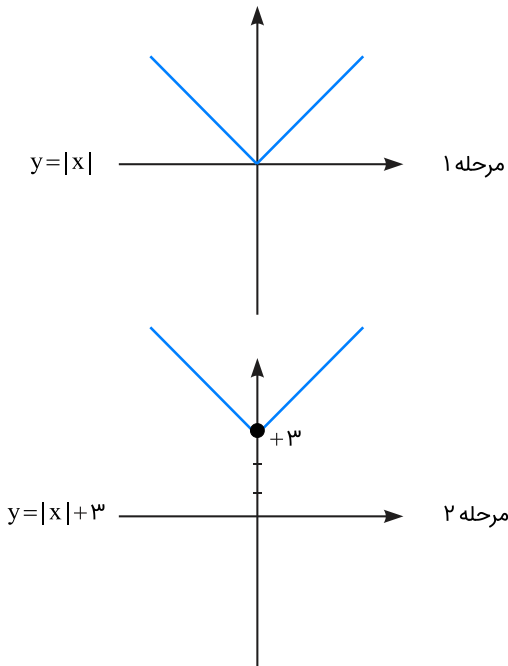
پاسخ سؤالات ۱۱۴ تا ۱۱۵

رابطه g تابع نیست زیرا یکی از مؤلفه‌های اول آن تکرار شده است.

۱۱۴

$$\begin{cases} x = -1 \xrightarrow{g(x)=2x^2+3} g(-1) = 2(-1)^2 + 3 = 5 \\ x = \sqrt{2} \xrightarrow{g(x)=2x^2+3} g(\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2})^2 + 3 = 7 \\ x = 0 \xrightarrow{g(x)=2x^2+3} g(0) = 2(0)^2 + 3 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_f = \{5, 7, 3\}$$



$$f(f(1)) = f(0) = 0$$

$$f(x) = 3x + 3 \Rightarrow f(2x) = 6x + 3$$

$$\Rightarrow f(2m) - 4f(m) = 6m + 3 - 4(3m + 3) = -15$$

$$\Rightarrow 6m + 3 - 12m - 12 = -15 \Rightarrow -6m - 9 = -15$$

$$\Rightarrow -6m = -6 \Rightarrow m = 1$$

$$f(۴) = ۵, \quad g(۳) = ۶, \quad f(۵) = ۸, \quad g(۷) = ۹$$

$$\text{جواب} = \frac{۵ + ۶}{۸ - ۹} = \frac{۱۱}{-۱} = -۱۱$$

در تابع همانی به ازای هر مقدار x ، همان مقدار y به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$(a, ۱) \xrightarrow{\text{تابع همانی}} a = ۱$$

$$(b, ۲) \xrightarrow{\text{تابع همانی}} b = ۲$$

$$(c, ۵) \xrightarrow{\text{تابع همانی}} c = ۵$$

میانگین a و b و c به صورت زیر به دست می‌آید:

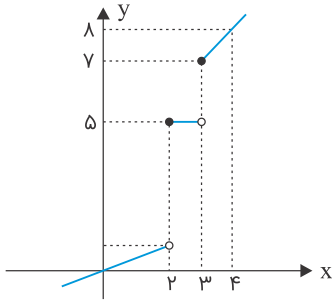
$$\frac{a + b + c}{۳} = \frac{۱ + ۲ + ۵}{۳} = \frac{۸}{۳}$$

$$y = \frac{x}{۲}$$

$$\begin{array}{c|c} x & ۲ \quad ۰ \\ \hline y & ۱ \quad ۰ \end{array}$$

$$y = x + ۴$$

$$\begin{array}{c|c} x & ۳ \quad ۴ \\ \hline y & ۷ \quad ۸ \end{array}$$



$$(۲, ۳), (۰, ۱) \Rightarrow m = \frac{۳ - ۱}{۲ - ۰} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$y - ۱ = ۱(x - ۰) \Rightarrow y - x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow f(x) = x + ۱ \Rightarrow f(۳) = ۳ + ۱ = ۴$$

$$f(f(x)) = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2x+3}\right) + 3} = \frac{1}{\frac{2}{2x+3} + 3} = \frac{1}{\frac{6x+11}{2x+3}} = \frac{2x+3}{6x+11}$$

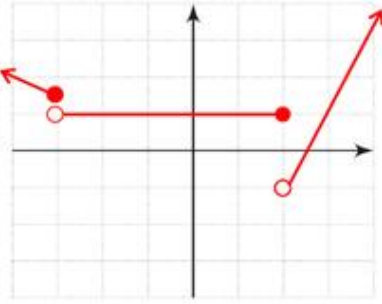
$$f(-۲) = ۳ \Rightarrow -۲a - ۳ = ۳ \text{ (} \circ/۲\delta) \Rightarrow a = -۳ \text{ (} \circ/۲\delta)$$

$$A(۲, -۳) \Rightarrow \lambda b + \delta = -۳ \text{ (} \circ/۲\delta) \Rightarrow b = -۱ \text{ (} \circ/۲\delta)$$

پاسخ سؤالات ۱۲۶ تا ۱۲۷

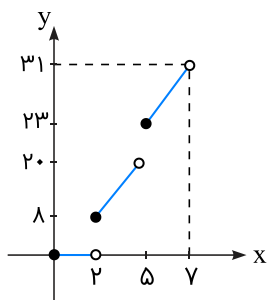


$$f(0) = ۳(0) + ۱ = ۱, f(\delta) = \delta^۲ = ۲\delta, f(-۲) = ۳(-۲) + ۱ = -۵$$



$$g(0) = ۱, g(۲) = ۱, g(-\frac{1}{\delta}) = ۱$$

$$g = \{(1, ۲)(۲, ۳), (۳, ۱)\}$$



$$C(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 2 \\ 4x & 2 \leq x < 5 \\ 4x + 3 & 5 \leq x < 7 \end{cases}$$

x	0	2
y	0	0
x	2	5
y	8	20
x	5	7
y	23	31

ب از ضابطه وسطی داریم:

$$C(4) = 4(4) = 16$$

۱۶ هزار تومان باید بپردازد.

۱۳۰ تابع سه قسمت است، پس سه ضابطه‌ای می‌باشد.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \geq 2 \\ x & 0 \leq x \leq 2 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\max f(1) = 5 \quad \min f(1) = 1$$

$$\max f(2) = 5 \quad \min f(2) = 1$$

$$\max f(3) = 5 \quad \min f(3) = 1$$

$$\max f(4) = 5 \quad \min f(4) = 1$$

$$\max f(5) = 5 \quad \min f(5) = 1$$

$$\max (f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)) = 25$$

$$\min (f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)) = 5$$

$$\max - \min = 25 - 5 = 20$$

$$f(x) + x = f(x+1) \Rightarrow f(x+1) - f(x) = x$$

$$\Rightarrow f(16) - f(0) = \underbrace{f(16) - f(15)}_{15} + \underbrace{f(15) - f(14)}_{14} + \underbrace{f(14) - f(13)}_{13} + \dots + f(1) - f(0)$$

$$= 15 + 14 + 13 + 12 + \dots + 1 = 15 + 7(15) = 15 + 105 = 120$$

۱۳۱

۱۳۲

$$g(x) = \frac{1}{3}(x^2 - x), \quad f(x) = \begin{cases} x - 2 & ; x \geq 2 \\ -x + 2 & ; x < 2 \end{cases}$$

$$x \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{3}(x^2 - x) = (x - 2) \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0$$

ریشه ندارد، لذا در $x \geq 2$ تقاطعی ندارد.

$$x < 2 \Rightarrow \frac{1}{3}(x^2 - x) = -x + 2 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}$$

این دو نقطه، نقاط تقاطع توابع در $x < 2$ است.

$$g(4x - 2) = 6x - 4 \Rightarrow g(x) = 6\left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{6}\right) - 4 = \frac{1}{6}x - 1$$

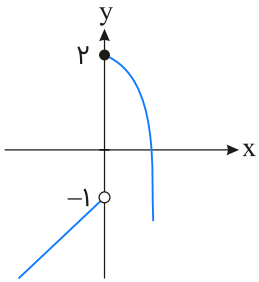
$$\Rightarrow g(-2) = -4, \quad g(6) = 1 \Rightarrow g(-2) + g(6) = 4$$

پاسخ سؤالات ۱۳۵ تا ۱۳۶

درست ۱۳۵

درست ۱۳۶

$$f(1 - \sqrt{3}) = (1 - \sqrt{3}) - 1 = -\sqrt{3}$$



$$(1, 0) \Rightarrow 0 = -1 + b \Rightarrow b = 1$$

$$(1, 0) \Rightarrow 0 = 1 + a - 3 \Rightarrow a = 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(3) - 2f(5) &= -8 \\ f(5) - f(3) &= -4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -f(5) = -12 \Rightarrow f(5) = 12 \Rightarrow f(3) = 16$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x + 22 \Rightarrow f(1) = 20$$

پاسخ سؤالات ۱۴۰ تا ۱۴۱

۴۲ ۱۴۰

$$\binom{5}{3} = 10 \quad 141$$

پاسخ سؤالات ۱۴۲ تا ۱۴۴

جایگشت ۱۴۲

ترکیب ۱۴۳

۱ ۱۴۴

۱۴۵

$$\frac{(n+1)(n)!}{n!} = n+1$$

پاسخ سؤال ۱۴۶

نادرست ۱۴۶

پاسخ سؤالات ۱۴۷ تا ۱۵۰

$$7! = 5040$$

۱۴۷

۱۴۸

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{5 \times 4 \times \frac{2!}{3}}_{\text{ش}} = 40 \\ \underbrace{5 \times \frac{2!}{3} \times 4}_{\text{ش}} = 40 \\ \underbrace{\frac{2!}{3} \times 5 \times 4}_{\text{ش}} = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow 40 + 40 + 40 = 120$$

$$P(5, 3) = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

۱۴۹

کل جایگشت‌ها: $7! = 5040$ ۱۵۰جایگشت‌هایی که "شن" دارد: $6! = 720$ جایگشت‌هایی که در آن "شن" دیده نمی‌شود: $7! - 6! = 5040 - 720 = 4320$ بنابراین ۷ انتخاب دارد. $4 + 3 = 7$ ۱۵۱

۱۵۲

اگر با اتومبیل برود، طبق اصل ضرب به $۳ \times ۲ = ۶$ طریق ممکن است و اگر قطار را انتخاب کند سه طریق. لذا طبق اصل جمع در کل ۹ انتخاب دارد.

(در برخی مسائل لازم است از هر دو اصل جمع و ضرب استفاده شود)

۱۵۳

$$۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$$

۱۵۴

$$\binom{۵}{۲} \binom{۳}{۱} + \binom{۵}{۳} = ۳۰ + ۱۰ = ۴۰$$

هر سه نفر ورزشکار دو نفر ورزشکار و یک نفر هنرمند

۱۵۵

$$\frac{n!}{۲! \times (n-۲)!} = \frac{n!}{(n-۲)!} - ۱۰$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-۲)!}{۲! \times (n-۲)!} = \frac{n(n-1)(n-۲)!}{(n-۲)!} - ۱۰$$

$$\Rightarrow n(n-1) = ۲n(n-1) - ۲۰ \Rightarrow n^2 - n - ۲۰ = ۰$$

$$(n-۵)(n+۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n = ۵ \text{ قق} \\ n = -۴ \text{ غقق} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۱۵۶

۱۵۶

۱۵۷

$$۳ \times ۴ = ۱۲$$

۱۵۸

$$C(۵, ۳) = ۱۰$$

ب

$$\underbrace{۲}_{۹, ۷} \cdot ۵ \cdot ۵ \Rightarrow ۲ \times ۵ \times ۵ = ۵۰$$

پ

$$\frac{۴}{۶, ۴, ۲} \cdot \frac{۳}{۳} \cdot \frac{۲}{۲} \Rightarrow ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۷۲$$

۱۵۹

$$\frac{۱}{(۲)} \cdot \frac{۴}{۴} \cdot \frac{۳}{۳} \cdot \frac{۲}{۲} \cdot ۱ \times ۴! = ۲۴$$

۱۶۰

$$\left. \begin{aligned} \underline{۳} \underline{۳} \underline{۲} \underline{۱} &\Rightarrow ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \\ \underline{۳} \underline{۲} \underline{۱} \underline{۱} &\Rightarrow ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶ \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۶ + ۶ = ۱۲$$

گروه شیمی گروه فیزیک گروه ریاضی

$$\binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

انتخاب ۱ نفر از گروه انتخابی اول

انتخاب دو گروه از سه گروه

انتخاب ۱ نفر از گروه انتخابی دوم

پاسخ سؤالات ۱۶۲ تا ۱۶۶

۱۶۲ رمز یکی از اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۹، یا یکی از ۳۲ حرف الفبای فارسی خواهد بود؛ بنابراین طبق اصل جمع $10 + 32 = 42$ حالت داریم.

۱۶۳ طبق اصل ضرب داریم:

$$10 \text{ حالت اول} \times 32 \text{ حالت دوم} \Rightarrow 320 \text{ حالت}$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ حالت اول} \times 32 \text{ گزینه دوم} \Rightarrow 320 \text{ حالت} \\ \text{یا} \\ 32 \text{ حالت اول} \times 10 \text{ گزینه دوم} \Rightarrow 320 \text{ حالت} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 640 \text{ حالت}$$

(اصل ضرب و جمع)

$$\left. \begin{array}{l} 10 \times 10 = 100 : \text{هر دو عدد باشند} \\ 26 \times 26 = 676 : \text{هر دو حرف باشند} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 776$$

(اصل ضرب و جمع)

$$\underbrace{10}_\text{اعداد} \times \underbrace{26 \times 25}_\text{حروف} \xrightarrow{\times} 58500 \text{ حالت}$$

$$C(10 - 2, 6 - 2) = C(8, 4) = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

۱۶۴ در زیرمجموعه‌ها، برای هریک از اعضای یک مجموعه، دو حالت (باشد یا نباشد) وجود دارد. اگر مجموعه n عضو داشته باشد، در نهایت تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه 2^n خواهد بود. حال داریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد زیرمجموعه‌های } 1, 2, 3 \text{ عضو} - \text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها} &= \text{تعداد زیرمجموعه‌های حداقل } 3 \text{ عضو} \\ &= 2^7 - \left[\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} \right] = 128 - [1 + 7 + 21] = 99 \end{aligned}$$

چون بزرگ‌ترین عضو آن ۱۲ است، یعنی ۱۲ در این زیرمجموعه قرار دارد و نیز بزرگ‌تر از ۱۲ هم در آن قرار ندارد، پس از اعداد ۱ تا ۱۱ باید سه عدد انتخاب کنیم:

$$\begin{aligned} & (\text{همگی زوج باشد}) - (\text{کل اعداد}) = \text{حداقل یک عدد فرد باشد} \\ & = \binom{11}{3} - \binom{5}{3} = 165 - 10 = 155 \end{aligned}$$

ابتدا ۵ گوی سیاه را قرار می‌دهیم: ۵!

۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶

باتوجه به شکل، شش جای خالی برای قرار دادن گوی‌های سفید وجود دارد که باید ۴ تا را انتخاب کنیم: $\binom{6}{4}$ ، پس:

$$5! \times \binom{6}{4} \times 4! = 15 \times 4! \times 5! = 43200$$

از روش متمم استفاده می‌کنیم:

کلماتی که شامل عبارت Cpt - کل کلماتی که Cpt کنار هم = شامل عبارت Cpt باشد
باشد و o و e هم کنار هم باشند - قرار گیرند. (به همین ترتیب) ولی o و e کنار هم نباشند
= $Cpt, o, m, u, e, r - Cpt, eo, m, u, r$
= $6! - 5! \times 2 = 5! (6 - 2) = 120 \times 4 = 480$

نکته: (رابطه پاسکال)

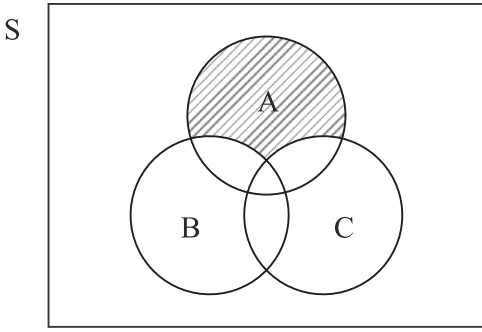
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

$$A = \binom{5}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} + \binom{8}{6} + \dots + \binom{20}{18}$$

با استفاده از رابطه پاسکال حاصل این عبارات را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \binom{5}{2} + A &= \underbrace{\binom{5}{2} + \binom{5}{3}}_{\binom{6}{3}} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} + \binom{8}{6} + \dots + \binom{20}{18} \\ &= \underbrace{\binom{6}{3} + \binom{6}{4}}_{\binom{7}{4}} + \binom{7}{5} + \binom{8}{6} + \dots + \binom{20}{18} \\ &= \underbrace{\binom{7}{4} + \binom{7}{5}}_{\binom{8}{5}} + \dots + \binom{20}{18} \end{aligned}$$

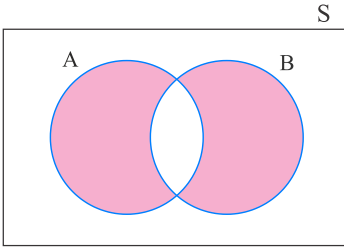
$$\binom{5}{2} + A = \binom{21}{18} \Rightarrow 10 + A = 1330 \Rightarrow A = 1320$$



$$n(S) = \binom{12}{2} = 66 \text{ (o/5)}$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{7}{1} = 35 \text{ (o/25)}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ (o/25)} = \frac{35}{66} \text{ (o/25)}$$



$$S = \{(ج, ۱), (ج, ۲), (ج, ۳), (ج, ۴), (ج, ۵), (ج, ۶), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$$

$$A = \{(پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$$

$$B = \{(ج, ۲), (ج, ۴), (ج, ۶)\}$$

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (ج, ۱), (ج, ۳), (ج, ۵)\}$$

$$S = \{۱۲, ۱۳, ۲۱, ۳۱, ۲۳, ۳۲\}$$

$$A = \{۱۲, ۳۲\}$$

$$B = \{۱۳, ۳۱, ۲۳\}$$

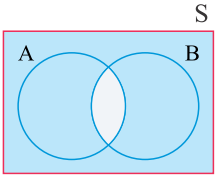
۱۷۸ سازگار

۱۷۹ الف

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{1}{4}$$

۱۸۰ تشخیص اشتراک (۰/۲۵)

تشخیص متمم (۰/۲۵)



$$\text{شاخص توده بدن} = \frac{95}{(1/6)^2} = 37/10$$

۱۸۱ الف

ب کمی، پیوسته

پاسخ سؤالات ۱۸۲ تا ۱۸۴

۱۸۲ نادرست

۱۸۳ نادرست

۱۸۴ نادرست

۱۸۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{80}{120}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0/4 = 0/6$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/6 + 0/7 - 0/5 = 0/8$$

۱۸۶

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{27}{55}$$

$$n(s) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84, \quad n(A) = \binom{4}{3}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{3}}{84} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

$$n(B) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3} = 34 \quad P(B) = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$$

$$n(S) = 2^3 = 8$$

$$A = \{(د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ)\}$$

$$B = \{(د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د)\}$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)' = \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د), (پ, پ, پ)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{365 \times 364 \times \dots \times 341}{(365)^{25}}$$

$$p(A) = 0/23, \quad p(B) = 0/24, \quad p(A \cup B) = 0/38$$

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0/23 + 0/24 - 0/38 = 0/09$$

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

$$n(A) = \binom{4}{2} = 6 \quad P(A) = \frac{6}{21}$$

$$n(S) = \frac{9}{\downarrow} \frac{9}{\downarrow} \frac{8}{\downarrow} \frac{7}{\downarrow} = 9 \times 9 \times 8 \times 7 = 81 \times 56$$

چون صفر
قرار نمی‌گیرد

$$n(A) : \begin{array}{cccc} _ & _ & _ & _ \\ \downarrow & & & \downarrow \\ ۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹ & & & ۰,۲,۴,۶,۸ \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{۴}{\downarrow} \frac{۸}{\downarrow} \frac{۷}{\downarrow} \frac{۵}{\downarrow} = ۲۰ \times ۵۶ \\ ۳,۵,۷,۹ \quad ۰,۲,۴,۶,۸ \\ \frac{۳}{\downarrow} \frac{۸}{\downarrow} \frac{۷}{\downarrow} \frac{۴}{\downarrow} = ۱۲ \times ۵۶ \\ ۴,۶,۸ \quad ۰,۲,۴,۶,۸ \end{array} \right.$$

چون یکی از
پنج عدد در رقم
اول آمده است

$$n(A) = ۲۰ \times ۵۶ + ۱۲ \times ۵۶ = ۳۲ \times ۵۶$$

$$P(A) = \frac{۳۲ \times ۵۶}{۸۱ \times ۵۶} = \frac{۳۲}{۸۱}$$

می‌دانیم:

$$P(A \cup A') = P(S) = ۱$$

ازطرفی:

$$P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = ۱ \Rightarrow \begin{cases} P(A) = ۱ - P(A') \\ P(A') = ۱ - P(A) \end{cases}$$

$$۰ \leq P(A) \leq ۱$$

$$\text{زیرا: } A \subseteq S \Rightarrow ۰ \leq n(A) \leq n(S) \Rightarrow \frac{۰}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow ۰ \leq P(A) \leq ۱$$

$$P(\emptyset) = ۰, P(S) = ۱$$

$$\text{زیرا: } P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{۰}{n(S)} = ۰, P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = ۱$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{زیرا: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } n(S)}$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$۲^۳ = ۸$$

$$A = \{(پ, د), (د, پ), (پ, د), (د, پ), (پ, پ), (د, د), (پ, د), (د, پ), (پ, پ), (د, د)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴}$$

$$P(A) = \frac{۲! \times ۶!}{۷!} = \frac{۲}{۷}$$

پاسخ سؤال ۱۹۸

جمع آوری اعداد و ارقام ۱۹۸

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۶۵ \times ۳۶۴ \times \dots \times (۳۶۵ - ۱۰ + 1)}{۳۶۵^{۱۰}}$$

$$P(A) = \frac{C(۴, ۲) + C(۳, ۲)}{C(۸, ۲)} = \frac{۹}{۲۸}$$